مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية

المنظمة العربية للترجمة

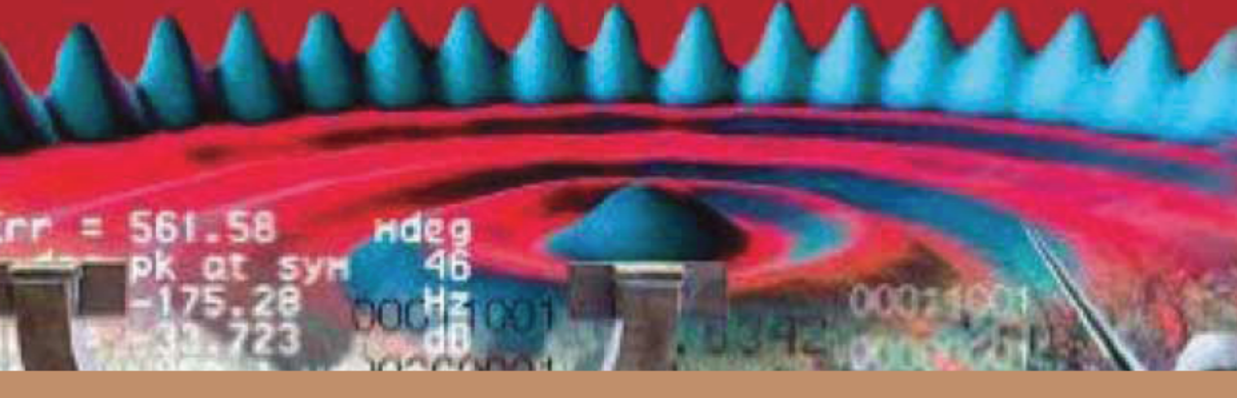


نيل غرشنفيلد

فيزياء تكنولوجيا المعلومات

ترجمة

هيثم غالب الناهي



سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدّمة

المنظمة العربية للترجمة

نيل غرشنفيلد

فيزياء تكنولوجيا المعلومات

ترجمة

هيثم غالب الناهي

مراجعة

حسن الشريف

الفهرسة أثناء النشر - إعداد المنظمة العربية للترجمة

غرشنفيلد، نيل

فيزياء تكنولوجيا المعلومات/نيل غرشنفيلد؛ ترجمة هيثم غالب الناهي؛ مراجعة حسن الشريف.

686 ص. - (اللجنة العلمية لسلسلة التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة؛ 1)

بيبليوغرافيا: 651 - 680.

يشتمل على فهرس.

ISBN 978-614-434-078-3

1. الفيزياء. 2. التكنولوجيا. أ. العنوان. ب. الناهي، هيثم غالب (مترجم). ج. الشريف، حسن (مراجع). د. السلسلة.

621.38

Gershenfeld, Neil

The Physics of Information Technology

المنظمة العربية للترجمة

بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: 5996-113
الحمراء - بيروت 2090 1103 لبنان
هاتف: 753031 - 753024 (9611) / فاكس: 753032 (9611)
e-mail: info@aot.org.lb - Web Site: http://www.aot.org.lb

توزيع: **مركز دراسات الوحدة العربية**
بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: 6001 - 113
الحمراء - بيروت 2407 2034 - لبنان
تلفون: 750084 - 750085 - 750086 (9611)
برقياً: «مرعربي» - بيروت / فاكس: 750088 (9611)
e-mail: info@caus.org.lb - Web Site: http://www.caus.org.lb

الطبعة الأولى: بيروت، تشرين الأول (أكتوبر) 2015

المحتويات

تقديم
سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة
ضمن مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي

يطيب لي أن أقدم لهذه السلسلة التي انتُقيت في مجالات تقنية ذات أولوية للقارئ العربي في عصر أصبحت فيه المعرفة محركاً أساسياً للنمو الاقتصادي والاجتماعي والتقني. ويأتي نشر هذه السلسلة بالتعاون بين مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية والمنظمة العربية للترجمة تلبية للسياسات والتوصيات التي تعنى باللغة العربية والعلوم ومنها:

أولاً: البيان الختامي لمؤتمر القمة العربي المنعقد في الرياض 1428هـ (2007م) الذي يؤكد ضرورة الاهتمام باللغة العربية، وأن تكون هي لغة البحث العلمي والمعاملات حيث نصّ على الآتي: «تعزيز حضور اللغة العربية في جميع الميادين بما في ذلك وسائل الاتصال والإعلام والإنترنت، وفي مجالي العلوم والتقنية».

ثانياً: «السياسة الوطنية للعلوم والتقنية» في المملكة العربية السعودية التي انبثق عنها اعتماد خمس عشرة تقنية استراتيجية هي: المياه، والبترول، والغاز، والبتروكيميائيات، والتقنيات المتناهية الصغر (النانو)، والتقنية الحيوية، وتقنية المعلومات، والإلكترونيات والاتصالات والضوئيات، والفضاء، والطيران، والطاقة، والمواد المتقدمة، والبيئة، والرياضيات، والفيزياء، والطبية، والصحية، والزراعية، والبناء، والتشييد.

ثالثاً: مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي التي تُفعّل أيضاً ما جاء في البند أولاً عن حضور اللغة العربية على الإنترنت، حيث تهدف إلى إثراء المحتوى العربي عبر عدد من المشاريع التي تنفذها مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية بالتعاون مع

جهات عديدة داخل المملكة وخارجها. ومن هذه المشاريع ما يتعلق برقمنة المحتوى العربي القائم على شكل ورقي وإتاحته على شبكة الإنترنت، ومنها ما يتعلق بترجمة الكتب المهمة، خاصة العلمية منها، مما يساعد على إثراء المحتوى العلمي بالترجمة من اللغات الأخرى إلى اللغة العربية بهدف تزويد القارئ العربي بعلم نافع يُعمل به.

تشتمل السلسلة التي بين أيدينا على ثلاثة كتب في كل من التقنيات المعتمدة ضمن «السياسة الوطنية للعلوم والتقنية» وقد اختيرت بحيث يكون الأول مرجعاً عالمياً معروفاً في تلك التقنية، ويكون الثاني كتاباً جامعياً، والثالث كتاباً عاماً موجهاً إلى عامة المهتمين، وقد يغطي ذلك كتاب واحد أو أكثر. وقد تم بفضل الله الانتهاء من المجموعة الأولى من السلسلة وعددها ثلاثة وثلاثون كتاباً شملت التقنيات الإحدى عشرة الأولى إضافة إلى كتاب إضافي منفرد للمصطلحات العلمية والتقنية المعتمدة في هذه السلسلة. وها نحن ندشن المجموعة الثانية التي تغطي بقية التقنيات الخمس عشرة.

ولقد جرى انتقاء الكتب وفق معايير، منها أن يكون الكتاب من أمهات الكتب في تلك التقنية، ولمؤلفين يشهد لهم عالمياً، وأنه قد صدر بعد عام 2000م، وألا يكون ضيِّق الاختصاص بحيث يخاطب فئة محدودة، وأن تكون النسخة التي سيترجم عنها مكتوبة باللغة التي ألّف بها الكتاب وليست مترجمة عن لغة أخرى، وأخيراً أن يكون موضوع الكتاب ونهجه عملياً تطبيقياً يصبّ في جهود نقل التقنية والابتكار، ويساهم في عملية التنمية الاقتصادية من خلال زيادة المحتوى المعرفي العربي.

إن مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية سعيدة بصدور المجموعة الثانية من هذه السلسلة، وأود أن أشكر المنظمة العربية للترجمة على الجهود التي بذلتها لتحقيق الجودة العالية في الترجمة والمراجعة والتحرير والإخراج، وعلى حسن انتقائها للمترجمين المتخصصين، وعلى سرعة الإنجاز. كما أشكر اللجنة العلمية للسلسلة التي أنيط بها الإشراف على إنجازها في المنظمة وكذلك زملائي في مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية الذين يتابعون تنفيذ مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي.

الرياض 1434 /3 /10 هـ

رئيس مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية

د. محمد بن إبراهيم السويل

مقدمة المترجم

هل الإلكترون كائنٌ حي؟

قد يبدو سؤال كهذا غريباً بعض الشيء، لكون الاعتياد والروتين يريان أن الكائن الحي له عناصره الأساسية المتعلقة بالخلية ومكوناتها الأنزيمية والهرمونية والكيميائية وسياقاتها الروتينية لتنتج في نهاية المطاف خلية أو إحساساً أو طاقة... إلخ. أي أن خلية الكائن الحي كما عرفناها علمياً وحياتياً كيان ذو طاقة ويولد نتائج من خلال استخدام تلك الطاقة.

قد لا أتمكّن من الغوص في المقارنة ما بين الإلكترون والكائن الحي لأصِلَ للجواب الشافي لعنوان المقدمة هذه، إلا إذا كنتُ متقمصاً (شخصية) الإلكترون. من هنا سأعتبر نفسي إلكتروناً أصول في مجال الكوكب ومشتقاته وما يحتويه من عناصر، لعلي أصل لطاقته التي تنتج إما حرارةً أو ضوءاً أو مغناطيساً أو أشعةً... إلخ، ليتمكّن علميّو هذه الفنون من وضعها في إطار حضاري، إما كجهازٍ أو نظام يستفيد منه الكائن الإنساني، وهنا نلفت النظر لسؤالنا الذي يبوح في كتمانه ما يود معرفته من أنه كائن حي، ولكن ليس بالمعنى البشري، فيكون منتجه تلفاز وهاتف ورنين... إلخ. على أية حال، للكائنات الحية سلوكيات وعادات تميزها عن بعضها البعض، ولعل جُلّ هذه إما فطرية بالتكوين أو مكتسبة من البيئة، ولهذا لا بد من أن نجد سياق السلوك وسياق الاكتساب في أي بيئة لأي كائن حي.

من أهم العادات الإلكترونية وسلوكياتها المسهمة في تكوينها والتي عرفناها مع تقدم العلوم والتكنولوجيات هي وحدات القياس. هذه الوحدات – التي أفرد لها الفصل الأول من هذا الكتاب مساحة ليست بالقليلة – هي التي تميز منتجاً إلكتروني عن منتج

آخر، وكأننا نميز بين كائنات حية مختلفة مشاربها وأصول طاقاتها، مما يجبرنا على اعتبار تلك الوحدات المتمثلة بالأمبير والفاراد والجول... إلخ في مزيج أفكارنا أنها تمثل أصل الكائن الحي (الإلكترون) أو أصله وعرقه، خصوصاً أنها نابعةٌ من مزيج من التزاوجات والتوافقات. لعلّي كإلكترون أرى في الرقم عمري وفي الوحدات أصلي لأني في تحليل القيم سأرجع إلى أصول وفروع الوحدات فأشتق من أين جاءت. إنها واقعية فلسفية قد لا تجد مسوغاً عند الكثير من المهتمين بالعمل العلمي، ولكن حين يكون الإلكترون داخلاً في كل صغيرات وكبيرات الأمور تجعلنا نفكر بهذا المنحى لتقريب تصوراتنا لأهمية هذا المناص.

العديد من العناصر التي تجعل الإلكترون منتمياً بنويّاته إلى قبيلة كبيرة يمكن اكتشافها كلما تحركنا في عمق التكوين الذي يختص به، هذا التكوين له مردوداته السلبية والإيجابية على الكائنات الأخرى لما ينشره من معوقات أحياناً وفوائد جمة أحياناً أخرى. فالتيار الكهربائي ودرجة حرارة كلفن والفولطية (Voltage) والشدة الضوئية والشحنة والطاقة والقوة والتنوير والتوهج والحث والدفق المغناطيسي والدفق الكهربائي وتزاوجهما في الدفق الكهرومغناطيسي والكهروضوئي... إلخ. جميعها تجعلنا نستكشف أن البيئة الإلكترونية لها خواصها الأساسية، التي هي كأي بيئة يتكون فيها كائن حي. على سبيل المثال، العنصران المكونان للكائن الحي المعروف بالإنسان هما، الذكر والأنثى، بينما يتكوّن الإلكترون من سالب وموجب، يتزاوجان كما الإنسان فينتجان شيئاً جدياً ويتنافران فينتجان شيئاً ندياً. وهو ما يمثل فيهما التجاذب (الحب عند الإنسان)، والتنافر (الكره عند بني البشر)، فتكون الصورة مصداقة مبتهجة. هذا الأمر الذي قد يبدو متراكماً من جزيئات الحياة يسعفنا لفهم تكوين الكون بكل كائناته، بأنه مؤلف من نظام ثنائي لا يمكن أن يكون فيه التطور من دون وجود الضد والضد المضاد وعناصرهما التي تجعلهما يلتقيان وينفران في ظروف معينة.

ما ذكرنا من عناصر أصلها يتبع لفاعلية الإلكترون الذي يمثل بيئة جديدة، تتطور كما تتطور أية بيئة كائن حي، وعليه، كما يكون الماء والهواء أساسيان للبيئة الإنسانية والحيوانية والنباتية، يكون التيار والفولطية، مهمان لصيرورة استمرار الحياة البيئة للكائن الإلكتروني. وهنا لا بد من أن نوثق بما هو فيه من معقولية أن تلك البيئة الإلكترونية لها فضاءاتها الخاصة التي تنتقل خلالها وتتحرك ضمن منظومة قوانين محددة لا يمكن تجاوزها، فتجتمع مع مكونات أخرى فتوصف بتضامنها بأنها قوانين فيزيائية مؤثرة في البيئة الإلكترونية كغيرها من البيئات. وقد يسأل سائل هنا مميزاً البيئات الكائنية عن

غيرها بالإحساس والتفاعل والاستجابة والرفض، فهل مثل هذه العناصر متوافرة في بيئة الكائن الإلكتروني؟ سؤال قد يبدو أن فيه مساً من الخيال يصل فيه المتتبّع لأهوائه في إثبات ذلك حد الجنون حين يقول المجيب نعم! ولكن ليس في جوابه إلا شرط جواب. نعم بما فيه من سُبل الوصول إلى الحقيقة استنطاقياً، هناك المجسات التي تعتبر أحاسيس تمر من خلال مرشحات فعالة يمكنها التمييز بين ما هو صالح وما هو ضجيجٌ يؤدي في نهاية مطافه إلى غسل كل الإنتاج العنفواني الناتج من تزاوج الإلكترونات لهذه الخاصية المشاعرية البيئية. فهي تتبادل بروتيناتها وبوزوناتها لتخلق حقلاً مغناطيسياً منتجاً أو كهروضوئيّاً يسمح للكائن الآخر بالاستفادة من نتاج الكائنات الأخرى كاستفادة الإنسان من منتجات الحيوان والنبات. ولعلّ من مشاعر البيئة الإلكترونية التي فصلها الكتاب هو التنشيط والتعبئة بالمفهوم البشري التي لا تختلف مفاهيمها عن ما عرفناه في بيئة أخرى غير البيئة الإلكترونية. فالأقطاب الإلكترونية بسالبها وموجبها ما هي إلا شكلٌ من أشكال التعبئة والتجمع وفرز الأصلح من خلال مرشحات عن الأسوء الذي قد يؤدي إلى تسريب بعض المعلومات.

البيئات مهما كانت مردوداتها هي وحدة بنائية متكاملة لا تختلف من بيئة عن بيئة أخرى ببنيويتها، إلا إنها تختلف بعناصرها المكونة لذلك، رغم أن جميعها تعمل ضمن سياقات واحدة بغض النظر عن المحتويات الأساسية لكل بيئة معينة. فعلى سبيل المثال، هناك نظريات استراتيجية بشرية وزراعية وكائنوية تشكل استراتيجيات أي بيئة مبنية في نهاياتها على نظريات متعددة تخصّ تلك البيئة، وكذا الأمر مع البيئة الإلكترونية، فما نظريات الأوتار والديناميكيا الحرارية والديناميكيا الضوئية والحركة الإلكترونية وغيرها من القوانين المبنية على تلك النظريات، ما هي إلا شيء مشابه لأي بيئة تستخدم استراتيجيات ونظريات. فهل وصلنا إلى مفهوم الإلكترون على أساس كونه كائن بيئياً حياً أم لا؟

بالتأكيد ما جئنا به لا يكفي لإثبات وجود الوجود من دون إثبات علة المعلول، شرط أن تكون مبنية على أسس واقعية ومسلمات علمية. يُبنى العالَم على جسيمات أوّليّة وعلى التفاعلات فيما بينها. وهناك عددٌ من الانقسامات الطبيعية في المنظومة من حيث الطاقة والمسافات التي تحدث بين هيكلية نواة الذرة وبنية الكون. لذلك من المفيد استعراض هذا الحيز من الهيكليات لفهم الأنظمة ذات العلاقة لحاضر ومستقبل منتجات البيئة الإلكترونية التي تصلنا على شكل تكنولوجيا المعلومات. لذا فإن إحدى التوصيفات الأساسية لهذا الواقع الذي نغوص في متناهيات أقطابه قد صورته الفيزياء في الفصل

الثاني من هذا الكتاب. حيث بدأ البناء الحقيقي لهذه البيئة الإلكترونية وسياقاتها الطبيعية في بناء المنظومة والتعامل مع القوى والجسيمات مع فيزياء الكمّ (Quantum Physics) وقوانينها التي تحكم الجسيمات الصغيرة جداً. مضيفة هذه النظرية عناصر أساسية لتراص البيئة الجديدة من خلال فهم الترددات وطول الموجة. ليدخل الفوتون بدون كتلة بصفته المكوّن المتقطّع للضوء، حتى أصبحت البيئة الإلكترونية من خلال هذا المفهوم تتسع لتغطّي الأجسام الثقيلة كما الأجسام بدون كتلة الناتجة عن «ثنائية الموجة – الجسيمة». وهو ما جعل البيئة الإلكترونية خلال تطورها تشكل منحنىً مفاده أن كلّ الجسيمات الكموميّة تتصرّف وكأنّها أمواجٌ وجسيماتٌ، فقد يحيد مسار الإلكترونات أو البروتونات مثل موجة لدى مرورها من خلال ثقوب متدرّجة، بينما يقوم كاشف إلكترونات أو بروتونات بتسجيل وصول جسيمات منفردة. حيث تتّضح التأثيرات الكموميّة بالعادة كلّما اقترب حجم الجسم من طول موجة دي بروي.

هذه المفاهيم أعلاه التي غطّاها الكتاب قبل الولوج في صلب موضوع الفيزياء وأنظمة المعلومات تجعلنا نتخيل ما يُحيط حولنا لنتفهم واقعنا المرتبط بما يُساق إلينا من دون أن نشعر بالكائنات الحية التي سُخرت للإنسان بهذه العناوين، رغم أنها جزء منا وتعيش بيننا إلا أن لها كياناتها الخاصة وعناصرها التي لا تتّسق مع أي بيئة أخرى غير بيئتها. أي أنه عندما نقول على سبيل المثال «تنقسم الجسيمات الكموميّة بين فيرمونات (Fermions)، وإلكترونات وبوزونات، وفوتونات، إنها تختلف عن بعضها البعض أكثر من اختلاف كل ما هو موجود في الكون»، وكأننا نتحدث عن كيان بشري أو حيواني أو نباتي... إلخ، فيه اختلافات أصولية وعرقية متعددة لكلٍ منها خواصها ولكلٍ منها قوانينها، ولكلٍ منها مملكتها أو كيانها الطبيعي الذي يسيرها بمنظومة قوانين، لا يمكن تجاوزها. وفي حال تجاوز هذه المنظومة تؤدي الحالة الفيزيائية هذه إلى فشل تحقيق الهدف. وهنا إذا ما تداخلنا في تداخل التشويش وتحفيز القوى سنجد أن للإلكترون عالماً خاصاً له خصوصياته التي لا يمكن تجاوز قوانينها لكي تستمر في مسيرتها كما هو مرسوم لها. ولكن واقع الأمر أن القوانين هي التي تسيّرها وما تنفيذها إلا التزاماً بالقوانين. إذن لا يمكن اعتبار التيار ڤولطية، أي لا يمكن اعتبار الأنثى ذكراً أو العكس بالعكس، ولا يمكن استخدام الضد بمكان المضاد، فهل مازلنا نعتقد أن الإلكترون ليس كائناً حياً أو قد يكون للـ بِت ملامح ما، تساير سِبر أفكارنا؟

أحد المبادىء الأساسية للبيئة الإلكترونية التي نحن بصددها تقول «يمكن أن تتفاعل الجسيمات فيما بينها بواسطة أربع قوى هي: الجاذبية، والكهرومغناطيسية،

والقوة الضعيفة، والقوة القوية». والسؤال المطروح هنا، هل لهذه القوى تأثير مباشر في الإنسان البشري، لا بل حتى على الحيوان والنبات؟ لنغص رويداً ونتابع مدى تأثير هذه القوى فينا ولو بالعُرف النظري الذي يحتاج لإثبات، سنجد حيث تكمن أهمية القوة الكهرومغناطيسية في شدّتها. إن الجاذبية ليست المسؤولة الوحيدة عن تماسك الذرة الكموميّة، وإنّ القوى الماكروسكوبية التي نحس بها، مثل صلابة الحائط، تنتقل إلينا بواسطة القوة الكهرومغناطيسية عبر تفاعل الإلكترونات في ذرّاتنا مع الإلكترونات في ذرات سطح الحائط، ولكن وصفها عبر قوى وهمية ونافذة مثل قول «الحائط صلب» هو أسهل بالنسبة إلينا. وهو تحليل يربط بين عناصر التلاقح بين البيئة البشرية والبيئة الإلكترونية أو ما بين البيئة الإلكترونية وأية بيئة أخرى. ولكن لو تمعّنّا في مفاهيم القوة وصراعاتها سنجد أنّ نفس العناصر التي نعتبرها أساسيات في الوجود الكوني هي مستخدمة في البيئة الإلكترونية ولكن ضمن سياقات مختلفة بعض الشيء في التعريف.

كثيراً ما يعيش بنو البشر تغيراتٍ عشوائيةً وضجيجاً قاتلاً وتداخلاتٍ متفرقةً، ولكن هل هذه العناصر الموروثة من البيئة البشرية من الممكن إيجادها في البيئة الإلكترونية؟ بالتأكيد نعم، حيث يحتلّ فهم الضجيج في البيئة الإلكترونية مركزاً محورياً في فهم تصميم وأداء كلّ الأجهزة تقريباً. فالضجيج يفرض حدوداً أساسية على حجم أصغر بِتّ يمكن تخزينها على نحو موثوق وعلى سرعة إرسالها الممكنة، فيجب أن تستوعب التصاميم الناجحة هذه الحدود لتتمكّن من مقاربتها. ولإعاقة هذه الدورة هناك متغيّرات عشوائية وآليات توليد ضجيج بشكل عام، وهناك اعتبارات ثرموديناميكية عامة عن الضجيج. أي أن البيئة الإلكترونية تبحث عن حل هذه المشاكل المتأتية من تفاعلات العناصر الإلكترونية. لقد غطى الفصل الثالث من هذا الكتاب تلك العناصر الأساسية التي تجعل من البيئة الإلكترونية مرتبكة وتُعيق سريان قوانين حياة البِتّات بالصورة المرسومة للأنظمة الإلكترونية المثالية.

كلّما تقدّمنا في قراءة فصلٍ من فصول هذا الكتاب وجدنا عناصر جديدة مكونة للبيئة الإلكترونية التي تجعلنا نقترب من الإجابة على السؤال. كما نعلم أن التطور الحاصل في البيئة البشرية ومسخراتها من بيئات أخرى هو نتاج معرفية ومعلوماتية، وحين نُبحر في صلب موج الفصل الرابع من هذا الكتاب سنجد أنه يغوص في مفهوم المعلومة الإلكترونية وتفاعلاتها مع المعلَمات الأخرى. ففي هذا الفصل بالذات نصطدم بالقول «تقوم نظرية المعلومات على إعطاء قياس كمّي لهذا المفهوم البدهي للمفاجأة». وهنا نرى أن نجاحها الأساسي يكمن في شرحها كيف يحدّ الضجيج والطاقة من كمّية

المعلومات التي يمكن استعراضها في نظام فيزيائي ما، وهذا يؤدي بدوره إلى نفاذ بصيرة كيفية معالجة المعلومات في النظام بكفاءة أكبر. أي أن النظام الفيزيائي يُريد أن يعبئ ويستخدم المعلومات في تطوير بيئته ومنتجاتها. فلذا حاول الفصل وبتأنٍ غير مسبوق استخدام المعلومات رياضياً وحسابياً بصورة منسقة ومنطقية كي يطور من إمكاناته المبنية على الشخوص الإلكترونية. ولم يبخل هذا النظام في الاستعانة بالمعلومات الجانبية الأخرى لأي بيئة يمكنها أن تتزاوج مع بيئة الإلكترون. لينتقل بخصوصياته هذه إلى الفصل الخامس ليستفيد من العرف الكهرومغناطيسي والموجات والحقول الكهربائية وعلاقاتها مع بعضها. هذه الروابط تجعلنا نفكر كيف أن العلم الإلكتروني مقسم إلى حقول (قارات) تتوافق أحياناً حسب مصالحها وتتنافر أحياناً أخرى حسب مصالحها أيضاً. وكذا الحقل الكهربائي والمغناطيسي والكهروضوئي والكهرومغناطيسي، إذ كلٌّ من هذه الحقول يستخدم قواه ويستخدم استراتيجياته لتحقيق أهدافه في نقل المعلومة. ومحققاً كلٌّ منهم علاقات كالعلاقات الدولية والكونية فأنتج ذلك علاقات تكاملية وعلاقات تفاضلية وعوامل بلانكية وعوامل لابلاسية وغيرها من مسلّة القوانين التي تتوّج انتصارات كل حقلٍ على حقلٍ آخر. صحيح أن جنس الكائن الإلكتروني هو واحد (إلكترون) إلا أنه مختلف من حقل إلى حقل بأساليبه وطرقه وقوانينه حتى يصل في بعض الأحيان إلى حالة أحدهم في حقلٍ ما يحاول بكل القوى المتضافرة والقوى المتحالفة إزاحة كمّ من الإلكترونات من مجالٍ ما من خلال هجوم خلال قنوات ومجسّات أخرى. إنه صراع إلكتروني يشبه صراع بني الإنسان والحيوان إلا أنه من نوع آخر، وكأننا نحاول أن نطبّق الصراع من أجل البقاء ما بين الإلكترونات تلك. لكونها حين تنحصر تلك الإلكترونات أو تود أن تبين انتصارها على بني جنسها تخرج إلينا إما بشعاع أو طاقة فيما تحاول إلكترونات أخرى أن تبدد هذه الطاقة والإتيان بما يحول دون ذلك.

لم تكن هذه الإلكترونات في سيلها أو تجمعها بعيدةً عن نظرية ابن خلدون حين قال «إن الإنسان ميالٌ إلى التجمع والمجتمعات»، فحين كانت الإلكترونات تتحرك في طرق عشوائية ومتناسقة بعض الشيء أرادت أن تجمع نفسها وتشكل مجتمعاتها لتنطلق من خلالها بحزمة قوانين تجعلها متأصرة في مدنيتها وتصل إلى قمم الإنتاج والسيطرة على معشر مجتمعها، فكانت، كما ورد في الفصل السادس، الدوائر الكهربائية والموصلات الكهربائية وموجاتها. وعلى الرغم من استخدامها لناقلات تسهّل عملها إلا أن كفاحها في الوصول إلى تحقيق مبادئها لم يكن بالسهل، بل جابهه معاناة كبيرة عالجتها بالسعة والقدرة والمحاثة والموجهات. ولكي يتمكن معشر الإلكترونات من مواجهة معوقات تقدمها استخدمت

قوى دفاعية تمثلت بالحلول الموجبة والانعكاسات وموجهات الموجات والموجات العازلة والبصريات. دأب الفصل السادس على التأنّي في شرحها من خلال استخدام آخر التقنيات الرياضية ومعادلاتها كي تصل في نتائجها المرجوة لمرحلة الحفاظ على الكيان الإلكتروني. لينتقل الكتاب في الفصل السابع إلى الحديث في المحيط الخارجي للإلكترونات (الهوائيات) وعلاقتها بالتكوين الذاتي للإلكترونات وتجمعاتها وما يمكن أن تقدمه بإصرار لتنفيذ خطط نقلها المعلومات عبر الأثير دون مساس أي بيئة بما أنجزته من عمل.

الفصل الثامن ركّز على البصريات، وركّز على الفوتونات وعلى انعكاسها وانكسارها، أي تلك الفوتونات خلال وسيط ما تتعامل مع فكرين مختلفين لأداء ما يُملى عليها. توسع الفصل الثامن مستخدماً التقنيات اللوجستية لتوضيح مدى إدراكات التفاهم ما بين الإلكترون والفوتون ووسائل انتقالهما، ليبين أنهما من بيئة واحدة ولكن لكلٍ من هذين الصنفين بيئته المتسمة بالمعادلات الرياضية المستخدمة على أعلى مستوى. هذه التقنيات الرياضية المستخدمة في شرح البصريات اتسعت لتشمل رياضيات المثلثات والمصفوفات والتكامل والتفاضل لتنطلق من محددات قد تبدو مختلفة مسبقاً عن سابقاتها، إلا أن الواقع أن جوهر الديناميكيا الحرارية والكهروضوئية تتلاقحان مع بعضهما لإيجاد وليدٍ جديد.

الفصل العاشر وما يتلوه من فصول ثلاثة أخرى، هي فصول تتحدث بكل معطياتها عن تطور المجتمع الإلكتروني وبيئته التي تجسدت في نهاية المطاف للتوافق مع العلوم الأخرى فأنتجت إلينا من خلال استخدام العدسات والترانسزسترات شاشات عرض تلفزيونية وهواتف وألياف نقل معلومات وبصريات وغيرها من المنتجات الأخرى. وكأني أرى جميع الإلكترونات تفخر بإنتاجها بعد أن تمكنت في الفصول السابقة من تأسيس نفسها ووضع استراتيجياتها وصوغ قوانينها وتطبيقاتها. لا بل إن الفصل الثاني عشر والثالث عشر كان أوسع من خلال خلق مجتمعات تخزين إلكترونية ومغناطيسية، وكأن بيئة الإلكترون تحاول الانتقال عبر فضائها إلى فضاءات أخرى تحقق فيها نفس النجاحات التي حققتها في غيرها. من المؤكد أن طبائع استبداد الإلكترون ستكون ذات خصائص بالمنتج وبمجرد اختراق مسلة قوانينها الطبيعية الفيزيائية وعلاقتها بالبيئة المحيطة بها فإننا سنواجه إما إلكترونات معادية مجرمة تؤدي إلى صعقنا وقتلنا وإما أن تكون مفيدة تتجه لمساعدتنا في أي جهاز كهربائي تطبيقي.

السمو في حياة كل كائن حي ضروري، ولعل السمو في مجتمع الإلكترونات يتمثل

في ما جاء في الفصل الخامس عشر من هذا الكتاب حين يتحدث عن حواسيب الكمّ والاتصالات ودورهما في تطور المجتمع البشري وخاصة في التقنيات الحديثة. فهذا الفصل حاول الكتاب أن يجمع فيه كل الأسس الجوهرية للفيزياء بما فيه الزخم الزاوي وحركة الأجسام ليطبقها في الكمّ الحاسوبي وينتج نظاماً جديداً يتلاءم مع النظام الذي يدور حوله الإنسان ويسخر له الحيوان والنبات. ولكن أيّاً من هذا لا يمكن تطبيقه من دون الخوض في المعلومات وتبني وضعها في خدمة مجموعة المعادلات التي زاد عددها على ألفي معادلة رياضية في هذا الكتاب؟. لذا ناقش الفصل التشفير والترميز وكيفية التعامل معها وكيفية تحويلها من بيئة إلى بيئة. كما درس الفصل مفهوم العلاقات الإلكترونية وكأننا في مخاض مسألة دولية يبحث فيها العلاقات ما بين الدول. حيث ناقش الفصل التنقل الأثيري والاستقطاب وتصحيح الخطأ والبحث والعوملة والحوسبة لينتهي بمطاف أهمية الفيزياء في المعلوماتية وأثرها في التكوين البيئي.

الكتاب كما بيّنّا يحتوي على خمسة عشر فصلاً ملماً بكل ما هو فيزيائي وعلاقته بالمنتجات الكهربائية. وقد حرص المؤلف في كل فصل على وضع الإشكاليات الإلكترونية بتفاصيلها، متخذاً من الرياضيات باباً لمناقشة وإثبات كل منهجية مستخدمة في الإلكترونيات. كما ساهم الكتاب في وضع القواسم المشتركة ما بين الأجهزة الإلكترونية وضرورات استخدامها ومراحل تطورها وأهميتها بالنسبة للإنسان. ولعلّ الكمّ الهائل من المعادلات الرياضية أعطت الكتاب نكهة مختلفة عن الكتب الأخرى، لعدة اعتبارات، منها وهو أمرٌ جوهري، دقة حسابات التصميم وتعليل النتائج التي وصلت إلينا وترك الباب مفتوحاً لمناقشة مستقبلية تطورية. ناهيك عن الإيضاح الاجتماعي بأن الإلكترون موجودٌ أينما كنا وأينما نحل ونكون موجودين بالتأكيد. وعليه فإن سؤالنا هل الإلكترون كائن حي؟ يبقى في مدلولات علمنا لما احتواه من عناصر خاصة به وبيئة خاصة به أن نقول نعم إن الإلكترون كائن حي مسخّر لبني البشر كما هي البيئات والكائنات الأخرى مسخرات لبني البشر. إذ يحكمه سلّة من القوانين الطبيعية التي تتناغم مع القوى التي يستخدمها الإنسان في حياته وديمومتها. كائنٌ حيٌّ باعتقادي لأنه يُعطي نتيجة يستفيد منه الإنسان كاستفادته من منتج الحيوان والنبات، ولكن، هل يصل هذا المفهوم ليكون الإلكترون فاعلاً في مكون الروح عند كل كائن حي لوجوده في تكوين كلّ الكائنات ولانطباق الفيزياء وقوانينها على كلّ الكائنات الحية وبيئاتها؟ سؤال مطروح لكلّ الكيانات العلمية للخوض في منتهاه، والوصول بالخيال العلمي لما لم نعرفه بعد من مجريات هذا الخلق الكبير الذي لم يُكتشف منه إلا القليل.

فيزياء تكنولوجيا المعلومات

فيزياء تكنولوجيا المعلومات

إن الأجهزة المألوفة التي نستخدمها لجمع وتحويل ونقل المعلومات الإلكترونية والتفاعل معها، تعمل بصورة مدهشة وفق عدد كبير جداً من الحدود الفيزيائية الأساسية. فجهاز استقبال نظام تحديد الموقع عالمياً (Global Positioning System) (GPS) (مثلاً) يقوم بتصحيحات في حساب إشارات التوقيت التي تأتيه من ساعات ذرّيّة في السواتل (الأقمار الصناعية)، معتمداً على نظريّتَي النسبيّة الخاصّة والعامّة). والمسافة النموذجية ما بين جزيئات الهواء في محرك القرص الثابِتّ أكبر ارتفاعاً من رأس ملفات موجودة فوق سطح القرص. وإن عرض نطاق البث في الدائرة الكهربائية المتكاملة الواسعة النطاق (Very-Large-Scale Integrated Circuits) (VLSI) تقترب من حجم ذرة واحدة. وإن أداء أجهزة استقبال الأقمار الصناعية محدود بسبب صدى الانفجار الكبير.

وبالنظر إلى الأهمية الاقتصادية والفكرية لهذه الحدود الواسعة، فمن المستغرب أن يكون هناك عدد قليل من الناس جاهزين للتصدي لهذه الإشكالات ولفَهْم كيفية عمل تلك الأجهزة، وكيف يمكن (أو لا يمكن) تحسينها، كُلّها تتطلب نظرة عميقة إلى ميّزات القوانين الفيزيائية، إضافة إلى التطبيقات الهندسية.

إن كتاب **فيزياء تكنولوجيا المعلومات** يقدّم هذه الحاجة التي نحن بصددها من خلال إدخال المعادلات المُحْكَمة الأساسية ومن ثم اشتقاق مبادئ الجهاز التنفيذية. فهذا

الكتاب بمحتوياته سيساعد كلاً من علميّي الفيزياء والحاسوب على حدٍ سواء في رؤية ما وراء التقسيم التقليدي الموجود بين الأجهزة والبرمجيات لفهم الآثار المترتبة على النظرية الفيزيائية لمعالجة المعلومات. وضمن هذه الواجهة قد تحدث هناك العديد من التطورات الأكثر دراماتيكية في كلّ المجالات.

الكتاب يبدأ بمقدمة، ومن ثم الوحدات، والقوى، وأساسيات الاحتمالية للضجيج والإشارة، ومن ثم التقدّم الحاصل من خلال كهرومغناطيسية الأسلاك، والاتصالات اللاسلكية، وميكانيكيا الكمّ للإلكترون، والبصريات، والمواد المغناطيسية، ليصل الكتاب إلى مناقشة آليات إجراء العمليات الحسابية، والتخزين، والاستشعار والعرض. ويوجه الكتاب الانتباه من خلال فصوله إلى الفرص الرائعة المرتبطة بتكامل الفيزياء بشكل وثيق، ومع الوصف المنطقي للمعلومة التقليدية والكموميّة.

هذا الكتاب سيكون مفيداً لطلاب الجامعات في الصفوف المتقدمة وطلاب الدراسات العليا في الفيزياء، وعلم الحاسوب، والهندسة الكهربائية، ولكن محتواه الفريد من نوعه سيجعله أيضاً مرجعاً موجِّهاً في متناول أيدي العاملين العلميين، والمهندسين وقادة التكنولوجيا.

سلسلة كامبردج عن المعلوماتية والعلوم الطبيعية

فصلت الأبحاث الأكاديمية والصناعية وصف المعلومات في النظام عن خصائصه الفيزيائية، ولكن العديد من الفرص الأكثر إلحاحاً اليوم والعقبات أيضاً تكمن بحق في هذه الواجهة. فمن السيطرة على ديناميكية نويّة الذرة إلى الحساب لما هو وراء حدود الدوائر الكهربائية المتكاملة، وإلى برمجة التعبير عن السلسلة الجينية إلى اختلاق البنية النانوية، فإن التطور التكنولوجي المتقدم قد جلب لنا تطوراً متكاملاً للعديد من النظريات الفيزيائية العميقة وتطبيقاتها العملية في الأنظمة التي تكشف وتحول وتوصل المعلومات. هذه السلسلة تَرْدمُ الفجوة التاريخية ما بين تمكين البحوث الأساسية وبين وصف المجال المحدد لتطبيقاتها الهندسية من خلال الدراسات التي قادها الباحثون لكِلا المجالين النظري والتطبيقي في الحقول الصاعدة.

إلى جويل، التي أظهرت لي قيمة خلق الأشياء...

وإلى آلن الذي أظهر لي قيمة تصليحها.

تمهيد

ما هي العلاقة بين عرض حزمة خط (Bandwidth) هاتفي ومعدل البِتّات الذي يمكن إرساله عبرها؟ تكتسب المودمات (Modems) سرعة أكبر على الدّوام، لكن ما السرعة القصوى التي يمكن أن تبلغها؟ بعكس ما قد يُظَنّ، هناك أجوبة لهذه الأسئلة الدقيقة التي طرحها عليَّ العديد من الطلبة والأساتذة في معهد ماستشوسيتس للتكنولوجيا (MIT). فقد يعرِفُ مهندس جيد "كلَّ شيء" عن نظرية التشفير (Coding Theory) ومفهوم سعة القناة (Channel Capacity)، لكن دون أن يفهم مصدر الضجيج الذي يحد هذه السّعة. وبالمقابل، فقد يلجأ الفيزيائي إلى مبرهنة التأرجح - التبديد (Fluctuation-Dissipation Theorem) ليشرح سبب ضجيج المقاومات الحتمي، دون أن يعرف شيئاً عن نظرية المعلومات. في حين قد لا يفهم علمي الحاسوب الذي يرسل البيانات عبر خطّ الهاتف أيَّ شيء من كلّ هذا. فمن السّهل جدّاً أن تضيع الجوانب الأكثر أهمّيّة لهذه المسألة، بين كلّ هذه الأقطاب. لقد وجدتُ أن هناك نمطاً يتكرّر كثيراً: ربما الناس لا يقدّرون تطبيقات النتائج الأساسية المفيدة في الأجهزة التي يستعملونها، أو مدى تداعيات معارفهم العمليّة، ولا يمتلكون حساً سليماً لارتباط معارفهم الأكاديمية بأهوائهم الشخصية.

تعمل أجهزة الحَوسبة والاتصال الشائعة الاستعمال لدى معالجتها المعلومات بمحاذاة حدود فيزيائية أساسية لا يمكن تخطّيها. فجهاز استقبال الـ جي بي إس: نظام تحديد

الموقع عالمياً (Global Positioning System) (GPS) مثلاً يقوم بتصحيحات في حساب إشارات التوقيت التي تأتيه من ساعات ذرّيّة في الأقمار الصناعية، معتمداً على نظريّتَي النسبيّة الخاصّة والعامّة، بحيث يحافظ على نسبة خطأ لا تتعدّى النانوثانية(*). بينما يتحرّك الرأس في قرص ذي سعة عالية داخل مسار حرٍّ وسطيٍّ لجزيء هواء واحد فوق الطبق الكبير، وبذلك لا يعود حلّ مشكلة التصميم الأيروديناميكي(**) (Aerodynamic Design) ممكناً عبر نمذجة جريان الهواء باللجوء إلى سلسلة متصلة من المعادلات التفاضليّة الجزئيّة. لقد أوجدت هذه البراعة الفائقة حلولاً عمليةً لمشاكل تكنولوجية كانت تبدو مستحيلة، ولكن التحسينات المُطردة الأسّية التي أصبحنا نعتمد عليها، مثل مضاعفة سرعة المعالجات كلّ بضع سنوات، لا بدّ ستتوقّف عندما تصطدم طرق الضبط الحالية بحدود الفيزياء الأساسيّة. فمن غير الممكن أن يكون حجم أسلاك الدوائر الكهربائية أصغر من حجم الذّرّة أو الإشارات أسرع من الضوء أو حاملات الشحنات أصغر من الإلكترون. وضمن هذه القيود، من الممكن صنع رقاقة شبه موصّل أكسيد الفلز المكمِّل (Complementary Metal OxideSemiconductore) (CMOS) تؤدّي 10^9 عملية النقطة – العائمة (غيغا فلوب) في الثانية، أمّا التيرا فلوب (10^{12}) فمن المستبعد فهم هذه النظم ويتطلب ألفة مع الفيزياء الأساسية كما مع الممارسات الهندسية. وبما أنّه من الصعب اكتساب خلفيّة شاملة، بسبب التفريق التقليدي بين العلوم الأساسية والتطبيقية، صار من السهل أن يقع الطلّاب (كما العاملون في هذا المجال) في أحد فخّيْن، إمّا قبول الخبرة التطبيقية السابقة دون نظرة نقدية أو الحماس المفرط في البحث عن بدائل مستحيلة.

وُلِدَ هذا الكتاب من ملاحظات لمحاضرات كتبتُها لمقرّر درّستُه في مختبر الميديا في معهد ماستشوسيتس للتكنولوجيا. وهدفه الأساسي هو مراجعة معادلات فيزيائية أساسية تحكم عدّة مجالات متعلّقة بتكنولوجيا المعلومات، ثمّ الانتقال، عبر آليات عمل الأجهزة، لفحص كميّ لاستعمالاتها العملية. هناك مقرّر مرافق اسمه طبيعة النمذجة الرياضية

(*) 10^{-9} = nano، أي واحد على ألف مليون من الثانية (المترجم).

(**) وتسمى أيضاً بالديناميكيا الهوائية، إذ تعني حركة الهواء حول شيء ما. ومن إحدى تفسيراتها قابلية الطائرة على الطيران، وعليه فإن أي جُسيم يتحرك في الهواء يتفاعل مع الديناميكيا الهوائية. وضمن هذا السياق فإن الصاروخ المتفجر قبالة منصة الإطلاق والطائرة الورقية في السماء كلاهما يتفاعل ويعتمد على الديناميكا الهوائية (المترجم).

(The Nature of Mathematical Modeling)، يبحث في المستويات التوصيفية الممكنة للنمذجة الرياضية؛ يمكن القول بشكل عامّ وباختصار إنّ هذه المستويات تغطّي قوانين العوالم المنطقية داخل الحاسوب والعالم الفيزيائي خارجه. أمَّنَ اتّساعُ مجال الأبحاث في مختبر الميديا وبالتوازي مع الخلفية العلميّة القوية للطلّاب واهتماماتهم الشخصية بيئةً خصبةً لهذه التوليفة. وبغياب نصّ ملائم لهذا المقرّر بدأت بكتابة ملاحظات لمحاضراتي أعتمدها في التدريس، ثمّ بدأت بتوزيعها على المهتمّين مِن طلّابي وقمت بطباعتها على الحاسوب بعدما تعذّرتْ قراءتُها عليهم، حتّى أخذتْ شكل هذا الكتاب. وأتمنّى أن يكون ادّعاءُ وطموحُ هذا الكتابِ المتمثل في تغطية مجالات مهمّة ومتنوّعة في مساحة ضيقة وهي مجالات لابد من تغطيتها.

أُعرّف في هذا الكتاب "الفيزياء" بتصرّف لتتّسع وتشمل عدة فروع من العلوم الطبيعيّة وركائزها الرياضيّة، وبنفس الطريقة وسّعت تعريف تكنولوجيا المعلومات (Information Technology) لتغطّي عدّة أنواع أنظمة يمكنها أن تكشف، وتبث، وتحوّل، وتخزّن وتُوْصِل المعلومات. إنّ اتّساع وتنوّع المواضيع المُعالَجة يحتّم إغفال بعض التفاصيل، لذا وبالرّغم من تكامل النّص فهو يمرّ سريعاً على معادلات أساسية، كمعادلات جيمس كليرك ماكسويل (James Clerk Maxwell) مثلاً، مُفترِضاً معرفة سابقة بها. لقد حاولت أن أوازن بين هذه المتطلّبات بإدراج لمحة عامّة لتقديم الأفكار الرّئيسية في كلّ قسم، ثمّ إعطاء مؤشرات تزوّد القارئ المهتمّ بما يلزم لمراجعة النصوص والكتب المتخصصة. كما ضمّنتُ الكتابَ لائحةً بمراجع تتميّز بأهمّيتها في آخر كلّ فصل. وقد حاولت، قدر الإمكان، تجميع المعلومات التي أستعملها بشكل دائم، ولكن غالباً ما أضطرّ للتفتيش عنها، في مكان واحد.

يمكن إيجاد التقنيات الرياضية غير المعروفة بالضرورة في [Gershenfeld, 1999a] أمّا تداعياتها واستعمالاتها فمشروحة في [Gershenfeld, 1999b]. بدأت هذا الكتاب قبل البقية ولكنّه كان آخر واحد أنهيته بسبب تحدّي تضمينه عمقاً كافياً لشرح أيّ مجال على حدة، وما يكفي من اتّساع أفق ليواكب التطوّرات السريعة. حاولت من خلاله، تجريد المبادئ التي لا يحدّها زمانٌ والتي يمكن تطبيقها على الهواتف الوتريّة أو الناقلات الكميّة على السواء.

أودّ هنا التعبير عن امتناني لمختبر الميديا الذي أتاح لي فرصة تحضير وتدريس هذه المادّة، وللطلّاب الذين عانوا مع مسوّدات تراوحت جودتُها بين ”غير مكتملة“ و”غير صحيحة“، كما لملاحظات قرّائي، ولسوزان مورفي - بوتاري (Susan Murphy-Bottari) وكفاءتها في مواجهة المشاريع الطموحة فوق المعقول، وأخيراً لداعمي مختبر الميديا الكُثُر لكرمهم ومشاركتهم في الأبحاث قبل هذا الكتاب وبعده.

كامبردج، ماساتشوسيتس نيل غرشنفيلد

آذار/ مارس 2000

الفصل الأول

مقدّمة

ما حاجة الحوسبة للطاقة؟

تحتاج الحوسبة للطاقة لضمان اللاعكوسية (Irreversibility) وسيرِ الحسابات إلى الأمام (من المدخلات إلى المخرجات) وليس العكس، ولأنّ المحو المنطقي يحتّم تبديداً بسبب ضغط فضاء – الطور (Phase–Space).

ما هو الحاسوب الكموميّ؟

هو حاسوب يعمل على البِتّات الكموميّة (Quantum Bits) التي بإمكانها أن تكون في حالة تراكب حالات مختلفة بنفس الوقت وتحافظ على ربط (يُسمّى تشابكات (Entanglement)) يلحقها تفاعل. هذه الخصائص تغيّر ترتيب حوسبة الكثير من المسائل المهمة، مثل تصغير حاجة العوملة للوقت من وقت أُسّي إلى متعدد الحدود بالنسبة إلى عدد البِتّات.

ما الذي يحدّ من كثافة البِتّ (Bit) في ذاكرة شبه – موصلات؟

الـ طبع ضوئي (الليثوغرافيا) (Lithography) (محدودة بطول الموجة المستعملة لنمط خلية ذاكرة والحصيلة الناتجة)، الكهروهجرة (Electromigration) (عندما تكون الذرّات المُستعملة في السلك قليلة فإنّها تستجيب لمسارات التيارات)، والسعة الكهربائية (Capacitance) (عندما تكون الإلكترونات المُستعملة قليلة يصبح تقلّبُ عددها كبيراً).

ما الذي يحدّ من كثافة البِتّ في الأقراص الصلبة الشائعة؟

جدرانُ طاقةِ المجالِ المغناطيسي وعلوّ الرّأس.

ما الذي يحدّ من كثافة البِتّ في التخزين الضوئي؟

حدود حيود الضوء المُرَكَّز التي تتناسب طردياً مع طول الموجة.

لماذا توجد أسلاك زوجية ملتوية وأسلاك موحدة المحور؟

لتقليل توليد الإشعاعات غير المرغوبة والحساسية والتداخل، ولتوجيه الإشارة بفاعلية. فمن الأفضل استعمال الأزواج الملتوية في حالة الترددات المنخفضة، والأسلاك الموحدة المحور في حالة الترددات العالية.

من أين يأتي الضجيج الإلكتروني، وكيف يحدّ من معدل البيانات؟

يأتي الضجيج من تقلّبات الديناميكيا الحرارية (الثرموديناميكيا) (Thermodynamic Fluctuation)، وعيوب التناثر، وإحصاءات الحجم المتناهي الصِغَر. فسعةُ قناة الاتصال تَكبُرُ متناسبةً مع لوغاريتم نسبة الطاقة في الإشارة إلى الضجيج.

ما هو الكريستال السائل وكيف يرنّم الضوءَ؟

إنّه مادّةٌ تملك نظماً توجيهية بعيدة المدى دون نُظُم انسحابية. بإمكانه تحت تأثير حقل ما تدوير اتجاه استقطابِ الضوء وبالتالي ترنيم شدة الضوء في حال كانت المادة محصورة بين مستقطبين.

تشكّل هذه الأسئلة أمثلة عن الطرق المتعددة التي تتّبعها أجهزة شائعة للكشف ومعالجة وتخزين وتوصيل المعلومات تعمل بشكل مدهش بمحاذاة حدود فيزيائية أساسية.

هدف هذا الكتاب هو البحث في كيفية عمل هذه الأجهزة، وكيفية استعمالها، وحدود أدائها، وكيف يمكن تحسينها. هذا الأمر يتطلّب توسيعَ الألفة بالمعادلات الفيزيائية المتحكِّمة بحيّز واسع من التصرفات، بالإضافة إلى الأدوات الرياضية الضرورية

لتداول هذه المعادلات. وهدف آخر مهمّ هو تزويد القارئ بما يلزم لإيجاد أجوبة كميّة لهذه الأسئلة.

ملاحظة ”تربوية“ (Pedagogy): إنّ قراءة كتاب فيزياء هي عملية ممتعة بقدر قراءة كتاب طبخ أو كتاب عن التمارين الرياضية. قد تكون مفيدة ولكنّها لا ترقى لتكون بديلاً عن تجربة حلّ المسائل والتمارين فعليّاً. يحوي كلّ فصل مسائل وتمارين تطبّق وتشرح الأفكار التي تسبقها، تتراوح بين الحسابات البسيطة وأسئلة بحثية مفتوحة. وبما أنّ الكتاب يهدف أيضاً إلى تطوير مهارات حلّ المسائل، فالاطّلاع على الحلول المُرفَقة قبل حل المسألة يعيق الإفادة من الكتاب خاصّة أنّ المسائل والمشاكل الحقيقية التي سيواجهها القارئ لاحقاً لا تأتي مع أجوبتها.

ملاحظة «معرفية» (Epistemology): من الضروري التمييز بين الحقيقة والنموذج. فهذا الكتاب يتضمّن وصف نماذج متعدّدة لتصرّفات مختلفة، هي نتاج الملاحظات التجريبية والاستنباط النظري. وبينما يخوّلنا النموذج الجيّد شرح ما نعرفه أصلاً بشكل مختصر وتوقّع ما لا نعرفه بعد، فإنّه لا يحوي بالضرورة توجيهاً إلى حقيقة كامنة وراءه.

يعتقد بعض الفيزيائيين بوجود أجوبة صحيحة بالمطلق وباقتراب هذه النماذج منها، ويعترض آخرون بشدّة على هذه الفكرة. ولكن يتّفق الجميع على أهمّية النماذج الحالية وطريقة تداولها.

إنّ الحقيقة والمعنى مفهومان قد نختارهما ونُلْحِقهما بهذه النماذج، ولكن وجودهما أو عدمه لا يؤثّر في استعمال النماذج، فهما بحدّهما الأقصى يوجّهان ما نختاره ونفكّر فيه. هذا التمييز مهمّ جدّاً خاصة أنّ تاريخ العلوم يزخر بصراعات ناتجة عن معتقدات مسبقة كانت أقوى من نتائج التجارب، بسبب لجوء البعض عند مواجهة مزاعم غير مُتَوَقّعة إلى الدفاع عن نماذج كانوا يعتبرونها صحيحة بدل انفتاحهم على البراهين في ذاتها.

الفصل الثاني

التفاعلات، الوحدات والمقادير

تغطّي تكنولوجيا المعلومات الحديثة حيزاً واسعاً من مراتب الأحجام؛ فقد يحدث أن نُرسل بِتّات خلايا ذاكرة لا يتخطّى حجمها الـ 10^{-7}م إلى قمر صناعي متزامن (Geosynchronous) مع الأرض على مسافة تُقدّر بـ 10^{-7}م. ومن المهم أن نكون مرتاحين إلى مراتب المقادير وآليات التفاعل المرتبطة بها المستخدمة في الممارسة. سأبدأ أولاً بمراجعة تعاريف وحدات قياس مهمّة ثمّ أقوم باستعراض أنواع القوى وأنظر أخيراً في أرقام نموذجية في أنظمة متعدّدة.

1.2 الوحدات

يمتلك الرقم 10 المرفوع إلى مراتب أسس متعددة أسماء لكثرة استعمالها، فمن الأسهل لفظ نبض بصري من فمتوثانية (Femtosecond Optical Pulse) بدلاً من «نبض بصري 0,000,000,000,000,001 ثانية» عند التكلّم عن ظواهر من هذه المرتبة (حيث تدوم دورة الضوء ما يقارب الفمتوثانية). وتتكاثر هذه التسميات بسبب نُموّ قدرتنا السريع على العمل على أنظمة كبيرة وصغيرة، فقد نريد قراءة بيانات أنظمة تخزين تيرّابايتية (Terabyte Storage System) من خلايا ذاكرة لا تتعدّى الفمتوفاراد، ولذا فمن المفيد حفظ البادئات في الجدول رقم 1.2.

بالطبع يجب أن تقاس الكمّيات الفيزيائية في إطار نظام وحدات، وهناك العديد من الخيارات الملائمة لأنظمة وتطبيقات مختلفة. إنّما لارتباطها ببعضها يكفي تعريف عدد

صغير من الكمّيات الأساسية لاشتقاق البقية منها. يتغيّر اختيار هذه الكمّيات الأساسية لتعريفها مع الوقت عاكساً التطوّر التكنولوجي، فبما أنّ الساعات الذرية تقيس الوقت بدقة عالية (تغاير صغير (Small Variance)) وضبط (انحياز صغير (Small Bias)) أصبح تعريف المتر بالنسبة إلى الوقت وسرعة الضوء أكثر وثوقية من قضيب مرجعي في المكتب الدولي للأوزان والمقاييس (Bureau International des Poids et Mesures) (BIPM, http://www.bipm.fr) في سيڤر (Sèvre) في فرنسا. بالمقابل لا يزال الكيلوغرام معرّفاً بالاعتماد على أسطوانة من البلاتين – الإيريديوم (Platinum-Iridium) محفوظة في المكتب الدولي للأوزان والمقاييس بدل الاعتماد على عملية فيزيائية أساسية، ما يشكّل خيبة أمل كبيرة لعلم القياس. فبالإضافة إلى صعوبة نسخها يتسبّب تراكم الملوثات على سطحها بزيادة كتلتها بحدود جزء من 10^9 بالسنة، ما يحتّم قياسها فقط بعد عملية تنظيف خاصّة [Girard, 1994].

المجموعة الأكثر شيوعاً لقاعدة تعريف الكمّيات المستخدمة هي النظام العالمي للوحدات

(Système International d'Unités) (SI) [BIPM 1998](*):

الطول: متر (م) (m)

المتر هو المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ في مدة 1/ 299792458 من الثانية.

الكتلة: كيلوغرام (كغ)(kg)

الكيلوغرام هو وحدة الكتلة، وهو مساوٍ لكتلة النموذج الأصلي الدولي (International Prototype) للكيلوغرام.

التيار الكهربائي: أمبير (A)

الأمبير هو التيار الثابت الذي إذا ثبّت في موصّلين مستقيمين متوازيين لامتناهيي الطول، على أن يكون قطرهما الدائري متناهي الصغر ويفصل بينهما متر واحد في الفراغ، ينتج عنه قوّة جذب بين هذين الموصّلين تساوي 2×10^{-7} نيوتن بالمتر (N/m). (انظر المسألة 4.5)

(*) سنحاول في هذا الكتاب استخدام الأوزان والقياسات خاصة في المعادلة برمزها الأجنبي لغرض عدم تغيير أصل المعادلات الأساسية (المترجم).

جدول **1.2**: مراتب المقادير

الرمز	البادئة	المقدار	الرمز	البادئة	المقدار
Y	يوتو	10^{24}	y	يوكتو	10^{-24}
Z	زيتا	10^{21}	z	زيبتو	10^{-21}
E	إكسا	10^{18}	a	أتو	10^{-18}
P	بيتا	10^{15}	f	فمتو	10^{-15}
T	تيرا	10^{12}	p	بيكو	10^{-12}
G	غيغا	10^{9}	n	نانو	10^{-9}
M	ميغا	10^{6}	µ	مايكرو	10^{-6}
k	كيلو	10^{3}	m	ميللي	10^{-3}
h	هكتو	10^{2}	c	سنتي	10^{-2}
da	ديكا	10^{1}	d	دسي	10^{-1}

الوقت: ثانية (ثا) (s)

الثانية هي المدّة اللّازمة لـ 919263170 دورة إشعاعات مرافقة للانتقال بين مستويين فائقَي الدقة لحالة الطاقة القاعدية لذرّة السيزيوم-133 (Cesium-133).

درجة الحرارة: كلڤن (ك) (Kevin) (K)

كلڤن، وحدة درجة الحرارة الديناميكية، هي 1/ 273.16 من درجة الحرارة الديناميكية للنقطة الثلاثية للماء. (درجة الحرارة بالسيلسيوس تساوي درجة الحرارة بالكلڤن زائد 273.15. النقطة الثلاثية هي درجة الحرارة والضغط حيث يكون الماء في حالاته الثلاث، سائل وصلب وغازيّ. وقد ثُبّتت هذه النقطة عند 0.01 درجة مئوية وهي تزوّدنا بمرجع موثوق أكثر من الدرجة صفر مئوية المعرّفة أصلاً بصفتها نقطة تجمّد الماء في ظلّ ضغط جوي عادي).

الكمّية: مول (mol)

المول هي كمّية المادّة لنظام يحوي كيانات أوّلية بقدر ما يوجد ذرّات في 0.012 kg من الكربون 12 (أي ثابت أڤوغادرو: $6.022... \times 10^{23}$).

الشدّة الضوئية: شمعة (cd)

الشمعة هي الشدّة الضوئية في اتجاه معيّن، من مصدر يبعث إشعاعات أحادية اللون ذات ترددات تساوي 540×10^{12} هيرتز وشدّة إشعاعية في نفس الاتجاه تساوي 1/ 683 واط لكل ستراديان (W/ Steradian). (يوافق هذا التردد طول موجة 555 نانومتر (nm) حيث تكون العين أكثر حساسية، أمّا القسمة على 683 فتظهر لموافقة هذا التعريف بتعريف سابق كان يعتمد على البث من بلاتين متصلّب، بينما الستراديان هو الزاوية الصلبة المقابلة لوحدة مساحة على سطح كرة، بنصف قطر واحد؛ لمعرفة المزيد عن السطوع (Luminosity) راجع الفصل الحادي عشر).

تُشتقّ الكثير من الوحدات من هذه الوحدات السبع وتُعرَّف بالنسبة إليها، مثل:

السعة: فاراد (ث^{4}× أمبير^{2}× كغ ^{1}× م ^{2}) $(F = m^{-2}. s^{4} . kg^{-1}. A^{2})$

الفاراد هو سعة مكثّف بين صفيحتين يُظهِر فرق كمون ڤولط واحد، إذا ما شُحِن بكمّية كهرباء من كولوم واحد(*) (1 Coulomb) .

الشحنة: كولوم (C) (أمبير× ث) (A.s)

الكولوم هو كمّية الكهرباء المنقولة بتيار من أمبير واحد خلال ثانية واحدة.

الطاقة: جول (م^{2}× كغ × ث ^{2}) $(J = m^{2} . kg \ . s^{-2})$

الجول (J) هو العمل المنجز عند إزاحة نقطة تطبيق قوة من نيوتن واحد لمسافة متر واحد في اتجاه القوة. (تذكير: الطاقة هي القوة × المسافة).

القوة: نيوتن (م × كغ × ث ^{2}) $(N = m . kg . s^{-2})$

النيوتن هو القوة المستعملة على جسم كتلتُه كيلوغرام واحد لتُعطي تسارع متر واحد بالثانية المربّعة. (تذكير: القوة = كتلة × تسارع).

(*) ومن وحدات قياس SI لقياس الشحنة الكهربائية، مساوية لكمّية الكهرباء المنقولة في ثانية واحدة بواسطة تيار أمبير واحد (المترجم).

التنوير (Illuminance): لكس (شمعة × م ^2^) $(lux\ lx = cd\ .\ m^{-2})$

اللُكس يساوي إنارة شمعة واحدة في متر مربّع واحد.

الحث (Inductance): هنري (م ^2^× كغم × ث ^2^× أمبير ^2^)

$(henry\ H = m^2\ .kg\ .s^{-2}\ .A^{-2})$

الهنري هو حث دائرة كهربائية مغلقة حيث إذا كان تغيُّر التيار الكهربائي منتظماً ومساوياً لأمبير واحد بالثانية فينتج عنه قوة محرّكة كهربائية تساوي ڤولط واحد.

الدفق الضوئي (Luminous Flux): لومن (lumen) (شمعة).

يساوي اللومن الواحد دفقاً ضوئياً منبعثاً داخل زاوية صلبة من ستراديان واحد، مصدره نقطة ذات شدّة إنارة منتظمة تساوي شمعة واحدة.

دفق مغناطيسي (Magnetic Flux): ويبر (م^2^× كغ × ث ^2^× أمبير ^1^)

$(weber\ Wb = m^2.kg.s^{-2}.A^{-1})$

الويبر هو الدفق المغناطيسي الذي يولّد في دائرة ذات دورة واحدة قوّة محرّكة كهربائية تساوي ڤولطاً واحداً بينما يتقلّص منتظماً إلى صفر خلال ثانية واحدة.

كثافة الدفق المغناطيسي (Magnetic Flux Density): تسلا (Tesla) (كغ × ث ^2^ × أمبير ^1^)$(tesla\ T = kg.s^{-2}.A^{-1})$

التسلا هي كثافة دفق مغناطيسي ويبر واحد في متر مربّع واحد.

القدرة (Power): واط (م^2^× كغ × ث ^3^) $(watt\ W =\ m^2\ .kg.s^{-3})$

الواط هو القدرة التي تسمح بإنتاج طاقة بمعدل جول واحد بالثانية.

الضغط: باسكال (Pascal): (كغم×م ^1^×ث ^2^) $(Pascal\ Pa = m^{-1}.kg.s^{-2})$

الباسكال هو ضغط نيوتن واحد في متر مربّع واحد.

كمون (Potential): ڤولط (م^2^× كغم × ث ^3^× أمبير ^1^) $(volt\ V = m^2.kg.s^{-3}.A^{-1})$

الـڤولط هو الفرق في الكمون بين نقطتين من موصّل يحمل تياراً ثابتاً يساوي أمبيراً واحداً وتكون القدرة المبدّدة بين هاتين النقطتين واطاً واحداً.

الجدول 2.2: عوامل تحويل مختارة

داين (dyne) غم×سنتم\ث^{2}	=	1×10^{-5}نيوتن
إرج (erg) غم×سنتم^{2}\ث^{2}	=	1×10^{-7}جول
حصان (horsepoewer)	=	745.7واط
أتموسفير (atmosphere)	=	101325 باسكال
طن أميركي (short ton)	=	2000 رطل
	=	907.18474 كغ
إلكترون ڤولط (electronvolt)	=	$1.602176462\times10^{-19}$ جول
وحدة الكتل الذرية (amu)	=	1.66053873×10^{-27} كغ
أنغستروم (angstrom)	=	1×10^{-10} م
فيرمي (fermi)	=	1×10^{-15} م
فرسخ فلكي (parsec)	=	3.085678×10^{16} م
مِيل (mile)	=	1609.344 م
قدم (foot)	=	0.3048 م
بوصة (inch) إنش	=	0.0254 م
ليتر (liter)	=	0.001 م^{3}
رطل (pound)	=	0.45359237 كغ
رطل - قوة (pound-force)	=	4.44822 نيوتن

المقاومة (Resistance): أوم (م^{2}×كغ×ث$^{-3}$×أمبير$^{-2}$) ($\text{Ohm}\ \Omega = m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}$)

الأوم هو المقاومة الكهربائية بين نقطتين من موصّل كهربائي مع فرق كمون ثابت يساوي ڤولطاً واحداً ويمرّ بينهما تيار أمبير واحد. (استُبدل مؤخراً التعريفان المشتقّان للڤولط والأوم بتعريفين أساسيين يثبّتانهما بالنسبة إلى الجهد الكهربائي في وصلة جوزفسون (Josephson Junction) ومراحل المقاومة في تأثير هالّ الكموميّ (Quantum Hall Effect)) (Zimmerman,1998) كما يمكن تعريف السعة عبر عدّ

الإلكترونات على جهاز عبور نفقي لإلكترون وحيد (Single-Electron Tunneling (SET)) (Keller et al., 1999)).

من المهم مراعاة هذه الوحدات حسب تعريفاتها. فالكثير من الأخطاء الحسابية تُكتشف عند التأكّد من أنّ الوحدات النهائية صحيحة، كما يمكن القيام بتقدير تقريبي لجواب مسألة بالاعتماد على الوحدات المناسبة للأطراف المعنية (هذا موضوع التحليل البُعدي (Dimensional Analysis)). إنّ وحدات الـ كهرومغناطيسية (Electromagnetic) محيّرة بشكل خاص ولذلك سنتطرّق إليها بتفصيل أكثر في الفصل الخامس. ويمكن تسمية النظام الدولي للوحدات (MKS) لأن الوحدات مبنية فيه على المتر (M) والكيلوغرام (K) والثانية (S). ومن الأفضل في بعض المسائل استعمال نظام cgs المعتمد على السنتيمتر (c) والغرام (g) والثانية (s). يكثر استعمال الـ MKS في مجال الهندسة بينما يكثر استعمال الـ cgs أكثر في الفيزياء. لقد عُرّف عددٌ من الوحدات بسبب سمات مميّزة أو تطبيقات تاريخية؛ بعضها سيكون مفيداً لاحقاً وهو معرّف في الجدول 2.2.

غالباً ما تكون معرفة قيمة إحدى الكمّيات بالنسبة إلى أخرى أكثر أهمية من معرفة الكمّية بذاتها. تقاس نسبة مقدارين X_1 وX_2، بـالـ ديسيبل (Decibel) (dB) المعرّفة كما الآتي:

$$dB = 20 \log_{10} \frac{X_1}{X_2} \qquad (1.2)$$

فإذا كانت القدرة (الطاقة في وحدة الزمن) في الإشارتين P_1 وP_2، نحصل على:

$$dB = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2} \qquad (2.2)$$

وذلك لأنّ القدرة هي المربّع الوسطي للسعة (الفصل الثالث)، وللاتساق مع المعادلة (1.2) نزيد عامل 2 على الأس. فزيادة 10 dB تمثل زيادة 10 مرّات القدرة النسبية بين هاتين الإشارتين، أو 2.3 مرّات بين قيمتيهما. فتغيير 3 dB بالقدرة هو تغيير بنسبة 2.

يأتي الاسم ديسيبل من مختبرات بِلّ (Bell Lab)، فقد وجد المهندسون في ذلك المختبر، العاملون على أنظمة هاتفية، أنّه من الأسهل قياس الكسب أو الخسارة في الأجهزة

عبر سلّم لوغاريتمي. وبما أنّ لوغاريتم حاصل ضرب عددين يساوي جمع لوغاريتميهما تمكّنوا من إيجاد الكسب الإجمالي للأنظمة عبر جمع لوغاريتمات المكوّنات، كما أنّ استعمال اللوغاريتمات سَهَّل العمل على أرقام كبيرة. وقد سمّوا اللوغاريتمات على قاعدة 10 بِل (Bel)، تيمّناً بـ أليكساندر غراهام بِلّ (Alexander Graham Bell)، وبعد ضربه بـ 10 للحصول على رقم مهم إضافي، فهم حصلوا على عُشر البل أي الديسيبل.

بما أنّ بعض مستويات الديسيبل المرجعية تظهر كثيراً لدى العمل فقد أُعطيتْ أسماء خاصّة، من بينها:

- dBV ديسيبل ڤولط (Decibel Volt): تقيس إشارة كهربائية بالنسبة إلى ڤولط واحد.

- dBm ديسيبل ملي واط (Decibel-milliwatts): تقيس بالنسبة إلى إشارة ملي واط واحد (1 mW). تعتمد القدرة على الحمولة (غير المحددة بالغالب) وتساوي عادةً Ω 50 لإشارات الترددات الراديوية (Radiofrequency) وΩ 600 لـ ترددات الصوتية (Audio Frequency) (يغطي الفصل السادس موضوع الحمولات). ويسمى هذا في التسجيل الصوتي مقياس حجم الصوت (Volume Unit) (VU).

- dBspl (Decible Sound Pressure Level): تقيس مستوى ضغط الصوت (Sound Pressure Level) (SPL) بالنسبة إلى ضغط مرجعي يساوي $2 \times 10^{-5}\ Pa$ «باسكال»، أنعم صوت يمكن أن تميّزه الأذن، بينما يكون ضغط صوت طائرة نفاثة لدى الإقلاع 140 dBspl تقريباً.

أخيراً تجدون في الجدول 3.2 بعض الأعداد الأساسية الثابتة الملاحَظة في الطبيعة التي سنستعملها في هذا الكتاب. الأرقام بين مزدوجين في هذا الجدول هي انحرافات الخطأ المعيارية (Standard Deviation Uncertainty) (انظر الفصل الثالث من هذا الكتاب) على الأعداد الموافقة، وهكذا على سبيل المثال، يكون الخطأ في تقدير مقدار G هو 0.010×10^{-11} (وهو خطأ محرج إذا ما قورن بالأخطاء على قيم الثوابت الأخرى (Gundlach et al., 1996)).

استُبعِدَت سرعة الضوء من هذه اللائحة، وبما أنّ قيمتها قد حُدّدت بالضبط كإحدى وحدات النظام العالمي SI، في حين حُدّدت الثوابت الأخرى من خلال اللجوء

إلى تجارب قياسية متقنة. حيث تقوم عدّة فِرَق مختلفة بهذه القياسات ما يؤدّي إلى وجود عدّة قيم لا تتفق، لسوء الحظ، دائماً مع تقديراتهم الحذرة من الخطأ. ولهذا السبب، قام المجلس الدولي للاتحادات للعلوم (International Council of Scientific Union) في عام 1966م بإنشاء لجنة بيانات العلوم والتكنولوجيا Committee on Data for) (CODATA) Science and Technology) لاستمثال شامل لبياناته وإعطائها مجموعة قيم متّسقة داخلياً. كان آخر تعديل عام 1998، وهو متوافّر على صفحة الإنترنت / / :http .physics.nist.gov

2.2 الجسيمات والقوى

يُبنى العالَم على جسيمات أوّليّة وعلى التفاعلات فيما بينها. هناك عددٌ من الانقسامات الطبيعية في المنظومة من حيث الطاقة والمسافات التي تحدث بين هيكلية نواة الذرة وبنية الكون. لذلك من المفيد استعراض هذا الحيز من الهيكليات لفهم الأنظمة ذات العلاقة لحاضر ومستقبل تكنولوجيا المعلومات.

جدول 3.2 ثوابت أساسية مختارة

ثابت الجاذبية (G)	=	$6.673(10) \times 10^{-11}$ m^3. Kg^{-1} .s^{-2}
سرعة الضوء (c)		2.99792458×10^{8} m/s
الشحنة الأولية (e)		$1.602176462(63) \times 10^{-19}$ C
ثابت بولتزمان (k)		$1.3806503(24) \times 10^{-23}$ J/K
ثابت بلانك (h)		$6.62606876(52) \times 10^{-34}$ J.s
$\hbar$ $h/2\pi$		$1.054571596(82) \times 10^{-34}$ J.s
ثابت أڤوغادرو (N_A)		$6.02214199(47) \times 10^{23}$ mol-1
كتلة الإلكترون (m_e)		$9.10938188(72) \times 10^{-31}$ kg
كتلة البروتون (m_p)		$1.67262158(13) \times 10^{-27}$ kg
ثابت الغازات (R)		$8.314472(15)$ J.mol^{-1} . K^{-1}
سماحية الفراغ (ϵ_0)		$10^7/(4\pi c^2) = 8.854188\ldots \times 10^{-12}$ F/m
نفاذية الفراغ (μ_0)		$4\pi \times 10$-7 H/m

تبدأ القصة مع فيزياء الكمّ (Quantum Physics) وقوانينها التي تحكم الجسيمات الصغيرة جداً. فقد قام ماكس بلانك (Max Plank) عام 1900، لعدم قدرته على شرح طيف الضوء المنبعث من فرن ساخن، باقتراح أنّ طاقة الضوء كموميّة ووحدتها $E = h\nu = hc/\lambda$، حيث تمثّل ν الترددات و λ طول الموجة أمّا h $6.266...x10^{-34}$ J. s فيُسمى اليوم ثابت بلانك (Planck's Constant). ثمّ قام إينشتاين (Einstein) عام 1905 انطلاقاً من نتيجة بلانك بإدخال مصطلح الفوتون بدون كتلة بصفته المكوّن المتقطّع للضوء، وفي عام 1924 وسّع دي بروي (de Broglie) علاقة طول الموجة (Wavelength) حتى أصبحت تغطّي الأجسام الثقيلة كما الأجسام بدون كتلة $\lambda = h/p$ وتُسمّى λ طول موجة دي بروي (de Broglie Wavelength). وهي ناتجة عن ثنائية الموجة – الجسيمة (Wave-Particle Duality): فكلّ الجسيمات الكموميّة تتصرّف وكأنّها أمواج وجسيمات، فقد يحيد مسار الإلكترونات أو البروتونات مثل موجة لدى مرورها من خلال ثقوب متدرّجة، بينما يقوم كاشف إلكترونات أو بروتونات بتسجيل وصول جسيمات منفردة. تتّضح التأثيرات الكموميّة بالعادة كلّما اقترب حجم الجسم من طول موجة دي بروي.

تنقسم الجسيمات الكموميّة بين فيرمونات (مثل الإلكترون) وبوزونات (Bosons) (مثل الفوتون)، ويختلفان عن بعضهما أكثر من اختلاف كلّ ما هو موجود في الكون. سنرى لاحقاً أنّ البوزونات هي جسيمات ذات حالات كموميّة متناظرة بالنسبة إلى تبادل الجسيمات وذات عدد دوران كموميّ (Spin Quantum Number) صحيح، كما أنّه من الممكن وجود عدّة بوزونات في حالة كموميّة واحدة. بينما تملك الفيرمونات عدد دوران كموميّ نصف صحيح، وتوجد في حالات معاكسة التناظر (Antisymmetric) بالنسبة إلى تبادل الجزيئات، ولا يمكن أن تكون لعدّة فيرمونات نفس الحالة الكموميّة بنفس الوقت. العدد الكموميّ الدوراني هو خاصية مجردة للجسيمات الكموميّة ولكنّه يتصرّف كما لو أنّه زخم زاويّ (Angular Momentum) (كما لو أنّ الجسيم يدور فعلاً).

يمكن أن تتفاعل الجسيمات فيما بينها بواسطة أربع قوى: الجاذبية (Gravitational)، والكهرومغناطيسية (Electromagnetic)، والقوة الضعيفة (Weak Force)، والقوة القوية(*) (Strong Force). القوتان الأوّليتان معروفتان بسبب مداهما اللامتناهي، أمّا

(*) يقصد هنا بالقوة القوية، القوة النووية والنيترونية، ويذهب بعض العلماء إلى اعتبار القوة الهيدروجينية الناتجة من تأثير الأصرة الهيدروجينية عند تفككها في بعض التفاعلات هي أيضاً من القوى القوية (المترجم).

الأخيرتان فتعملان على مدى قصير وترتبطان بعمليات نووية وشبه نووية (حيث يبلغ طول مدى القوة القوية تقريباً بحدود الـ $10^{-15}\ m$ أمّا الضعيفة فمداها بحدود الـ $10^{-18}\ m$). تنبع أهمية القوة الكهرومغناطيسية من شدّتها. فلو كانت الجاذبية هي المسؤولة الوحيدة عن تماسك الذرة الكموميّة (مثل نظام شمسي صغير) لَبَلَغَ حجمها $10^{23}\ m$ بدلاً من $10^{-10}\ m$. إنّ القوى الماكروسكوبية التي نحس بها، مثل صلابة الحائط، تنتقل إلينا بواسطة القوة الكهرومغناطيسية عبر تفاعل الإلكترونات في ذرّاتنا مع الإلكترونات في ذرات سطح الحائط ولكن وصفها عبر قوى وهمية ونافذة مثل قول "الحائط صلب" هو أسهل بالنسبة إلينا.

كان يُظَنّ قديماً أنّ القوى لا تنتقل إلا عبر مادة وسيطة، كـ الأثير (Ether) للقوة الكهرومغناطيسية. ولكن نفهم الآن أنّ القوى تعمل عبر تبادل بوزونات بقياس ذات عدد دوران-1؛ فالفوتون حامل للتفاعل الكهرومغناطيسي (بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي)، أمّا بوزونات الـ $W^{\pm}$ وZ^{0} فهما حاملا التفاعل الضعيف، بينما هناك ثمانية غليونات (Gluons) حوامل التفاعل القوي (ليس هناك نظرية كموميّة للجاذبية بعد). تسمّى نظرية التفاعل الكهرومغناطيسي الكموميّ بـ الكهروديناميكا الكموميّة (QED) (Quantum ElectroDynamics)، أمّا تلك التي تدرس التفاعل القوي فتسمّى الكروموديناميكا الكموميّة (QCD) (Quantum ChromoDynamics). فالتفاعلان الضعيف والكهرومغناطيسي يشكّلان معاً موضوع نظرية الكهروضعيفة (Electroweak Theory) وهي تشكّل مع الـ QCD أساس النموذج المعياري (Standard Model)، الذي يشكّل بدوره خلاصة فهمنا الحالي لفيزياء الجسيمات.

إن مجموعة الملاحظات التجريبية والاستقراءات النظرية تمكّننا من التنبّؤ بأغلب التصرّفات بنجاح وبدقّة عالية، ولكن تواجهنا علتان: تمتلك تلك النظرية ما يقرب من العشرين متغيّراً يُتحكَّم بها ويجب تحديدها عبر التجربة، إضافة إلى أنّها لا تشرح الجاذبية. بالمقابل تبدو نظرية الأوتار (String Theory) (Giveon & Kutasv, 1999)، التي هي إعادة صياغة لنظرية الجسيمات، تنطلق من أنّ الأشكال الرياضية الأساسية عبارة عن حلقات لولبية وليس نقاطاً، وكأنّها تعالج هاتين المشكلتين، ولذا فهي تحظى باهتمام كبير بين مجتمع علميّ الفيزياء النظريين، مع أنّها مازالت غير قادرة على القيام بتنبؤات يمكن التأكّد منها عبر التجارب.

إنّ أصغر الجسيمات الثقيلة التي نعرفها هي الـ كواركات (Quarks) والـ

ليبتونات (Leptons)، وبينما ليس هناك ما يحتّم علينا افتراض عدم وجود أيّ شيء تحت الكواركات (كأن يكون هناك سلاحف تحملها)؛ لا يوجد ما يدفعنا لافتراض الآن وجود أيّ شيء تحتها. تبدو الكواركات والليبتونات في تجارب التناثر، المستعملة لدراسة فيزياء الجسيمات، كما لو أنّها جسيمات – نقطة بدون بنية داخلية. بالإضافة لذلك فهي فيرمونات ذات عدد دوران نصف صحيح (Spin-1/2). تتفاعل الليبتونات بواسطة التفاعلات الكهرومغناطيسية والضعيفة وتأتي دائمًا في أزواج فهناك: الإلكترون (Electron) ونيوترينو الإلكترون (Electron Neutrino) اللذان يرمز لهما بـ (e^-, ν_e)، وهناك الميون (Muon) والنيوترينو (Neutrino) الخاص به ويرمز لهما بـ (μ^-, ν_μ)، التاو ليبتون (Tau Lepton) والنيوترينو الخاص به ويرمز لهما بـ (τ^-, ν_τ). إنّ الميونات (Muons) والتاو ليبتونات غير مستقرّة، ولذلك فهي لا تظهر إلّا في المسرّعات أو تفكك الجسيمات أو الأشعة الكونية. أمّا النيوترينات وبسبب أنّها تتفاعل بواسطة التفاعل الضعيف فقط، فبإمكانها عبور سنة ضوئية من الرّصاص دون أن تكشف؛ ولكنّها بالغة الأهمّيّة لتوازن طاقة الكون فلو كان لها كتلة (Fukuda, 1998) لكان لذلك تداعيات هائلة على مصير الكون. أمّا الكواركات فتتفاعل عبر التفاعلات القوية والضعيفة والكهرومغناطيسية وتأتي في أزواج أيضاً: علوي (Up) وسفلي (Down)، أنيق (Charm) وغريب (Strange)، قمة (Top) وقعر (Bottom). ليست هذه التسميات الطريفة إلا تصنيفات للحالات المجرّدة الكامنة. يملك أوّل عنصر من كلّ زوج شحنة 2/3+ والثاني شحنة −3/ 1 ونكهة كلّ شحنة تأتي في ثلاثة ألوان (هنا أيضاً ليست النكهات والألوان سوى أسماء توصيفية لأرقام كموميّة مجردّة).

تتجمع الكواركات لتشكّل الهادرونات (Hadrons) وأشهرها النيوكليونات [النوى]. فيشتمل البروتون على كواركين علويين وواحد سفلي أمّا النيوترينو فيشتمل على كوارك علوي واثنين سفليين. تُعَدّ النيوكليونات [النوى] وحالاتها المثارة فيرمونات وتُسمّى باريونات (Baryons). بإمكان الانتقال بين حالتي باريون أن يبث أو يمتص هادرونات بوزونية ذات عدد دوران صحيح (spin-1) وتسمّى ميزونات (Mesons). يجاور حجم الهادرونات المرتبة الـ 10^{-15}، أمّا الفرق في الطاقة بين حالات مثارة فبحدود الـ10^9 إلكترون ڤولط (1GeV).

تحتوي نواة الذرة على عدّة بروتونات ونيوترونات مقيّدة في الحالة القاعدية وحالات مثارة بالتفاعل القوي. تجاور الأحجام النووية الاعتيادية المرتبة الـ 10^6 إلكترون ڤولط (1MeV). وتتألف الذرة من نواة وإلكترونات مقيدة بالتفاعل الكهرومغناطيسي،

وتجاور أحجام الذرات الاعتيادية آنغستروم واحد ($1A° \ 10^{-10}m$) والفرق في الطاقة بين الحالات بحدود مرتبة إلكترون ڤولط واحد. لاحظوا الفرق الكبير بين حجم الذرة ونواتها، فالذرات عموماً تتكوّن أساساً من فضاءات فارغة. قد توجد الذرات في نظائر (Isotope) مختلفة لديها نفس عدد البروتونات ولكن تختلف في عدد النيوترونات، أمّا الأيونات فهي ذرات مع إلكترونات زائدة أو ناقصة.

قد تترابط الذرات لتشكل جزيئات، وتكون طاقة ترابطها بمرتبة الإلكترون ڤولط الواحد ($1\ eV$)، ومداها يبلغ تقريباً أنغستروم واحد ($1\ Å$). يتراوح حجم الجزيئات بين الجزيئات البسيطة ثنائية الذرات والجزيئات البيولوجية الضخمة المؤلّفة من 10^6 إلى 10^9 ذرة. تأخذ الجزيئات الضخمة أشكالاً معقّدة تسمّى "بنية ثلاثية" (Tertiary Structure). هذه الأشكال هي المسؤولة عن القيود الهندسية في التفاعلات بين الجزيئات التي تحكم الكثير من المسارات في الكيمياء الحيوية. والتنبؤ ببنية ثلاثية هو من أصعب التحديات التي نواجهها في الكيمياء.

نَصِفُ المواد الماكروسكوبية عن طريق ترتيب ذرّاتها المكوّنة، ومنها البلورات (ترتيبها الكامل طويل المدى) والسوائل والزجاج (ترتيبها في الأغلب قصير المدى مع القليل من الترتيب طويل المدى) الغازات (قليلة الترتيب قصير المدى). وهناك الحالات المتوسّطة المثيرة للاهتمام مثل السبائك شبه – الدورية (Quasiperiodic Alloys) وتسمى شبه – بلورات (Quasicrystals) وتملك ترتيباً انسحابياً محتّماً دون أن يكون لها دورية انسحابية (DiVincenzo & Steinhardt, 1991)، والكريستالات السائلة (Liquid Crystal) التي تحافظ على ترتيب اتجاهي غير انسحابي (Chandrasekhar, 1992). أغلب المواد الصلبة لا تحتوي على طور واحد فقط بل هناك أعطاب وحدود بين نطاقات مختلفة.

إنّ الوزن الذري لأي عنصر يساوي عدد الغرامات الموجود في مول واحدة ($N_A \approx 10^{23}$) من الذرات والذي يساوي تقريباً عدد البروتونات والنيوترونات في الذرة، ولكنّه يختلف عنه بسبب خليط النظائر الطبيعي. فتحتوي عينة 22.4 ليتراً من غاز مثالي في ظل ضغط الغلاف الجوي واحد وعند درجة الحرارة العادية أيضاً على مول واحدة من الذرات.

إنّ بنى المواد على مستويات أساسية أكثر تكون غير مرئية ولذلك يمكن تجاهلها إلا إذا تخطّت طاقتها إثارتها الخاصة. مع أنّنا لن نضطر كثيراً للتطرّق إلى بنى دون البنية

الذرية فهناك بضعة أرقام ذات تطبيقات مهمّة في الانتقالات النووية، مثل القدرة النووية والمسابر النووية لتمييز المواد.

3.2 مراتب المقادير

يتطلّب فهم ما هو ممكن وما هو منافٍ للطبيعة أن تكون لنا ألفة بحيز الأرقام ذات المغزى لكل وحدة، تشتمل اللائحة التالية على بعض هذه الأرقام:

الوقت

10^{-43}ث (s): وقت بلانك (مسألة 7.2).

10^{-15}ث (s): هذه دورة الضوء المرئي، ومقياس وقت نموذجي للتفاعلات الكيميائية.

10^{-9}ث (s): عادةً ما تملك إثارة الذرات ودوران الجزيئات عمراً بحدود النانوثانية، وهذه دورة ساعة أسرع الحواسيب.

10^{-3}ث (s): أقصر مدّة يمكن أن يدركها الإنسان.

10^{17}ث (s): العمر التقريبي للكون المرئي.

القدرة والطاقة

1 إلكترون ڤولط (eV): الإثارات الذرية.

10^{6} إلكترون ڤولط (eV): الإثارات النووية.

10^{9} إلكترون ڤولط (eV): الإثارات دون نووية.

10^{28} إلكترون ڤولط (eV): طاقة بلانك.

10 واط (W): حاسوب محمول.

100 واط (W): حاسوب محطة عمل؛ الإنسان.

10^4 واط (W): السيارة.

10^5 واط (W): حاسوب عملاق؛ تدفئة وإضاءة بناية.

10^{26} واط (W): سطوع الشمس.

10^{-12} واط\ م^2 (W/m^2): ألطف صوت يمكن سماعه.

1 واط/ م^2 (W/m^2): أقوى صوت ممكن تحمّله.

10^7 جول/ كغ (J/kg): كثافة طاقة الطعام.

10^9 جول (J): الطاقة في طن متفجرات الديناميت TNT.

10^{20} جول (J): استهلاك الطاقة السنوي في الولايات المتحدة الأميركية.

درجات الحرارة

10^{-7} كلڤن (K): أدنى درجة حرارة تم الحصول عليها في مواد صلبة في مختبر.

2.75 كلڤن (K): الأشعة الخلفية الميكروويّة من الانفجار [الكوني] الكبير.

77 كلڤن (K): درجة حرارة الآزوت (نيتروجين) السائل.

6000 كلڤن (K): درجة حرارة سطح الشمس.

الكتلة

10^{-27} كغ (kg): كتلة البروتون.

10^{-12} كغ (kg): كتلة خلية نموذجية.

10^{-5} كغ (kg): كتلة حشرة صغيرة.

10^{16} كغ (kg): الكتلة الحيوية للأرض.

5.98×10^{24} كغ (kg): كتلة الأرض.

10^{42} كغ (kg): الكتلة التقريبية لمجرة درب التبانة.

الطول

10^{35} م (m): مسافة بلانك.

10^{15} م (m): حجم البروتون.

10^{10} م (m): حجم الذرة.

4×10^{5}م (m): علوّ ساتل ذي مدار أرضي منخفض فوق سطح الأرض.

6.378×10^{6}م (m): نصف قطر الأرض.

4×10^{7}م (m): علوّ ساتل متزامن مع موقع على الأرض فوق خط الاستواء.

10^{11}م (m): المسافة بين الأرض والشمس.

10^{20}م (m): نصف قطر درب التبانة.

10^{26}م (m): حجم الكون المرئي.

الطيف الكهرومغناطيسي

<0.1 أنغستروم $(\mathrm{\AA})$: أشعة غامّا.

0.1–100 أنغستروم $(\mathrm{\AA})$: الأشعة السينية.

100–4000 أنغستروم $(\mathrm{\AA})$: الأشعة فوق البنفسجية (طاقة تأيّن الذرات)

4000–7000 أنغستروم $(\mathrm{\AA})$: المرئي (ما يتناسب مع حزام البث عبر الغلاف الجوي، ويتراوح بين 10^{14} و10^{15} هيرتز).

0.7–100 ميكرومتر (μm): أشعة دون حمراء (إشعاعات حرارية).

0.01–10 سنتم (cm): موجات ميكروية (غيغاهيرتز GHz).

10^3–0.1م (m): الموجات الراديوية (ميغاهيرتز – كيلوهيرتز (MHz-kHz)).

الحقلان المغناطيسي والكهربائي

10^{-12} تسلا (tesla): الحقل المغناطيسي اللازم لاستقبال راديوي.

10^{-6} تسلا (tesla): الحقل المغناطيسي الذي يولّده هاتف لاسلكي.

3×10^{-5} تسلا (tesla): الحقل المغناطيسي على سطح الأرض.

20 تسلا (tesla): فائق ناقلية كبير/ مغناطيس مهجّن.

10^4 أمبير (A): تيار الصاعقة.

10^8 ڤولط (V): فرق الكمون في الصاعقة.

3×10^6 ڤولط/ م (V/m): ڤولطية الانهيار [الكهربائي] في الهواء.

أعداد

10^5: عدد قواعد الـDNA في ملتهم الجراثيم والبكتيريا.

4×10^6: عدد البِتّات في الإنجيل.

10^9: عدد قواعد الـDNA في حيوان لبون.

10^{13}: عدد الوصلات العصبونيات في قشرة المخ البشري.

10^{14}: عدد البِتّات التي اجتازت عمود الإنترنت الفقري خلال شهر كانون الأول/ ديسمبر 1994.

10^{70}: عدد الذرات في الكون.

4.2 مراجع مختارة

[Anderson, 1989] Anderson, H. (ed). (1989). *A physicist's Desk Reference*. New York: Institute of Physics.

يقدّم هذا الكتاب تلخيصاً مفيداً للوحدات، وعوامل التحويل كما المعادلات الحاكمة.

[Lerner & Trigg, 1991] Lerner, Rita G., & Trigg, George L. (1991). *Encyclopedia of Physics*, 2nd edn. New York: VCH.

وفيه كل من هو مهم في الظواهر الفيزيائية.

[Morrison & Morrison, 1982] Morrison, Philip, & Morrison, Phylis. (1982). *Power of Ten: A Book About the Relative Size of Things*. Redding: Scientific American Library.

يقدّم مؤلّفا هذا الكتاب جولة رائعة في الظواهر المميِّزة في مراتب الطول المختلفة.

[Nachtmann; 1990] Nachtmann, Otto. (1990). *Elementary Particle Physics: Concepts and Phenomena*. New York : Springer-Verlag. Translated by A. Lahee and W. Wetzel.

مقدّمة جيّدة للجسيمات والقوى.

5.2 مسائل وتمارين

(1.2) **(أ)** ما عدد الذرات في اليوكتومول؟

(ب) كمّ ثانية يوجد في نانو – قرن؟ وهل يقترب هذا العدد من ثوابت مهمة؟

(2.2) يتّسع نظام تخزين كبير لما يعادل 1 تيرابايت. ما طول كومة أقراص مرنة (Floppy Disks) تتسع لـ1 تيرابايت؟ ومقارنة مع طول مبنى كبير؟

(3.2) إذا استُعملت كل ذرات الكون لكتابة رقم ثنائي، وإذا وُضعت كل ذرة في بِتّ واحد، ما سيكون هذا الرقم (في القاعدة العشرية)؟

(4.2) قارن بين التسارع الجاذبي على سطح الأرض المولّد بكتلتها والتسارع الجاذبي لكتلة 1 كغ على بُعد 1م. اكتب(ي) النسبة بينهما بالـ dB.

(5.2) **(أ)** أعطِ تقديراً تقريبياً للطاقة الكيميائية في طن من ديناميت (TNT)، يمكن افتراض أنّ النيتروجين مكونه الأساسي. فكّر بنوع الطاقة المحرّرة خلال تفاعل كيميائي، وأين تكون مخزّنة؟ وكم كمّيتها؟

(ب) أعطِ تقديراً لليورانيوم اللازم للتسبب بانفجار نووي طاقته مثل طاقة انفجار كيميائي لـ 10000طن ديناميت (TNT) (مجدداً فكّر بمكان تخزين الطاقة).

(ج) قارن هذه النتيجة بطاقة الكتلة الساكنة لهذه الكمّية من المواد (الفصل الرابع عشر)، ما يعطي الحد الأقصى للطاقة التي يمكن تحريرها من هذه الكمّية المعادلة $E \ mc^2$.

(6.2) (أ) ما طول موجة دي بروي التقريبي لطابة بايسبول مرمية؟

(ب) ما طول موجة جزيء غاز النتروجين في ظل حرارة وضغط عاديين؟ (يتطلّب السؤال نتيجة القسم 2.4.3، أو تحليلاً بُعدياً).

(ج) ما المسافة النموذجية بين جزيئات هذا الغاز؟

(د) إذا أبقينا على حجم الغاز ثابتاً وبرّدناه فعند أي درجة حرارة يصبح طول الموجة قابلاً للمقارنة مع المسافة بين الجزيئات؟

(7.2) (أ) الطاقة الكامنة لكتلة m على مسافة r من كتلة M هي GMm/r، ما هي سرعة الإفلات اللازمة للخروج من هذا الكمون؟

(ب) بما أنّ لا شيء يستطيع أن ينتقل أسرع من سرعة الضوء، كم المسافة التي تمنع أي شيء من الإفلات من الكتلة؟

(ج) إذا حولت طاقة كتلة M ساكنة إلى فوتون ماذا يكون طول موجته؟

(د) أي كتلة تملك طول موجة مكافئة مساوية للمسافة التي تمنع حتى الضوء من الإفلات؟

(هـ) كم المسافة الموافقة؟

(و) والطاقة؟

(ز) ووقت الدورة الواحدة؟

(8.2) ليكن هرم علوّه H وقاعدته مربّعة طول ضلعها L. ولتكن كرة يوافق مركزُها

مركزَ المربّع، قاعدة الهرم، بشكل أن تكون مماسة لكل أضلاع الهرم (تتقاطع مع كل ضلع في نقطة واحدة).

(أ) كم علو الهرم بالنسبة إلى L؟

(ب) كم حجم الفضاء المحتوى المشترك بين الكرة والهرم؟

(طُرِحَ هذا السؤال في امتحان دخول لطلاب إنسانيات إلى جامعة طوكيو (*Economist*; 1993).

الفصل الثالث

الضجيج في الأنظمة الفيزيائية

يحتلّ فهم الضجيج مركزاً محورياً في فهم تصميم وأداء كلّ الأجهزة تقريباً. فالضجيج يفرض حدوداً أساسية على حجم أصغر بِتّ يمكن تخزينه على نحو موثوق وعلى سرعة إرساله الممكنة، فيجب أن تستوعب التصاميم الناجحة هذه الحدود لتتمكّن من مقاربتها. سنبدأ أوّلاً بتقديم "المتغيّرات العشوائية" وبعض توزيعاتها الاحتمالية المهمّة، ثمّ نتطرّق إلى آليات توليد الضجيج بشكل عام، وسنُنهي بلمحة عن اعتبارات ثرموديناميكية عامة عن الضجيج. ورغم أن دراسة الضجيج قد تقدم مفاجآت في ذاتها، إلا أن هذا الفصل يعرض، وقبل كلّ شيء، مفاهيم سنستعملها في كلّ أجزاء الكتاب.

1.3 المتغيّرات العشوائية

1.1.3 قيم التوقّع

فلنفرض كمّية متقلّبة $x(t)$، مثل الضجيج الخارج من مضخّم. إذا كان x متغيّراً عشوائياً (Random Variable) يعتمد رسمه على توزيع احتمالي $p(x)$. هذا يعني أنّه لا يمكن التنبّؤ بقيمة x في كل لحظة وإنّما معرفة التوزيع قد تسمح لنا بالقيام بتصريحات دقيقة بما يخصّ القيم المتوسطة لكمّيات تعتمد على x. يمكن تعريف القيمة المتوقعة (Expected Value) لدالة $f(x)$ بتكامل عبر الزمن أو عبر التوزيع:

$$\langle f(x) \rangle \equiv \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} f(x(t))dt$$

$$= \int f(x)p(x)dx \quad (1.3)$$

(أو المجموع في حال كان التوزيع متقطّعاً). افتراض $f(x) = 1$ يظهر وجوب جعل توزيع الاحتمال معيارياً (Normalized):

$$\int_{-\infty}^{\infty} 1.\ p(x)dx = 1 \quad (2.3)$$

فلو كانت $p(x)$ دالة مستقلّة عن الوقت، عندها يُسمّى توزيع «مستقرّ» (Stationary Distribution).

إنّ عزوم (Moments) هي توزيع القِيَمُ المتوقّعة لأسس المتغيّر المراقَب $\langle x^n \rangle$. وإن العزم الأوّل هو المعدّل

$$\langle x \rangle = \int x\, p(x)\, dx \quad (3.3)$$

ويسمّى معدّل مربّع الانحراف (Mean Square Deviation) عنه التغايُر (Variance):

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle \\ &= \langle x^2 - 2x\langle x \rangle + \langle x \rangle^2 \rangle \\ &= \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

يسمّى الجذر التربيعي للتباين انحراف معياري (Standard Deviation) ويرمز له بـ σ.

لا يقدّم التوزيع الاحتمالي (Probability Distribution) أي معلومة عن الخصائص الزمنية للمتغيّر المراقَب ولذا نستعمل دالة التغاير التلقائي (Autocovariance Function) للكشف عن هذه الخصائص:

$$\langle x(t)x(t-\tau)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau)dt \qquad (5.3)$$

وإذا كان التغاير التلقائي مُعيّراً بالتغايُر فإنه يسَمّى دالة ترابط تلقائي (Autocorrelation Function) ويتراوح مداه بين الـ 1 لـ الترابط التامّ (Perfect Correlation) والـ 0 لعدم وجود ترابط والـ 1− لـ ترابط تعاكس تام (Perfect Anticorrelation). وتقدّم معدل تحللها بالنسبة إلى τ إحدى الطرق لمعرفة سرعة تقلّب الدالة. سنقدّم في الفصل التالي المعلومات المشتركة (Mutual Information) وهي طريقة أعمّ لقياس العلاقات بين المتغيّرات.

2.1.3 المبرهنات الطيفية

إنّ متحوّل فورييه (Fourier Transform) للكمّية المتقلّبة هو:

$$X(f) = \lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i2\pi ft}\, x(t)dt \qquad (6.3)$$

أمّا عكس متحوّل فورييه فهو:

$$x(t) = \lim_{F\to\infty}\int_{-F/2}^{F/2} e^{-i2\pi ft}\, X(f)df \qquad (7.3)$$

إنّ متحوّل فورييه هو أيضاً متغيّر عشوائي. وكثافة القدرة الطيفية (Power Spectral Density) (PSD) معرّفة بالنسبة إلى متحوّل فورييه بحساب القيمة الوسطية لمربّع مقدار المتحوّل:

$$\begin{aligned} S(f) &= \langle|X(f)|^2\rangle = \langle X(f)X^*(f)\rangle \\ &= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i2\pi ft}\, x(t)dt \int_{-T/2}^{T/2} e^{-i2\pi ft'} x(t')dt' \end{aligned} \qquad (8.3)$$

إنّ X^* هو المرافق المعقد (Complex Conjugate) لـ X، باستبدال i بـ i- بينما سنعتبر أنّ x عدد حقيقي. قد لا يكون لـ طيف القدرة حدود معروفة عند عملية غير مستقرّة؛ فـ مويجات (Wavelets) فورييه ودالات ڤيغنر (Wigner Functions) تشكّل أمثلة عن متحوّلات زمن – تردّد (Time-Frequency Transforms) تعمل على حفظ المعلومات الزمنية والطيفية على حدٍ السواء للإشارات غير المستقرّة (Gershenfeld, 1999).

يُعرف متحوّل فورييه التردّدات الموجبة والسالبة على السواء. فإذا تغيّرت علامة التردّد، فإن علامة المكوّن التخيّلي، أو مكوّن الجيب للأسية المعقدة ستتغيّر، بينما علامة المكوّن الحقيقي، أو مكوّن تمام الجيب، فلا تتغيّر. ما يعني بالنسبة للقيمة الفعلية للإشارة، أنّ متحوّل التردّدات السالبة يساوي العدد المركب المرافق لمتحوّل التردّدات الموجبة. وبما أنّا نستعمل طيف القدرة كدالة مرتبطة بالتردّدات فإنّه يرِد وكأنّه كثافة طيف قدرة أحادية الجهة (Single-Sided) يمكن أن نحصل عليها عبر جمع مربّعات مقادير مكوّنات التردّدات السالبة والموجبة. بالنسبة لإشارة حقيقية هذان التردّدان مماثلان لإشارة حقيقية وبالتالي فإنّ الكثافة الأحادية الجهة (Single-Sided Density) تختلف عن الكثافة ثنائية الجهة (Two-Sided Density) بعامل 2 (غالباً ما يُسقَط).

بالإمكان أيضاً تعريف متحوّل فورييه مع وضع 2π أمامه في أثناء عملية التكامل،

$$
\begin{aligned}
X(\omega) &= \lim_{T\to\infty} \int_{-T/_2}^{2} e^{i\omega t}\, x(t)dt \\
x(t) &= \lim_{\Omega\to\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega/_2}^{\Omega/_2} e^{-i\omega t} X(\omega)d\omega
\end{aligned}
\qquad (9.3)
$$

تقيس υ التردّدات بعدد الدورات بالثانية، وتقيسها ω بعدد الراديان (Radians بالثانية (2π راديان = دورة واحدة). وتعريف المتحوّل بالنسبة إلى υ يقينا ($\pi s \rightarrow$ الأخطاء الناتجة عن نسيان إدراج π2 في المتحوّل المعكوس أو بالتحويل من راديان إلى دورات بالثانية، ولكن ذلك ليس منتشراً في الأدبيات. وفي هذا الكتاب سنستعمل التعريف الأكثر ملاءمة حسب المسألة.

يرتبط طيف القدرة ببساطة بدالة الترابط الذاتي عن طريق مبرهنة ڤينر – خينتشين (Wiener-Khinchin Theorem)، التي يمكن إيجادها من خلال عكس متحوّل طيف القدرة:

$$\int_{-\infty} S(f)e^{-i2\pi f\tau}df \quad (10.3)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \langle X(f)X^*(f)\rangle e^{-i2\pi f\tau}df$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i2\pi ft}x(t)dt\int_{-T/2}^{T/2} e^{-i2\pi ft'}x(t')dt' e^{-i2\pi f\tau}\,df$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-T/2}^{T/2}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i2\pi f(t-t'-\tau)}df\; x(t)x(t')dt\,dt'$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t-t'-\tau)x(t)x(t')dt\,dt'$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau)\,dt$$

$$= \langle x(t)x(t-\tau)\rangle$$

وباستخدام متحوّل فورييه لـ دالة دلتا (Delta Function) نجد:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi xy}dx = \delta(y)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-x_0)\,dx = f(x_0) \quad (11.3)$$

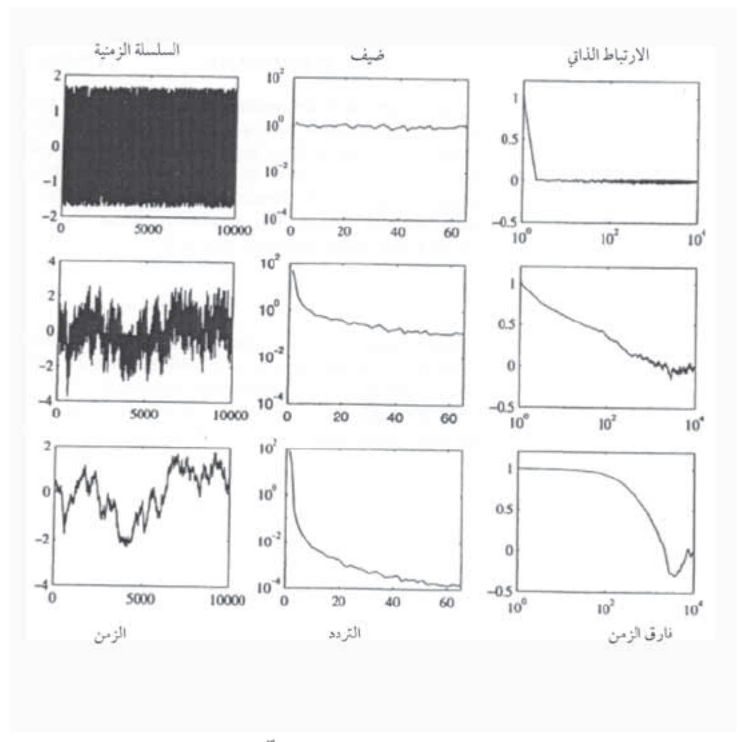
(إحدى طرق اشتقاق هذه العلاقات تتم بواسطة اعتبار دالة دلتا نهاية توزيع غاوسي ذي معيار واحدي بينما يتجه تغايُره نحو الصفر).

تبيّن مبرهنة ڤينر - خينتشين أنّ متحوّل فورييه لدالة التغايُر الذاتي يعطي طيف القدرة، وبالتالي فمعرفة أحدهما مرادفة لمعرفة الآخر. ويقدّم الضجيج الأبيض مثلاً مهمّاً عن هذا الترادف: حيث أنّ طيف القدرة لعملية بدون ذاكرة وذات دالة ترابط ذاتي دلتا، سيعطينا قدرة طيف مسطح بغضّ النظر عن توزيع الإشارة الاحتمالي. وبينما تتضاءل دالة الترابط الذاتي ببطء، سيتضاءل طيف القدرة بسرعة أكبر (الشكل 1.3).

إنّ افتراض 0 τ في مبرهنة ڤينر - خينتشين يؤدي إلى إعطائنا مبرهنة بارسيڤال (Parseval's Theorem):

$$\langle x(t)x(t-\tau)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)e^{-i2\pi f\tau}df = \int_{-\infty}^{\infty} \langle |X(f)|^2\rangle e^{-i2\pi f\tau}\, df$$

$$\Rightarrow \langle |x|^2(t)\rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \langle |X(f)|^2\rangle\, df \qquad \textbf{(12.3)}$$



الشكل 1.3: عرض لمبرهنة ڤينر - خينتشين: كلّما تحلل طيف القدرة أسرع تحللت دالة الترابط الذاتي بشكل أبطأ.

إنّ القيمة المتوسطة لمربّع الإشارة (المساوية للتغايُر في حال كان متوسّط الإشارة صفر) تساوي قيمة تكامل كثافة طيف القدرة. ما يعني أنّ تغيّر الضجيج الأبيض الفعلي يكون لامتناهياً بالنسبة لنطاق الزمن رغم أن عرض نطاق نظام حقيقي سوف يمتد أبعد من تجاوب الترددات، وبالتالي يحدد شكل تغاير الإشارة التي نقيسها. وإذا لم نلجأ إلى القسمة على T في عملية وضع الحدود التي تعرف لمتوسّطين على جهتي مبرهنة بارسيڤال، فهذا يعني أنّ إجمالي طاقة الإشارة يساوي إجمالي طاقة الطيف (تكامل مربّع المقدار).

2.3 توزيعات الاحتمالات

لقد اعتبرنا حتى الآن أنّ التوزيع الاحتمالي $p(x)$ عشوائي. وعملياً، غالباً ما نجد تتكرراً لأحد ثلاثة توزيعات للاحتمالات، ما يعطيها أهمية على غيرها: التوزيع الثنائي الحد (Binomial Distribution)، وتوزيع بواسون (Poisson Distribution)، والتوزيع الغاوسيّ (Gaussian Distribution). أمّا شهرتها فتعود إلى الظروف الشائعة التي تؤدّي إلى ظهورها وإلى سهولة العمل بها؛ وغالباً ما يكون تأثير السبب الأخير أقوى فنلجأ إليها حتى خارج نطاق تطبيقها. فعلى سبيل المثال هنالك العديد من النظم الفيزيائية التي تمتلك توزيعات طويلة الذيل (Long-Tailed Distribution) التي تتلاشى أبطأ بكثير من تلك التوزيعات الثلاثة (Crisanti et al., 1993; Boguna et Corral, 1997).

1.2.3 التوزيع الثنائي الحد

لننظر في عدّة محاولات لحدث ما يمكن أن ينتج عنه نتيجة احتمالها p (مثلاً ظهور وجه في لعبة قذف عملة معدنية)، أو نتيجة أخرى (الكتابة) وليكن احتمالها $1-p$. ففي عدد n محاولة سيكون الاحتمال $p_n(x)$ لظهور x وجه و $n-x$ لظهور كتابة، بغضّ النظر عن ترتيب ظهورهما. سنجد عبر جمع احتمال كل نتيجة وضربها بالترتيب المناسب، أن:

$$p_n(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \qquad \textbf{(13.3)}$$

حيث أن:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} \qquad \textbf{(14.3)}$$

(وتُقرأ n تختار x). هذا هو التوزيع الثنائي الحد. يأتي السطر الثاني من قسمة عدد الترتيبات المختلفة لـ n لغاية ($n!$) على عدد الترتيبات المختلفة لظهور وجه $x!$ أو كتابة $(n-x)!$. أسهل طريقة للاقتناع بصحّة هذا الحساب هي العدّ المفصّل لكلّ الاحتمالات الممكنة لعدد محاولات صغير.

2.2.3 توزيع بواسون

الآن لنتصوّر أحداث لا على التعيين، مثل تحلل إشعاعي عشوائي بالنسبة إلى الزمن؛ ولنقسّم الوقت إلى n لفترات صغيرة جداً، بحيث يكون هناك تحلل واحد أو لا تحلل في

الفترة الواحدة، وليكن p احتمال رؤية تحلل في فترة معيّنة. فإذا سجّلنا أحداث في مدّة ما، وإذا ما كرّرنا هذه العملية عدة مرات حتى تتشكل مجموعة نحصل على توزيع ثنائي الحد، فإذا كان عدد الفترات n كبيراً جداً والاحتمال p ضئيلاً جداً يمكننا تقريب التوزيع الثنائي الحد بافتراض $\ln(1+x) \approx x$ حين تكون x صغيراً، ويكون تقريب سترلنغ (Stirling Approximation) لعدد n الكبير:

$$n! \approx \sqrt{2\pi}\ n^{n+\frac{1}{2}}e^{-n} \qquad \textbf{(15.3)}$$
$$\ln n! \approx n\ln n - n$$

ومن هذين التقريبين نحصل على توزيع بواسون (مسألة رقم 1.3):

$$p(x) = \frac{e^{-N}N^{x}}{x!} \qquad \textbf{(16.3)}$$

حيث np N هو متوسّط عدد الأحداث، ويعتبر هذا التوزيع من التوزيعات الإحصائية الشائعة في القياسات التي تتطلّب عدّ أحداث مستقلّة عن بعضها البعض لحدث ما. ومن الطبيعي أن يكون هذا التوزيع توزيعاً معيّر:

$$\sum_{x=0}\frac{e^{-N}N^{x}}{x!} = e^{-N}\underbrace{\sum_{x=0}\frac{N^{x}}{x!}}_{e^{N}} = 1 \qquad \textbf{(17.3)}$$

إذا استخرجنا x من توزيع بواسون، يكون لـ عزومه العواملية (Factorial Moments) والمُعرّفة بالمعادلة التالية شكلٌ بسيط، (المسألة 1.3):

$$\langle x(x-1)\,...\,(x-m+1)\rangle = N^{m} \qquad \textbf{(18.3)}$$

تشكّل هذه العلاقة إحدى منافع استخدام توزيع بواسون، فهي تُظهر ببساطة أنّ $\langle x\rangle = N$ وأنّ $\sigma = \sqrt{N}$، ما يحتّم بدوره أن يكون الانحراف المعياري المناسب لمتغيّر بواسون العشوائي هو:

$$\frac{\sigma}{\langle x\rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$\frac{\sigma}{\langle x\rangle}=\frac{1}{\sqrt{N}} \qquad (19.3)$$

ما يعني أنّ الخطأ الكسري في تقدير القيمة المتوسّطة يتناقص متناسباً مع الجذر التربيعي لعدد العينات. تزوّدنا هذه النتيجة المهمة بطريقة جيدة لتقدير سريع للخطأ المتوقّع في قياس العدّ.

3.2.3 التوزيع الغاوسي

إنّ التوزيع الغاوسي أو التوزيع الطبيعي (Normal Distribution) هو:

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \qquad (20.3)$$

حيث إنّ μ هي القيمة المتوسطة، وσ هو الانحراف المعياري، وتكامله ما بين $-\infty$ و∞ يساوي 1. أمّا تكامله الجزئي فهو دالة الخطأ (Error Function):

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_0^y e^{-x^2/2\sigma^2}dx=\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) \qquad (21.3)$$

وبما أنّ الغاوسي مُعيَّر فـإن $\operatorname{erf}(\infty)=1$.

يعود شيوع التوزيع الغاوسي إلى عدّة أسباب، منها أنّ إحدى طرق اشتقاقه هي من التمدّد حول قمّة التوزيع الثنائي الحد لـ n كبيرة (Feller, 1968):

$$p(x)=\frac{n!}{(n-x)!\,x!}p^x(1-p)^{n-x} \qquad (22.3)$$
$$\ln p(x)=\ln n!-\ln(n-x)!-\ln x!+x\ln p+(n-x)\ln(1-p)$$

إنّ إيجاد القمة عبر اعتبار هذه الأعداد الصحيحة الكبيرة وكأنها متغيرات متواصلة ومن ثمّ ضبط المشتقّ الأوّل على صفر، يُظهر أنّ القيمة القصوى لهذه المعادلة في حال كان، $x\approx np$ والتي من ثم بالإمكان توسيعها في سلسلة أسية حول القيمة القصوى،

تعطي معامِل الحد التربيعي (Coefficient of the Quadratic Term)، الذي هو: $(2np(1-p))^{-1}/.$ وبما أنّ الحدّ المعادلة الأصغر ليس حداً صفرياً، فإنه سيحكم المرتبة الأعلى لـ n الكبيرة، ولذا لايصبح هذا التوزيع شبه غاوسي ذا متوسّط np ومتغيّر $np(1-p)$.

في الفقرة القادمة سنرى أنّ التوزيع الغاوسي يبرز أيضاً في مبرهنة النهاية المركزية (Central Limit Theorem) كنهاية مجموعة متغيرات مهما كان شكل توزيعها. على ذلك فإنّه من الآمن عادةً (وبالتأكيد من الشائع) افتراض أي توزيع غير معروف غاوسياً.

إنّ متحوّل فورييه لتوزيع غاوسي له شكل بسيط فهو غاوسي ذو تغيّر معكوس:

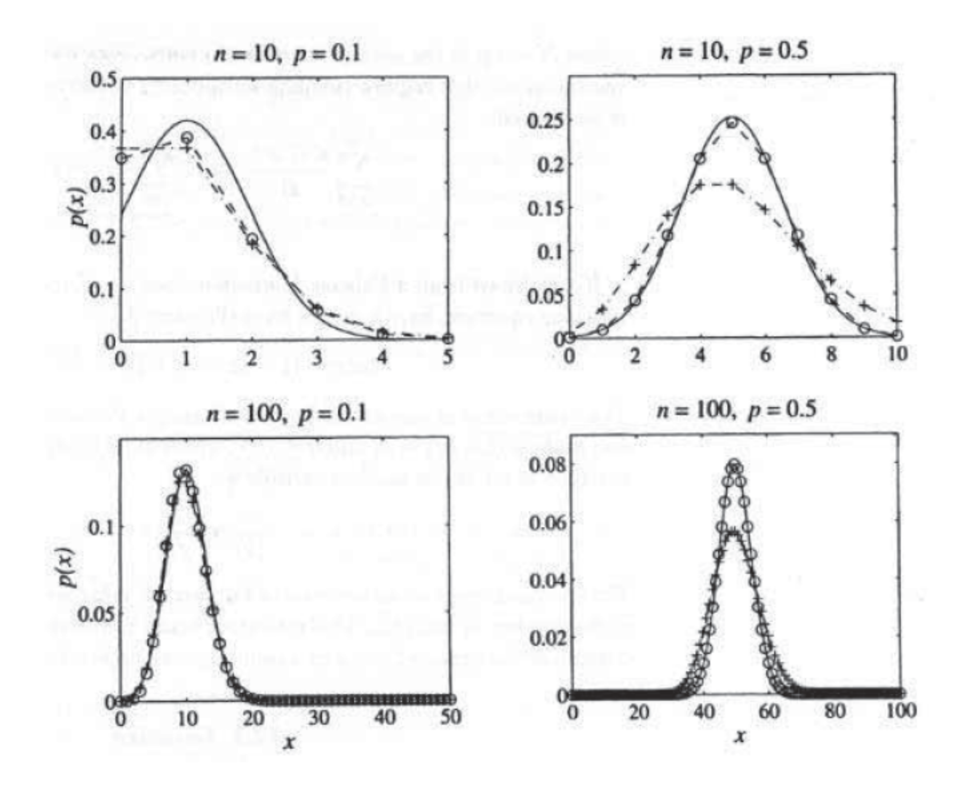
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2\sigma^2} e^{ikx} dx = e^{-k^2\sigma^2/2} \qquad \textbf{(23.3)}$$

تذكر هذا: إنك لن تحتاج أبداً للنظر في إيجاد متحوّل التوزيع الغاوسي، بما أنّه يكفي أن نعكس التغيّر. وبسبب هذه العلاقة، يكون ناتج ضرب تغيّر التوزيع الغاوسي بتغيّر متحوّله ثابتاً؛ ومصدر الكثير من علاقات عدم اليقين الكلاسيكية والكموميّة هو هذه النتيجة.

يقارن الشكل 3.2 بين توزيع ثنائي الحد وتوزيع بواسونيّ وآخر غاوسيّ، حيث نفترض عدد محاولات لـ $n = 10;\ 100$ واحتمال $p = 0.1;\ 0.5$ مظهراً متى تُعتبر تقريبات مقبولة أو غير مقبولة.

4.2.3 مبرهنة الحد المركزي

ما هو توزيع احتمال الضجيج في غرفة مليئة بأشخاص يتكلّمون؟ قد يبدو هذا السؤال بلا معنى، لكون الجواب سيتعلّق بعدد الأشخاص وموضوع كلامهم، بالإضافة إلى اللغة التي يتكلّمون بها. إنما النتيجة الملفتة للنظر لمبرهنة الحد المركزي تُظهر أنّه في حال كان عدد الأشخاص كبيراً في الغرفة، فإن التوزيع سيكون شبه غاوسياً، بمعزل عمّا يتكلّمون.



الشكل 2.3: مقارنة التوزيع الثنائي الحد (○) وتوزيع بواسون (+) وتوزيع غاوس: (–): n هو عدد المحاولات وp هو احتمال ظهور حدث. التوزيع الثنائي الحد صحيح بحكم التعريف. أمّا توزيع بواسون فهو تقريب أفضل من توزيع غاوس في حالة الاحتمالات الصغيرة (مع أنّ الفرق ضئيل في حال كان عدد الأحداث كبيراً) بينما يكون توزيع غاوس تقريباً أفضل في حالة احتمالات ظهور كبيرة.

فلو جمعنا متغيّرين عشوائيين x_1 وx_2 (لربما أصوات صادرة عن شخصين عشوائيين) يمكن إيجاد توزيع احتمال مجموعهما $y = x_1 + x_2$ بعدّ مُخرجاتهما التي تعطي نفس النتيجة النهائية، موزونة بالاحتمال المشترك لهذا الحدث:

$$p(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x) p_2(y - x)\, dx \equiv p_1(x) * p_2(x) \qquad \textbf{(24.3)}$$

إنّ توزيع المجموع هو التفاف (Convolution) التوزعات الفردية. فلنفترض الآن أن متوسّط N هو متغيّر مستقلّ متماثلة التوزيع (Independent and Identically Distributed) (IID).

$$y = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N} \quad (25.3)$$

يكون توزيع y مساوياً لتوزيع x ملتفاً على نفسه N مرّة، وبما أنّ متحوّل فورييه يحوّل الالتفاف إلى ضرب فيكون متحوّل توزيع لـ y يساوي ضرب متحولات التوزيع لـ x. ويكون مفيداً أن نأخذ متحول توزيع الاحتمالات باستخدام الدالة المميِّزة (Characteristic Function) التي هي قيمة التوقّع لأسّ معقد:

$$\langle e^{iky} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iky} p(y)\, dy \quad (26.3)$$

إنّ الدالة المميزة مساوية لمتحوّل فورييه للتوزع الاحتمالي، وعندما تُقَيَّم لكمّيات معتمدة على الوقت فإنّها تلعب دوراً مهماً في دراسة ديناميكية الأنظمة (Gershenfeld, 1999a). لننظر الآن إلى الدالة المميزة لانحراف y عن القيمة المتوسّطة $\langle x \rangle$:

$$\begin{aligned}
\langle e^{ik(y-\langle x \rangle)} \rangle &= \langle e^{ik(x_1+x_2+\cdots+x_N-N\langle x \rangle)/N} \rangle \\
&= \langle e^{ik[(x_1-\langle x \rangle)+\cdots+(x_N-\langle x \rangle)]/N} \rangle \\
&= \langle e^{ik(x-\langle x \rangle)/N} \rangle^N \\
&= \langle 1 + \frac{ik}{N}(x-\langle x \rangle) - \frac{k^2}{2N^2}(x-\langle x \rangle)^2 + O(\frac{k^3}{N^3}) \rangle^N \\
&= \left[1 + 0 - \frac{k^2\sigma^2}{2N^2} + O\left(\frac{k^3}{N^3}\right)\right]^N \\
&\approx e^{-k^2\sigma^2/2N}
\end{aligned} \quad (27.3)$$

نفترض في هذا الاشتقاق أنّ التغيّر $\sigma^2 = \langle (x-\langle x \rangle)^2 \rangle$ موجود فعلاً، ونحذف الأطراف ذات المرتبة الثالثة أو أعلى في متسلسلة تايلور للدالة الأسية (Taylor Series Expansion of Exponential) لأنّها أصغر بكثير من الحدود ذات المراتب الأدنى في نهاية $N \to \infty$.

يأتي السطر الأخير من إمكانية كتابة الأس كما يلي:

$$\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{x}{N}\right)^N = e^x \quad (28.3)$$

ويمكن التأكّد من المعادلة أعلاه عبر مقارنة متسلسلة تايلور في جهتي المعادلة. ولإيجاد التوزيع الاحتمالي لـ y نأخذ المتحوّل المعكوس:

$$\begin{aligned} p(y-\langle x\rangle) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k^2\sigma^2/2N} e^{-ik(y-\langle x\rangle)} dk \\ &= \sqrt{\frac{N}{2\pi\sigma^2}}\, e^{-N(y-\langle x\rangle)^2/2\sigma^2} \end{aligned} \quad (29.3)$$

(تذكر أنّ متحوّل فورييه لتوزيع غاوس هو أيضاً غاوسي). وهذا يقيم الدليل على مبرهنة الحد المركزي (Feller, 1974). وإنّ توزيع معدل N المتغيّر المستقلّ المتماثل هو توزيع غاوسي ذو انحراف معياري $\sigma/\sqrt{N}$ مخفّف بالجذر التربيعي لعدد المتغيرات تماماً مثل إحصائيات بواسون. وهذا يكون تقريباً جيداً مدهشاً حتى في ظل عدد محاولات لا يتعدّى بضع عشرات من العينات. كما أنّ مبرهنة الحد المركزي تتضمّن "قانون الأعداد الكبيرة" (Law of Large Numbers): ففي نهاية $N \to \infty$ يقترب معدل N للمتغيّر العشوائي من متوسّط توزيعها، ومع أنّ هذا يبدو بديهياً، إلا أنّه يحمل قابلية لضغط المعلومات الشديدة الأهمية للترميز الرقمي (الفقرة 4.1).

3.3 آليات الضجيج

الآن وبعد أن رأينا كيف يمكن توصيف أنظمة عشوائية، سننتقل إلى مناقشة كمّية لبعض أهم آليات الضجيج الأساسية: ضجيج طلقي (Shot Noise) وضجيج جونسون (Johnson Noise) وضجيج التناسب العكسي مع التردد ($^1/_f$ noise). وفي الفصل الثالث عشر من هذا الكتاب سنرى المصادر العملية الأخرى للضجيج، مثل تداخل الإشارات غير المرغوب بها.

1.3.3 ضجيج الطلقة

يتألّف كل تيار، سواء كان تيار إلكترونات في سلك أو قطرات المطر على السطح، من الوصول المتقطّع لعدّة حوامل. فإذا تم تجاهل التفاعل بين هذه الحوامل بحيث يكون وصول كل حامل مستقلاً عن الحوامل الأخرى، فسيكون ذلك مثلاً لعملية بواسون الإحصائية. فبالنسبة إلى أية إشارة كهربائية، يكون التيار المتوسّط هو $\langle I\rangle = qN/T$، حيث يصل N إلكترون يحمل كل منها شحنة q في فترة زمنية T. وإذا كانت الفترة اللازمة لوصول إلكترون واحد أصغر بكثير من فرق الوقت بين وصول إلكترونين متتابعين يصبح بإمكاننا تقريب التيار من حاصل جمع دوال دلتا.

$$I(t) = q\sum_{n=1}^{N}\delta(t-t_n) \tag{30.3}$$

حيث يمثل t_n زمن وصول الإلكترون رقم n. فيكون متحوّل فورييه لقطار النبض هذا:

$$\begin{aligned} I(f) &= \lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i2\pi ft} q\sum_{n=1}^{N}\delta(t-t_n)\,dt \\ &= q\sum_{n=1}^{N} e^{i2\pi ft_n} \end{aligned} \tag{31.3}$$

وبالتالي يكون طيف القدرة:

$$\begin{aligned} S_I(f) &= \langle I(f)I^*(f)\rangle \\ &= \lim_{T\to\infty}\frac{q^2}{T}\left(\sum_{n=1}^{N} e^{i2\pi ft_n}\sum_{m=1}^{N} e^{-i2\pi ft_m}\right) \\ &= \lim_{T\to\infty}\frac{q^2N}{T} \\ &= q\langle I\rangle \end{aligned} \tag{32.3}$$

(تختفي البنود $n \neq m$ في التوقّعات لأن وقت الوصول يكون مستقلاً(. نرى أنّ طيف قدرة وصول الحوامل أبيض (مسطّح) كما أنّه متناسب خطياً مع التيار، ويُسمّى هذا ضجيج الطلقة أو ضجيج شوتكي (Schottky Noise). أمّا في حال لم يكن شكل وصول الحوامل يشبه دالة دلتا فيسطّح توسُّعُ نبض الطيف للترددات العالية، وبذلك يكون طيف القدرة المسطّح تقريباً جيداً، وصولاً إلى معكوس الأوقات المميزة للنظام.

بإمكاننا إيجاد التقلّبات المرافقة لضجيج الطلقة، وبإمكاننا استخدام مبرهنة بارسيڤال (Parseval's Theorem) لربط معدل الطاقة الإجمالية في الطيف بمعدل التغاير. فإذا كان عرض النطاق الترددي للنظام لانهائي يكون هذا التغيّر لانهائياً، لأنّه في ظلّ ضجيج طلقي مثالي تكون القدرة متساوية لكل الترددات. فنطاق ترددات أي نظام قياس فعلي هو محدود، وما من شأنه تحديد سعة الضجيج. ثمّ بضرب طيف القدرة بـ 2Δf، حيث Δf هو عرض النطاق مقاساً بالهيرتز، بينما يأتي العامل 2 من إدراج الترددات السالبة والموجبة،

$$\langle I_{\text{noise}}^2 \rangle = 2q\langle I \rangle \Delta f \qquad (3.33)$$

سيكون لضجيج الطلقة أهمية ما، إذا كان عدد الحوامل صغيراً لدرجة أن معدل وصولها قابل للتمييز؛ أنظر المسألة 2.3 في هذا الحد لكشف الضوء.

2.3.3 ضجيج جونسون

إنّ ضجيج جونسون (أو ضجيج نيكويست (Nyquist Noise)) هو الضجيج المرافق لاسترخاء التقلّبات الحرارية في المقاوِمات. فحركة الإلكترونات الحرارية تتسبب بتقلّبات صغيرة للجهد الكهربائي قبل أن تسترخي عبر المقاومة، وهذا ما يشكّل موضوع القسم 3.4.3، ولكنّ النتيجة بسيطة:

$$\langle V_{\text{noise}}^2 \rangle = 4kTR\Delta f \qquad (34.3)$$

(تمثل R المقاومة، و Δf عرض نطاق نظام القياس، وT درجة الحرارة وk ثابت بولتزمان (Boltzmann's Constant)). مرة أخرى، هذا الضجيج أبيض أيضاً، ولكنّه بخلاف ضجيج الطلقة، هو ضجيج مستقلّ عن التيار. يعمل المقاوم في هذه الحالة وكأنّه

بطارية مدفوعة بالتقلّبات الحرارية. إنّ الجهد الناتج عن هذه التقلّباتهو جهدٌ حقيقي جداً ومهم جداً: فهو يقرر حدود أداء الكثير من أنواع الأجهزة الإلكترونية. ولسوء الحظ لا يمكن الاستفادة من ضجيج جونسون عبر تصحيح تقلّبات الجهد عبر صمام ثنائي باستعمال المقاوم كمصدر طاقة. (إشارة: ما درجة حرارة الصمام الثنائي؟)

يشكّل ضجيج جونسون مثالاً لـ علاقة التقلّب – التبديد -Fluctuation) (Dissipation Relationship (القسم رقم 3.4.3) – حجم التقلّبات الثرموديناميكية لنظام ما شديد الارتباط بمعدل استرخاء النظام وعودته إلى التوازن. فإذا كان النظام مفرملاً بقوة تكون تقلّباته أصغر ولكنّه يبدّد طاقة أكثر.

3.3.3 ضجيج $1/f$ وضجيج التبديل

في العديد من عمليات النقل، من الإلكترونات في المقاومات إلى السيارات على الطريق العام حتى النوتات الموسيقية، يتباعد طيف القدرة عند الترددات المنخفضة، متناسباً عكسياً مع الترددات: $S(f) \propto f^{-1}$. وبما أنّ الضجيج $1/f$ غير مرتبط بقياس النظام (يبقى الطيف مشابهاً لنفسه في كلّ المقاييس الزمنية (Mandelbrot, 1983)) وبما أنّه موجود في كل مكان فقد بحث العديد من البشر عن تفسير عام عميق لعدد من الأمثلة الخاصة. وقد أدّى ذلك إلى الكثير من الأفكار الغريبة، منها هناك نظرية معقولة تشرح حالة الضجيج الكهربائي $1/f$.

يوجد بالعادة أنواع شوائب كثيرة في الموصلات، مثل الذرات المطعمة أو فراغات في الشبكة. تتوزّع هذه الشوائب بطريقة غير متكافئة في المادة التي تحتويها فتعطي طاقات مختلفة لأماكن تواجدها. هذا يعني وجود احتمال استثارة أحد الشوائب حرارياً ليبلغ مستوىً حرارياً أعلى، ثمّ يسترخي ويهبط إلى مستوى حراري أدنى. وبما أنّ الأماكن المختلفة تفرض على تيار الإلكترونات تبعثرات عَرْضية مختلفة فينتج تقلّبات في موصلية المادة. كما إنّ عملية مستثارة حرارياً بين حالتين أولها وقت استرخاء مميز τ تملك طيف قدرة لورنتزي (Lorentzian) بالشكل التالي:

$$S(f) = \frac{2\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2} \qquad \textbf{(35.3)}$$

(سنشتقّ S(f) هذا في المسألة 4.3). إذا كان هناك توزيع أوقات استثارة p(τ) بدلاً

من وقت استثارة واحد في المادة، وإذا كانت مسببات التناثر غير متفاعلة مع بعضها البعض، يكون الطيف هو التكامل:

$$S(f) = \int_0^\infty \frac{2\tau}{1 + (2\pi f \tau)^2} \, p(\tau) \, d\tau \tag{36.3}$$

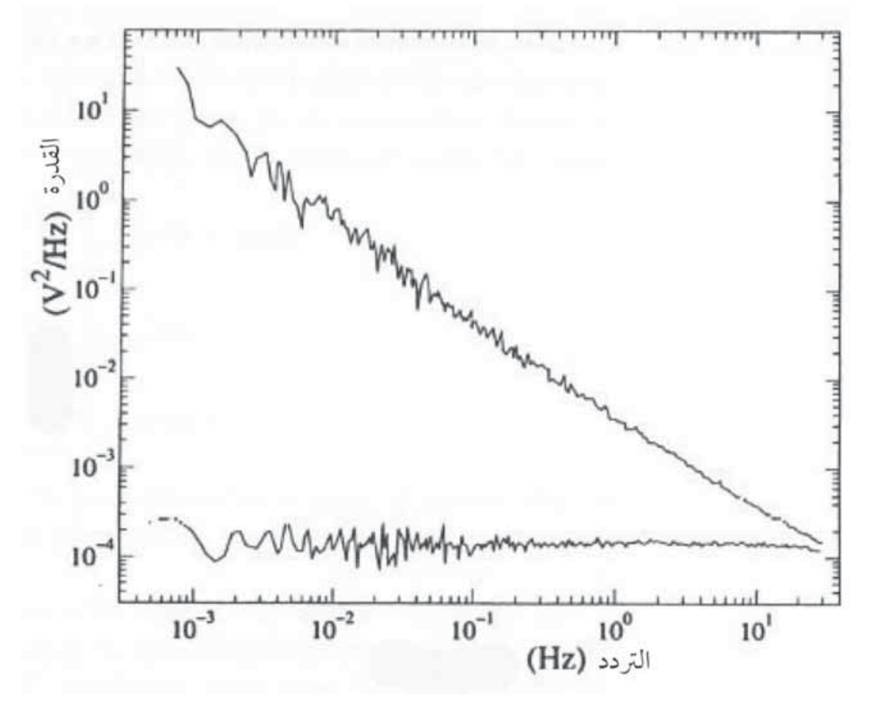
إذا كان احتمال امتلاك شائبة ما لطاقة تساوي حاجزاً علوّه E لتكن $e^{-E/kT}$ (قسم 3.4) فإن الوقت المميز τ لاستثارة (الشائبة) فوق الحاجز سيكون متناسباً عكسياً مع الاحتمال:

$$\tau = \tau_0 e^{E/kT} \tag{37.3}$$

تسمّى هذه العملية عملية مفعّلة حرارياً (Thermally Activated Process). وإذا كان توزيع علوّ الحواجز $p(E)$ مسطّحاً فإن $p(\tau) \propto 1/\tau$، وإذا وضعنا هذه النتيجة في المعادلة 36.3 فسنشاهد أن $S(f) \propto 1/f$ (المسألة 3.14) (Dutta & Horn, 1981).

هذا هو مصدر ضجيج $1/f$: مسببات تناثر ذات توزيع شبه مسطّح لطاقات التشغيل. من شأن تبريد عيّنة إلى درجة حرارة منخفضة بما فيه الكفاية لإيقاف عمل مسببات التناثر المرتفعة الطاقات وإظهار المكوّنات اللورنتزية الفردية في الطيف (Rogers & Buhrman, 1984). وفي هذا النظام، تتألّف إشارة الضجيج من قفزات بين قيم متقطّعة تسمّى ضجيج التبديل (Switching Noise). ويمكن أن يظهر ضجيج التبديل بشكل مفاجئ ومتقطع عند درجة حرارة عادية، مثلاً في حال كانت توصيلات جهاز ما سيئة بحيث يمرّ التيار في انقباضات ضيقة.

وبخلاف ضجيج جونسون، فإنّ ضجيج $1/f$ متناسب مع التيار في المواد بسبب، أنّها تقلّبات تيار في الموصلية وليس جهد، ويزيد مع تناقص مساحة المقطع العرضي للمادّة لأنّ تأثير شائبة واحدة يكون أكبر. ولهذا يكون ضجيج $1/f$ أكبر في مقاومات الكربون، التي تملك الكثير من نقاط الالتقاء الصغيرة بين الحبيبات، منه في مقاومات الغشاء المعدني الرقيق. إنّ مفاتيح التحويل المنخفضة الضجيج لديها مساحات التقاء كبيرة ووصلات ماسحة تنزلق على بعضها عند إقفال المفتاح لضمان ألّا يكون التوصيل مقيّداً في قنوات صغيرة.



الشكل 3.3 الضجيج في مقاوم 50 Ω مع وبدون تيار كهربائي.

بسبب ضجيج جونسون يكون طيف قدرة الضجيج في المقاومات مسطّحاً بغياب التيار؛ حيث إنه كلّما قوي التيار يظهر الضجيج $1/f$ أكثر، وكان التردد الذي يكون تحته ضجيج $1/f$ أكبر من ضجيج جونسون حسب التيار ومواصفات المادة المستعملة. فليس ضجيج $1/f$ خاصية ذاتية: فمقداره يتحدد بكيفية تحضير العينة المستعملة. نرى في الشكل 3.3 ضجيج $1/f$ وضجيج جونسون في مقاوم كاربون. وبما أنّ $1/f$ يتباعد عند الترددات المنخفضة فهو يفرض حداً زمنياً لا يمكن القيام بأي قياس قبلها؛ من أكثر الطرق شيوعاً لتفادي ضجيج $1/f$ هي تضمين الإشارة في تردد أعلى (سنناقش هذا في الفصل 13).

4.3.3 ضجيج المضخّم

تواجه كل الأجهزة الكاشفة للإشارات آليات ضجيج في عملها لا بد من التعامل معه. فضجيج جونسون يدفع المضخّم إلى توليد ضجيج جهدي. وبما أنّ كثافة طيف القدرة مسطّحة فإنّ متوسّط الضجيج المربّع يتناسب مع عرض النطاق، بمعنى آخر يتزايد مربّع متوسط الجذر (Root Mean Square) (RMS) مثل مربّع جذر عرض النطاق. يوصف المضخم عادةً بالجذر التربيعي لعرض النطاق؛ حيث إنّ جهازاً ذا ضجيج منخفض يكون

على مستوى $1\ nV/\sqrt{Hz}$. فوق ذلك فإنّ ضجيج الطلقة مسؤول عن توليد ضجيج تيار عند مخرجات المضخم؛ هذا الضجيج أيضاً مسطّح وفي حالة مضخم ضجيج منخفض يكون بحدود $1\ pA/\sqrt{Hz}$.

إنطلاقاً من الأهمية العملية لكشف الإشارات عند (وما وراء) هذه الحدود، من المفيد ربط الضجيج الذي يولّده المضخم بضجيج مدخلاته. فعادة ما نقارن بين الإشارات والضجيج بالاعتماد على سلّم لوغاريتمي بهدف تغطية حيز ديناميكي كبير؛ ونقيس نسبة الإشارة إلى الضجيج (Signal-to-Noise Ratio) (SNR) بالديسيبل (dB).

$$\begin{aligned} SNR &= 10\log_{10}\left(\frac{\langle V_{\text{signal}}^2\rangle}{\langle V_{\text{noise}}^2\rangle}\right) \\ &= 20\log_{10}\left(\frac{\langle V_{\text{signal}}^2\rangle^{1/2}}{\langle V_{\text{noise}}^2\rangle^{1/2}}\right) \\ &= 20\log_{10}\left(\frac{V_{\text{RMS signal}}}{V_{\text{RMS noise}}}\right) \end{aligned} \quad (38.3)$$

يمكن تعريف نسبة الإشارة إلى الضجيج SNR بالاعتماد على متوسّط مربّع الإشارة والضجيج (المساوي للتغاير في حال كان متوسّط الإشارة صفر) أو بالاعتماد على مربّع متوسط الجذر (RMS) عبر إخراج عامل 2 خارج اللوغاريتم.

إحدى الطرق لوصف أداء المضخم تكون بطرح السؤال: كم يزيد ضجيج المخرجات عن ضجيج المدخلات؟ مفترضين أنّ المدخل هو المسؤول عن ضجيج جونسون بسبب الـ ممانعة (Impedance) التي مصدرها (R_{source}) (الفصل السادس). وتسمّى هذه النسبة التي نقيسها بالديسيبل بـ رقم الضجيج (Noise Figure) (NF):

$$\begin{aligned} NF &= 10\log_{10}\left(\frac{\text{output noise power}}{\text{input noise power}}\right) \\ &= 10\log_{10}\left(\frac{4kTR_{\text{source}}\Delta f + \langle V_{\text{noise}}^2\rangle}{4kTR_{\text{source}}\Delta f}\right) \\ &= 10\log_{10}\left(1 + \frac{\langle V_{\text{noise}}^2\rangle}{4kTR_{\text{source}}\Delta f}\right) \end{aligned} \quad (39.3)$$

إنّ V_{noise} هو الضجيج الذي يضيفه المضخم على المصدر، وهو ما نقيسه في حال بُرّدت ممانعة المدخل إلى درجة حرارة الصفر المطلق. غالباً ما يُشكل رقم الضجيج كـ مغلفات (Contours) ضجيج تبعاً لمانعة المدخل والترددات (الشكل 4.3). ويوجد «بقعة حلوة» في منتصفه: فهو يسوء بجوار ممانعات المصدر المنخفضة، بسبب أنّ ضجيج المصدر الحراري صغير مقارنةً مع ضجيج المضخّم الحراري؛ ويسوء أيضاً بجوار ممانعات المصدر العالية والترددات العالية بسبب التقارن السعوي؛ وينخفض بجوار الترددات المنخفضة بسبب ضجيج $1/f$.

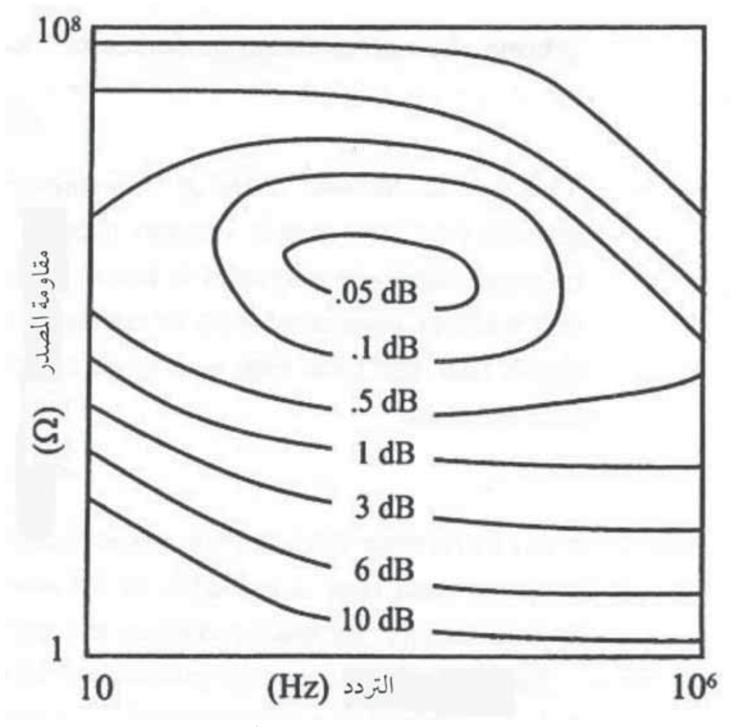
بالإمكان أيضاً قياس ضجيج المضخّم عبر درجة حرارة الضجيج (Noise Temperature) T_{noise}، وهي درجة الحرارة التي يجب أن تبلغها حرارة ممانعة المدخل انطلاقاً من درجة حرارته الفعلية T_{source} حتى يوافق ضجيجه الحراري الضجيج الذي يضيفه المضخّم.

$$
\begin{aligned}
NF &= 10\log_{10}\left(1+\frac{\langle V_{\text{noise}}^2\rangle}{4kT_{\text{source}}R\Delta f}\right)\\
&= 10\log_{10}\left(1+\frac{4kT_{\text{noise}}R}{4kT_{\text{source}}R\Delta f}\right) \qquad (40.3)\\
&= 10\log_{10}\left(1+\frac{T_{\text{noise}}}{T_{\text{source}}}\right)
\end{aligned}
$$

لقد استُبعدَت أغلب آليات تناثر الإلكترونات في ترانزيستورات (GaAs HEMT) (High-Electron-Mobility Transistor) (ترانزيستورات الإلكترونات عالية الحركية، الفصل العاشر)، وبذلك من الممكن أن يكون المسار الحر الوسطي (Mean-Free-Path) بعرض الجهاز نفسه. بما أنّ التناثر غير المرن هو مصدر المقاومة، وبالتالي التقارن الثرموديناميكي بين إلكترونات النقل والمادة، تعني أنّه بإمكان درجة حرارة الضجيج أن تكون أقل من درجة الحرارة العادية. فهي تنخفض إلى بضع درجات كلفن في أفضل الأجهزة. كما أنّ واحدة من الأماكن التي تعتبر هذه الحساسية مهمّة بشكل خاص تكمن في أجهزة الكشف عن الإشارات الضعيفة الآتية من الفضاء والاتصال بين الأقمار الصناعية وعلم الفلك الراديوي.

4.3 الثرموديناميكا والضجيج

يرتبط الضجيج ارتباطاً وثيقاً بالتقلّبات الحرارية، وهذا ما سنناقشه في هذا القسم، سنبدأ بمراجعة سريعة للثرموديناميكا الماكروسكوبية ومصدرها في الميكانيك الإحصائي الميكروسكوبي، ثمّ نلقي نظرة على مبرهنة التوزّع المتساوي (Equipartition Theorem) (ما يربط درجة الحرارة بمعدل الطاقة المخزّنة في درجات الحرية في نظام ما) ومبرهنة التقلّب - التبديد (ما يربط بين التقلّبات والتبديد في النظام).



الشكل 4.3: منحنيات مغلف الضجيج لمضخّم الضجيج المنخفض.

1.4.3 الثرموديناميكا والميكانيك الإحصائي

يمكن وصف نظام ثرموديناميكي بدرجة حرارته T وطاقته الداخلية E والإنتروبي S (Entropy). الطاقة الداخلية هي مجموع الطاقات المخزّنة في كلّ درجات الحرّية للنّظام. تؤمّن الإنتروبي علاقة بين الحرارة ودرجة الحرارة: فإذا عبر تيار حراري نظاماً ما مع الإبقاء على درجة حرارته ثابتة يؤدي ذلك إلى تغيّر بالإنتروبي على الشكل التالي:

$$\delta Q = T\,dS \qquad (41.3)$$

وتُكتَب δQ بدل dQ لأنّه من غير الممكن الاستفادة من الطاقة التي تعبر في النظام عبر عكسها للقيام بعمل، وهي بذلك تزيد الإنتروبي ولا يمكن للإنتروبي أن تتناقص في أي عملية عفوية:

$$dS \geq 0 \qquad (42.3)$$

ويسمى هذا القانون بـ القانون الثرموديناميكا الحرارية الثاني (Second Law of Thermodynamics)، مع الإبقاء على المساواة في كل عملية عكوسة (Reversible) (القانون الأول هو حفظ الطاقة). لا يمكن، بسبب القانون الثاني، استغلال كامل الطاقة الداخلية لأي نظام للقيام بعمل على نظام آخر، فالقسم الوحيد الذي يمكن الاستفادة منه هو القسم غير المرتبط بزيادة الإنتروبي. يُظهِر حساب تكامل الجهتين في المعادلة (41.3) أنّ كامل الطاقة الحرارية في النظام هي Q TS؛ ومن هنا تكون الطاقة الحرّة (Free Energy A)، تمثل الفرق بين الطاقة الداخلية والطاقة الحرارية.

$$A = E - T\,S \qquad (43.3)$$

وهي تقيس الطاقة المتوفرة في النظام التي بإمكانها القيام بعمل، سنرى لاحقاً أنّ الأنظمة تبحث عن تقليل طاقتها الحرّة عبر تخفيض الطاقة الداخلية وزيادة الإنتروبي.

في الأصل، استعمل مصطلح إنتروبي مبكراً لأول مرة في أوائل القرن التاسع عشر ككمّية ظواهرية، لشرح كفاءة المحركات الحرارية؛ وشكّل شرح مصدرها الميكروسكوبي إحدى أهم إشكاليات العلم الحديث ومع أنّ ماكسويل وبولتزمان (Boltzmann) وجيبس (Gibbs) كانوا قد وجدوا الحلّ حوالي العام 1870، إنّما بقيت بضعة أسئلة دقيقة معلّقة. وأدّت محاولات الإجابة عليها إلى أبحاث في مجالات أخرى من ضمنها النظرية المعلوماتية التي سنراها في الفصل القادم (Leff & Rex 1990).

جميع النظم محددة بالكمّ بحيث نقتصر في تحديدها على مجموعات حالات متقطّعة ممكنة، حتّى لو كانت المسافات بين الحالات صغيرة لدرجة قد تبدو معها هذه الحالات متّصلة على المستوى الماكروسكوبي. وعليه لنفترض أنّ i مؤشر الحالات الممكنة لنظام

ما وأنّ p_i احتمال وجوده في الحالة رقم i، وليكن Ω عدد الحالات الممكنة. بالتالي تكون الإنتروبي، على المستوى الميكروسكوبي:

$$S = -k \sum_{i=1}^{\Omega} p_i \log p_i \qquad (44.3)$$

حيث k هو ثابت بولتزمان، ووحدته هي وحدة طاقة مقسومة على وحدة درجة حرارة. وإذا كانت كلّ الحالات متساوية الاحتمال، نحصل على

$$p_i = \frac{1}{\Omega} \Rightarrow \; S = k \log \Omega \qquad (45.3)$$

كانت هذه المعادلة من الأهمية بالنسبة لبولتزمان أن حُفِرَت على قبره.

وفقاً لمسلّمات الميكانيك الإحصائي، إذا كان هناك Ω بنيات (Configuration) ميكروسكوبية لنظام متوافق مع حالة ماكروسكوبية واحدة، يكون الاحتمال p لظهور الحالة الماكروسكوبية هذه متناسب مع عدد الحالات الرقم Ω:

$$p \propto \Omega = e^{S/k} \qquad (46.3)$$

وقد يكون احتمال وجود النظام في أيّ من الحالات الميكروسكوبية هذه متساوٍ. فإذا ثبّتنا كامل الطاقة يكون احتمال وجوده في حالة لها هذه الطاقة هو نفسه لكلّ الحالات الميكروسكوبية المتّفقة معها (المعادلة 3.45) هذا ما نسمّيه مجموعة ميكرومعيارية (Microcanonical Ensemble). الشائع في الواقع هو تحديد معدل الطاقة أكثر من التحديد الدقيق لطاقة للنظام، وهذا نسمّيه مجموعة معيارية (Canonical Ensemble) (سنرى أنّ معدل الطاقة شديد الارتباط بدرجة الحرارة). لحساب خاصيات هذه المجموعة نحتاج إلى مسلّمة أخرى من مسلّمات الميكانيك الإحصائي: النظام يختار التوزيع الاحتمالي الذي يزيد الإنتروبي إلى حدّه الأقصى في ظلّ القيود التي نفرضها عليه. ويشكّل البرهان على هذه الحقيقة التجريبية موضوع نقاشات رياضيّة وحتى ماورائية لامتناهية. وتقدّم مبرهنة لبولتزمان اشتقاقاً في إطار التناثر في غاز مخفف (Reichl, 1998).

فبالنسبة إلى للمجموعة المعيارية، هناك شرطان يقيدانها: الأول، يجب تعيّير التوزيع

الاحتمالي:

$$\sum_{i=1}^{\Omega} p_i = 1 \qquad (47.3)$$

والثاني، يجب أن يكون معدل الطاقة E ثابتاً:

$$\sum_{i=1}^{\Omega} E_i p_i = E \qquad (48.3)$$

لتحقيق الحد الأقصى المقيّد سنستخدم طريقة مضاعفات لاغرانج (Lagrange Multiplier). نحدّد أولًا كمّية I لتكون الإنتروبي مضافاً إليها مضاعفَي لاغرانج مضروبين بمعادلتي القيود:

$$I = -k\sum_{i=1}^{\Omega} p_i \log p_i + \lambda_1 \sum_{i=1}^{\Omega} p_i + \lambda_2 \sum_{i=1}^{\Omega} E_i p_i \qquad (49.3)$$

ثمّ نبحث عن كل قيم p_i التي تجعل I بحدها الأقصى:

$$\frac{\partial I}{\partial p_i} = 0 \qquad (50.3)$$

ما يسمح لنا القيام بذلك هو أنّ حدي المعادلة اللذين أضفناهما، هما ثابتان، كما في المعادلتين (47.3) و(48.3)؛ ونحتاج لاختيار قيمتي مضاعفي لاغرانج فقط للتأكّد من أنّهما قيمتان صحيحتان. وهذا يعطينا الحل:

$$\frac{\partial I}{\partial p_i} = 0 = -k \log p_i - k + \lambda_1 + \lambda_2 E_i \qquad (51.3)$$

$$\Rightarrow p_i = e^{(\lambda_1/k)+(\lambda_2 E_i/k)-1} \qquad (52.3)$$

وإذا جمعنا البنود تبعاً لـ i نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{\Omega} p_i = 1 = e^{\lambda_1/k-1} \sum_{i=1}^{\Omega} e^{\lambda_2 E_i/k} \quad \textbf{(53.3)}$$

ويمكن إعادة ترتيب المعادلة أعلاه لتعريف دالة التجزيء (Partition Function) Ƶ

$$Ƶ \equiv e^{1-\lambda_1/k} = \sum_{i=1}^{\Omega} e^{\lambda_2 E_i/k} \quad \textbf{(54.3)}$$

ونحصل على معادلة أخرى عبر ضرب المعادلة (51.3) بـ p_i وجمعها:

$$\sum_{i=1}^{\Omega} p_i \frac{\partial I}{\partial p_i} = S - k + \lambda_1 + \lambda_2 E = 0 \quad \textbf{(55.3)}$$

وبما أنّ:

$$Ƶ = e^{1-\lambda_1/k} \quad \textbf{(56.3)}$$

فإن:

$$k \log Ƶ = k - \lambda_1 \quad \textbf{(57.3)}$$

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة (55.3) على الشكل التالي:

$$S - k \log Ƶ + \lambda_2 E = 0 \quad \textbf{(58.3)}$$

وإذا ما قارنّا هذه المعادلة مع تعريف الطاقة الحرة $A = E - TS$ نرى أنّ:

$$S - \underbrace{k \log Ƶ}_{-A/T} + \underbrace{\lambda_2}_{-1/T} E = 0 \quad \textbf{(59.3)}$$

تعطي هذه المعادلة الرابط ما بين الكمّيات الثرموديناميكية الماكروسكوبية والكمّيات الميكروسكوبية الميكانيكية الإحصائية.

يُظهِر استبدال قيمة λ_2 في المعادلة (54.3) أنّ دالة التجزيء هي:

$$Ƶ = \sum_{i=1}^{\Omega} e^{-E_i/kT} \equiv \sum_{i=1}^{\Omega} e^{-\beta E_i} \qquad \textbf{(60.3)}$$

بالعودة إلى المعادلة (52.3) نجد:

$$p_i = e^{\lambda_1/k-1} e^{-E_i/kT} = \frac{e^{-E_i/kT}}{Ƶ} \qquad \textbf{(61.3)}$$

من حيث هذه السياقات، ستكون القيمة المتوقعة لدالة f_i المتعلّقة بحالة النظام هي:

$$\langle f \rangle = \sum_{i=1}^{\Omega} f_i p_i = \frac{\sum_{i=1}^{\Omega} f_i e^{-E_i/kT}}{Ƶ} \qquad \textbf{(62.3)}$$

2.4.3 مبرهنة التوزيع المتساوي

مبرهنة التوزيع المتساوي ما هي إلّا نتيجة بسيطة واسعة الاستعمال بإمكانها إعطاء مقدار التقلبات الحرارية المرتبطة بتخزين الطاقة في درجات حرية مستقلة لنظام ما.

لنفترض أنّ حالة النظام محدّدة بواسطة المتغيّرات $x_0, \dots, x_n$ وأنّ الطاقة الداخلية للنظام معرّفة بالاعتماد عليها:

$$E = E(x_0, \dots, x_n) \qquad \textbf{(63.3)}$$

لنتأمل الآن الحالة حينما تنفصل إحدى درجات الحرية فيها وتكون طاقة مضافة إلى طاقة الدرجات الباقية

$$E = E_0(x_0) + E_1(x_1, \dots, x_n) \tag{64.3}$$

بإمكان E أن تكون الطاقة في دائرة كهربائية، وقد تكون $E_0 = CV_0^2/2$ هي الطاقة في مكثّف معيّن وV_0 الجهد في هذا المكثّف، أو قد تكون $E_0 = mv_0^2/2$ هي الطاقة الحركية (Kinetic Energy) لجسيم واحد سرعته v_0.

إذا افترضنا الآن أنّ النظام بأكمله مستقر على درجة حرارة T، فإن القيمة المتوقّعة لـ E_0 المعطاة بالتوزيع الميكانيكي الإحصائي المعياري (هنا في حالة النظام المتّصل تكون تكاملاً بدل مجموع) ستكون:

$$\begin{aligned}
\langle E_0 \rangle &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E(x_0,\dots,x_n)} E_0(x_0)\, dx_0 \dots dx_n}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E(x_0,\dots,x_n)}\, dx_0 \dots dx_n} \quad (\beta \equiv kT) \\
&= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta[E_0(x_0)+E_1(x_1,\dots,x_n)} E_0(x_0) dx_0 \dots dx_n}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta[E_0(x_0)+E_1(x_1,\dots,x_n)}\, dx_0 \dots dx_n} \\
&= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_0(x_0)} E_0(x_0)\, dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_1(x_1,\dots,x_n)}\, dx_1 \dots dx_n}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_0(x_0)}\, dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_1(x_1,\dots,x_n)}\, dx_1 \dots dx_n} \\
&= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_0(x_0)} E_0(x_0)\, dx_0}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_0(x_0)}\, dx_0} \\
&= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_0(x_0)}\, dx_0
\end{aligned} \tag{65.3}$$

فإذا كانت الطاقة $E_0 = ax_0^2$ بالنسبة لثابت a فيمكننا تبسيط التكامل بصورة أكثر:

$$\begin{aligned}
\langle E_0 \rangle &= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta E_0(x_0)}\, dx_0 \\
&= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta a x_0^2}\, dx_0
\end{aligned} \tag{66.3}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln\left[\frac{1}{\sqrt{\beta}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta a y^2}\,dy\right] \qquad (y^2 \equiv \beta x_0^2)$$

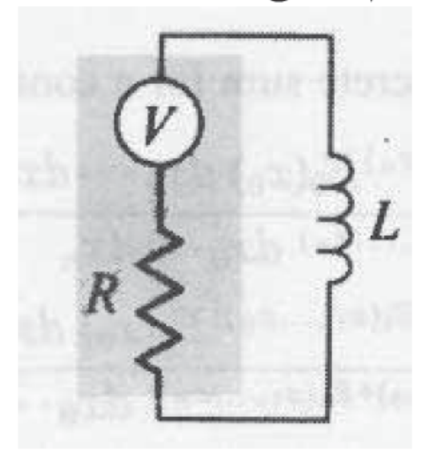
$$= -\frac{\partial}{\partial\beta}\left[-\frac{1}{2}\ln\beta + \ln\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ay^2}dy\right]$$

$$a\langle x_0^2\rangle = \frac{1}{2}kT$$

كل درجة حرية مربّعة حرارية مستقلّة تملك معدل طاقة $kT/2$ بسبب التقلّبات.

3.4.3 مبرهنة التقلّب – التبديد

تربط مبرهنة التوزيع المتساوي بحجم التقلّبات الحرارية للطاقة المخزّنة في درجات الحرية المستقلّة للنظام. أمّا مبرهنة التقلّب - التبديد فترتبط بكمّية التبديد. سنبدأ بمثل بسيط ثمّ ننتقل لنقاش النظرية العامّة. وعليه، ليكن المُحِث المثالي L (Ideal Inductor) موصولاً بالتوازي مع مقاوم R. وبسبب التقلّبات الحرارية، يكون هناك جهد عبر المقاومة R. يمكن نمذجة هذه التقلّبات باللجوء إلى مصدر جهد V موصول على التوالي مع مقاوم عديم الضجيج (الشكل 5.3).



الشكل 5.3: مقاوم، منمذج كمصدر جهد موصول على التوالي مع مقاوم عديم الضجيج، موصول بالتوازي مع محث.

سنرى في الفصل السادس أنّ الطاقة المخزّنة في المحث تساوي $LI^2/2$ وبما أنّه مكوّن التخزين الوحيد تسمح لنا مبرهنة التوزّع المتساوي معرفة ما يجب أن يكون عليه التيار الذي يمرّ فيه بفضل التقلّبات الحرارية:

$$\langle\frac{1}{2}LI^2\rangle = \frac{1}{2}kT \tag{67.3}$$

مازال قانون أوم (القسم 6.1.3) ينطبق هنا، وبالتالي فإنّ هذا التيار يجب أن يكون أيضاً مساوياً لجهد التقلّبات الحرارية مقسوماً على المانعة Z لتيار الدائرة الكهربائية. وإذا كتبناها بالنسبة إلى المكوّنات الترددية، نحصل على:

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{Z(\omega)} = \frac{V(\omega)}{R + i\omega L(\omega)} \tag{68.3}$$

(سنشرح لماذا تكون ممانعة المحث iωL عندما نشتق معادلة الدائرة الكهربائية من معادلات ماكسويل). أمّا إذا كتبنا نتيجة التوزّع المتساوي من حيث المكونات الترددية فنحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}kT &= \langle\frac{1}{2}LI^2\rangle = \frac{L}{2}\langle I^2\rangle \\ &= \frac{L}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\langle|I(\omega)|^2\rangle d\omega \qquad \text{(مبرهنة بارسيفال)} \\ &= \frac{L}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\langle\frac{|V(\omega)|^2}{|Z(\omega)|^2}\rangle\, d\omega \\ &= \frac{L}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\langle|V(\omega)|^2\rangle}{R^2+\omega^2L^2}\, d\omega \end{aligned} \tag{69.3}$$

وبما أنّا نعتبر هذا المقاوم مثالياً بدون أيّ ثابت زمني يفرضه مكوّن سعوي أو محاثي فمن المنطقي أن نفترض أنّ الجهد المتقلّب V يمتلك دالة دلتا للترابط الذاتي (ما يمكن تبريره باشتقاق ميكروسكوبي) وبما أنّ هذا يعني أنّ طيف قدرة التقلّبات مسطّح يكون الجهد V غير معتمد على ω ويمكن إخراجه من التكامل:

$$\frac{1}{2}kT = \frac{L\langle V^2(\omega)\rangle}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{R^2+\omega^2L^2}d\omega \qquad (70.3)$$

يمكن حلّ هذا التكامل تحليلياً:

$$\frac{1}{2}kT = \frac{\pi\langle V^2(\omega)\rangle}{2R} \qquad (71.3)$$

وبناءً عليه:

$$\begin{aligned}\frac{\pi\langle V^2(\omega\rangle}{2R} &= \frac{1}{2}kT\\ \langle V^2(\omega)\rangle &= \frac{kTR}{\pi}\\ \langle V^2(f)\rangle &= 4kTR\end{aligned} \qquad (72.3)$$

هناك عامل (2π) في السطر الأخير للتحويل من راديان بالثانية إلى عدد دورات بالثانية، وهناك عامل 2 للتحويل إلى توزيع أحادي الجانب للترددات الموجبة فقط المستعملة لأطياف القدرة. هذه صيغة ضجيج جونسون التي رأيناها سابقاً.

إنّ ضجيج جونسون مثل بسيط عن علاقة عامة أكثر بين التقلّبات والتبديد في النظام؛ فتبديد أكبر يعني تقلّبات أقلّ. لنبدأ بافتراض حالة ماكروسكوبية ما لنظام مؤشر بدرجة حرية واحدة x (التيار في الدائرة الكهربائية مثلًا) هذا يعني أنّ الإنتروبي هي دالة هذا المتغيّر S(x). في حالة الاستقرار يكون النظام في حالة من شأنها أن ترفع الإنتروبي إلى أقصاها. فلتكن هذه الحالة متوافقة مع x 0، يمكن مقاربة الإنتروبي بواسطة متسلسلة تايلور في جوار قيمتها القصوى:

$$S = S_0 - \frac{1}{2}k\alpha x^2 \qquad (73.3)$$

(لنتذكر أنه لا يوجد حد معادلة خطّي حول القيمة القصوى) يحدّد الثابت α الذي يبين حدة رأس الإنتروبي. فيكون بالتالي احتمال ظهور حالة بعيدة عن القيمة القصوى:

$$p(x) \propto e^{S(x)/k} \propto e^{-\alpha x^2/2} \quad (74.3)$$

إنّ x متغيّر عشوائي، ونرى أنّه يملك توزيعاً غاوسياً بتغايره:

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle = \int x^2 p(x) dx = \frac{1}{\alpha} \quad (75.3)$$

فكلّما أصبحت قيمة α، كاما زادت حدة رأس الإنتروبي ويكون التوزيع أضيق، من هنا نرى لماذا تملك تقلّبات مثل ضجيج جونسون توزيعاً غاوسياً بالعادة (تذكر مبرهنة الحد المركزي؟).

إذا كان النظام في حالة بعيدة عن الاستقرار تكون هناك قوة استعادة تعيده إلى حالة الاستقرار تعتمد على كيفية تغيّر الإنتروبي مع تغيّر الحالة. أبسط الافتراضات للانحرافات الصغيرة هو أن نعتبر معدل زمن تغيّر الحالة متناسبة مع انحدار الإنتروبي:

$$R\frac{dx}{dt} = \frac{dS}{dx} \quad (76.3)$$

هناك الكثير من الأمثلة الشائعة عن هذا النوع من قوى الاستعادة الخطية، مثل قانون أوم $IR = V$، حيث يكون الدفق dx/dt هو التيار I، وانحدار الإنتروبي dS/dx هو القوة المحرّكة V، وثابت التخميد (Damping Constant) R هو المقاومة. كلّ هذا يشكّل موضوع الثرموديناميكا الخطية غير الاستقرارية (De Groot & Mazur, 1984; Callen, 1985).

يمكن إدخال المعادلة (73.3) في المعادلة (76.3) ما يعطينا لاستراحة x معادلة تفاضلية عشوائية (Stochastic Differential Equation) (معادلة لانجڤين (Langevin Equation) (Gershenfeld, 1999a)).

$$R\frac{dx}{dt} = -k\alpha x \quad (77.3)$$

يعطي تربيع الجهتين وحساب المعدّل على الوقت:

$$R^2 \left\langle \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \right\rangle = k^2\alpha^2\langle x^2\rangle \quad (78.3)$$

الجهة اليمنى لهذه المعادلة هو التغاير، أي حجم التقلّبات. ولفهم الجانب الأيسر نحن بحاجة إلى العودة إلى المعادلة (76.3)، دون أن ننسى أنّ القوة مضروبة بالانتقال تعطي طاقة، وأنّ الطاقة مقسومة على الوقت تعطي القدرة. ولذلك فإنّ ضرب القوة المحرّكة dS/dx بـ dx وقسمتها على dt يعطي القدرة المُبدَّدة P:

$$P = \frac{dS}{dx}\frac{dx}{dt} = R\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \quad (79.3)$$

وبالتالي تُظهِر المعادلة (77.3) أنّ:

$$P = k^2\frac{\alpha^2}{R}\langle x^2\rangle = k^2\frac{\alpha}{R} \quad (80.3)$$

إذا كان رأس الإنتروبي حاد جدّاً (α أكبر بكثير من R نسبياً) فتكون التقلّبات صغيرة لكن التبديد فكبير. وإذا كان رأس الإنتروبي مفلطح (α صغير)، فتكون التقلّبات كبيرة بينما يكون التبديد صغيراً. ويمكن إيجاد معادلة مرتبطة بذلك عبر ضرب جهتي المعادلة (77.3) بـ x ومن ثمّ حساب المعدل:

$$R\,\underbrace{x\frac{dx}{dt}}_{\frac{1}{2}\frac{dx^2}{dt}} = -k\alpha x^2$$

$$\frac{d\langle x^2\rangle}{dt} = -2k\frac{\alpha}{R}\langle x^2\rangle \quad (81.3)$$

إذا كان النظام مضطرباً تكون معدل وقت استراحة التغاير متناسبة مع α/R، ولكنّها طبعاً لا تصل إلى صفر بسبب وجود مصدر الضجيج في معادلة لانجڤين الذي يقود التقلّبات.

إنّ المعادلة (80.3) مثلٌ بسيط عن مبرهنة التقلّبات - التبديد. ويتّجه تعميمها

مباشرة إلى أنظمة مع درجات حرية أكثر (Montroll & Lebowitz, 1987, Reichl, 1998) وأنظمة كموميّة (Balian, 1991). وفي أعلى الأبعاد يصبح ثابت الخمود R عبارة عن مصفوفة، وإذا كان النظام يملك عدم تغير عكوسي (Invariance) من حيث الوقت، فإنّ المعادلات التي تحكمه تبقى كما هي عند استبدال $t \to -t$ وتكون الـ مصفوفة متماثلة (Symmetrical Matrix) ($R_{ij} = R_{ji}$)، ونسمّيها علاقة أوسانغر التبادلية (Onsager Reciprocal Relationship).

يمكن فهم مبرهنة التقلّب – التبديد عبر تذكّرنا أنّ التغيّر الإنتروبي يترافق مع تيار حراري $\delta Q = TdS$؛ فإذا كان رأس الإنتروبي حاد تؤدّي التقلّبات إلى تغييرات أكبر في الإنتروبي. هذه مقايضة (Tradeoff) أساسية في تصميم كلّ الأنظمة: فكلّما أردنا أن يؤدي النظام عمله بسرعة ودقّة أكبر، كلّما احتاج إلى قدرة أكثر. فأحد أهمّ الدروس في تصميم نظم الإلكترونيات الضعيفة القدرة هو التأكّد ألّا يتعدّى النظام السرعة اللازمة لتأدية عمله. ومن هنا وحتى دون معرفة أي شيء آخر عن الإلكترونيات، نرى أنّ مضخّمات الضجيج الضعيف تتطلّب قدرة أكبر من تلك التي تعوزها المضخّمات الأكثر ضجيجاً.

5.3 مراجع مختارة

[Feller, 1968] Feller, William. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. 3rd edn. New York: Wiley.

[Feller, 1974] Feller, William. (1974). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. 2nd edn. Vol. II. New York: Wiley.

مرجع ضروري جداً لدراسة الاحتمالات.

[Balian, 1991] Balian, Roger. (1991). *From Microphysics to Macrophysics: Methods and Applications of Statistical Physics*. New York: Springer Verlag. Translated by D. ter Haar and J. F. Gregg, 2 volumes.

مقدمة جيدة لكل الخصائص الإحصائية للأنظمة الفيزيائية.

[Horowitz & Hill, 1993] Horowitz, Paul, & Hill, Winfield. (1993). *The Art of Electronics*. 2nd edn. New York: Cambridge University Press.

الكتاب الذي يجب الاطلاع عليه أولاً لكلّ أنواع الأسئلة بخصوص الإلكترونيات العملية، الضجيج ضمناً.

6.3 مسائل وتمارين

(1.3) (أ) اشتق المعادلة (16.3) من التوزيع الثنائي الحد ومقاربة ستيرلنغ.

(ب) اشتق بالاعتماد على النتيجة السابقة المعادلة (18.3).

(ج) وبالاعتماد على النتيجة (ب) اشتق المعادلة (19.3).

(2.3) ليكن مصدر ضوء يولّد فوتونات عشوائية مستقلّة عن بعضها بمعدّل معدل N بالثانية. كمّ فوتون يجب أن يعدّ كاشف ضوئي بالثانية كي نتمكّن من تحديد المعدل مع هامش خطأ 1%؟ وواحد بالمليون؟ كمّ واط يوازي هذان الوضعان في حالة الضوء المرئي؟

(3.3) ليكن مضخّم صوتي ذو عرض نطاق 20 كيلوهيرتز.

(أ) إذا كان مُشغَّلاً بواسطة مولّد جهد في درجة حرارة عادية وله مصدر ممانعة 10 كيلو أوم، كمّ يجب أن يكون جهد الدخل ليكون الـ SNR 20 ديسيبل بالنسبة إلى ضجيج جونسون؟

(ب) ما حجم المكثّف الذي يملك تقلّبات جهد تتطابق مع ضجيج جونسون هذا؟

(ج) وإذا كان مشغّلاً بمولّد تيار كمّ يجب أن يكون حجمه ليكون ضجيج الطلقة الـ RMS 1% من هذا التيار؟

(4.3) هذه المسألة أصعب من الأخريات. لتكن عملية عشوائية $x(t)$ تتبدل عشوائياً بين $x = 0$ و$x = 1$. وليكن αdt احتمال الانتقال من 0 إلى 1 في وقت dt إذا بدأت عند $x = 0$ وβdt احتمال الانتقال من 1 إلى 0 إذا بدأت عند $x = 1$.

(أ) اكتب معادلة مصفوفات تفاضلية للتبديل مع الوقت بين $p_0(t)$ احتمال حالة $x = 0$ و$p_1(t)$ احتمال حالة $x = 1$.

(ب) قدّم حلاً لهذه المعادلة عبر جدولة المصفوفة المربّعة 2×2.

(ج) استعمل هذه النتيجة لإيجاد دالة الترابط الذاتي $\langle x(t)x(t+\tau)\rangle$.

(د) استعمل دالة الترابط الذاتي لبرهنة أنّ طيف القدرة لورانتزي.

(هـ) لأيّ تردّد يُخفَّض مقدار اللورانتزي إلى نصفه بالنسبة إلى قيمته عند التردد المنخفض؟

(و) بيّن أنّ توزيعاً مسطّحاً لحواجز الطاقة، لعمليّة مفعّلة حرارياً، يؤدي إلى توزيع تبديل أوقات $p(\tau) \propto 1/\tau$، وبالتالي إلى $S(f) \propto 1/v$

الفصل الرابع

المعلومات في الأنظمة الفيزيائية

ما هي المعلومات؟ الجواب الجيد هو: أن المعلومات هي ما لا نعرفه من قبل. فمعلوماتنا لا تزيد إذا ما قيل لنا أنّ الشمس ستشرق غداً؛ بينما إذا قيل لنا أنّها لن تشرق غداً فذلك يعلّمنا الكثير. تقوم نظرية المعلومات على إعطاء قياس كمّي لهذا المفهوم البديهي للمفاجأة. ويكمن نجاحها الأساسي في شرحها كيف يحد الضجيج والطاقة كمّية المعلومات التي يمكن استعراضها في نظام فيزيائي ما، ما يؤدي بدوره إلى نفاذ بصيرة كيفية معالجة المعلومات في النظام بكفاءة أكبر.

لقد رأينا في الفصل السابق بعضاً من كيفية قيام الأجهزة بإدخال الضجيج على الإشارات، مضيفةً بفعالية معلومات غير مرغوب بها. يمكن أن تُستخرج هذه العملية ما يمكن وضعه في مفهوم قناة الاتّصالات (Communications Channel)، التي تقبل إشارات مدخلات وتولّد غيرها من المخرجات. فوصلة الهاتفي قناة، وكتابة البِتّات على قرص صلب ومن ثمّ قراءتها هي قناة أيضاً. بكلّ الأحوال يُفترَض دائماً وجود مجموعة رموز مدخلات معروفة (مثلاً 0 و1)، وربما جهاز يمسحها ويحوّلها إلى رموز أخرى لتلبي قيود القناة، ويُفترض وجود القناة نفسها التي من الممكن أن تغيّر فحوى الرسالة بسبب الضجيج وأخطاء أخرى، بالإضافة إلى إمكان وجود جهاز يفك الرموز لتحويلها إلى مجموعة مخرجات. سنعتبر في دراستنا أنّ أنواع الرسائل وأنواع قنوات الأخطاء جميعها ساكنة بما فيه الكفاية، حتّى نتمكّن من حساب التوزيع الاحتمالي $p(x)$ لرؤية رسالة مدخلات x، و$p(y|x)$ احتمال أن توصّل القناة y انطلاقاً من المدخلات x. وهذا يعني

أيضاً أنّنا نفترض القناة بدون ذاكرة، بحيث لا يتأثّر التوزيع الاحتمالي بغير الرسالة الآنية. هذه افتراضات مهمّة جدّاً: فلا يمكن استعمال نتائج هذا الفصل لدراسة الأنظمة غير الساكنة (Non-Stationary Systems).

1.4 المعلومات

ليكن x متغيّر عشوائي بإمكانه الحصول على X قيم مؤشر عليها بـ $i = 1, \ldots, X$ ، وليكن p_i احتمال رؤية القيمة رقم i. فعلى سبيل المثال، قد يكون المتغيّر x أحد أحرف الأبجدية و p_i احتمال رؤية الحرف i. ماذا يكون في هذه الحالة معدّل المعلومات التي تحملها كلّ قيمة لـ x مُستخرجة من هذا التوزيع؟ إذا كان للمتغيّر x قيمة واحدة فقط، فنحن لا نتعلّم إلا قليلاً جداً من تكرار التجربة، لأننا نعرف كلّ شيء أصلاً. أمّا إذا كانت كلّ القيم متساوية الاحتمال، فإنّا نتعلّم أكبر قدر ممكن في كلّ مرّة، وذلك لأننا نبدأ بدون معرفة أيّ معلومة. يجب أن يكون لـ دالة الدالة (Functional) المعلومة $H(p)$ (دالة الدالة: هو دالة تتخذ دالة أخرى عنصراً لها)، الذي يحتوي على هذه الفكرة البديهية، والتي لها الخصائص المعقولة التالية:

- أن يكون $H(p)$ متواصلاً في p. التغييرات الصغيرة في التوزيع من شأنها أن تؤدّي إلى تغييرات صغيرة في المعلومات.

- أن يكون $H(p) \geq 0$، وأن يكون $H(p) = 0$ إذا وفقط إذا، كانت إحدى قيم p_i ليست صفراً. فبإمكاننا دائماً زيادة معلوماتنا، إلّا إذا كنّا نعرف كل شيء مسبقاً.

- أن يكون $H(p) \leq C(X)$، حيث $C(X)$ ثابت يعتمد على عدد القيم المحتملة، X. إذا كانت كلّ القيم متساوية الاحتمال يكون $H(p) = C(X)$. وإذا كان $X' > X \Rightarrow C(X') > C(X)$، فكلّما كثرت الخيارات قلّت معرفتنا بما سيحدث لاحقاً.

- إذا استخرجنا x من التوزيع p ثمّ استخرجنا y مستقلّة عن x من التوزيع q، يكون $H(p,q) = H(p) + H(q)$ حيث يمثّل $H(p,q)$ المعلومات المتعلّقة برؤية الزوج (x, y). فالمعلومات في الأحداث المستقلّة هي مجموع معلومات كلّ حدث على حدة.

في حين تبدو هذه اللائحة غير كافية لتعريف $H(p)$، من الممكن برهنة أنّ هذه الخصائص المبتغاة لا تلبيها غير الدالة التالية (Ash, 1990)

$$H(p) = -\sum_{i=1}^{X} p_i \log p_i \tag{1.4}$$

هذا هو تعريف الإنتروبي لتوزيع احتمالي، وهو نفس التعريف الذي استعملناه في الفصل السابق في الميكانيك الإحصائي. وعادة ما نكتب $H(x)$ بدلاً من $H(p(x))$ أو $H(p)$، لتأكيد اعتماد H على x. فاختيار قاعدة اللوغاريتم يتمّ عشوائياً، وإذا كانت القاعدة تساوي 2 عندها تقاس الإنتروبي بالبِتّ، وإذا كانت e تُسمّى حينها وحدات الإنتروبي نات (nat) (Natural Logarithm) نسبة إلى اللوغاريتم الطبيعي (Natural Logarithm). ولنُلاحظ أنه يكفي من أجل تغيير صيغة الإنتروبي من البِتّ إلى النات أن نغيّر اللوغاريتم من $\log_2$ إلى $\log_e$، إلا ما ظهر في هذا الفصل عشوائياً خلافاً لقاعدة اللوغاريتم في بضعة منه.

لتكن الآن سلسلة مكوّنة من N عيّنات $(x_1, \ldots, x_N)$ مستخرجة من p وليكن N_i عدد مرّات رؤية القيمة رقم i لـ x فعلياً. وبما أنّ ملاحظة الأحداث مستقلّة الواحدة عن الأخرى، فإن احتمال رؤية سلسلة معيّنة يساوي ضرب الاحتمالات الفردية للقيم التي تشكّل هذه السلسلة سيكون:

$$p(x_1, \ldots, x_N) = \prod_{n=1}^{N} p(x_n) \tag{2.4}$$

يمكن تجميع حدود هذا الضرب من حيث القيم المحتملة لـ x،

$$p(x_1, \ldots, x_N) = \prod_{i=1}^{X} p_i^{N_i} \tag{3.4}$$

فإذا حسبنا اللوغاريتم وضربنا طرفي المعادلة بـ $-1/N$ نحصل على:

$$-\frac{1}{N}\log p(x_1,\dots,x_N) = -\frac{1}{N}\log\prod_{i=1} p_i^{N_i}$$
$$= -\sum_{i=1}^{X}\frac{N_i}{N}\log p_i \quad (4.4)$$
$$\approx -\sum_{i=1}^{X} p_i \log p_i$$
$$= H(x)$$

يأتي السطر الثالث من قانون الأعداد الكبيرة (القسم 3.2.4): فعندما يتجه $N \to \infty$ يكون $N_i/N \to p_i$. وبالتالي يمكن إعادة كتابة المعادلة (4.4) لتعطي:

$$p(x_1,\dots,x_N) \approx 2^{-NH(x)} \quad (5.4)$$

(مفترضين أنّ الإنتروبي معرّفة على قاعدة 2). وهنا نرى شيئاً ملفتاً للنظر: فاحتمال رؤية وتر طويل معيّن هو مستقلّ تماماً عن عناصره. هذه هي خاصية التوزّع المتساوي التقاربي (Asymptotic Equipartition Property) (AEP). وبما أنّ احتمال ظهور وتر طويل معيّن هو ثابت، يكون عكسه $1/p = 2^{NH(x)}$ وهذا يُعطي العدد الفعلي للأوتار التي لها نفس الطول، غير أنّ عدد جميع الأوتار الفعلي هو أكبر بكثير ويساوي

$$X^N = 2^{N\log_2 X} \quad (6.4)$$

الفرق بين هاتين القيمتين هو ما يسمح لنا بضغط البيانات. ولهذا تداعيات مهمّة جداً (Blahut, 1988):

بما أنّه من الممكن تمثيل العينات المُستنتَجة من التوزيع عادةً بـ$H(x)$ بِتّ بدلاً من $\log_2 X$ بِتّ، فإن أجهزة الترميز تستطيع الاستفادة من الفرق، لتخزين أو إرسال الوتر عبر $NH(x)$ بِتّ. هذه مبرهنة شانون الأولى للترميز (Shannon's First Coding Theorem)، وتُسمّى أيضاً مبرهنة ترميز المصدر (Source Coding Theorem) أو مبرهنة الترميز دون ضجيج (Noiseless Coding Theorem).

إنّ قابلية الأوتار النموذجية للانضغاط ممكنة، بسبب ضعف احتمال رؤية الأوتار النادرة، التي تتعارض مع قانون الأعداد الكبيرة. أمّا في الحالات النادرة حيث تظهر أوتار من هذا القبيل، فيفشل الترميز ونضطرّ إلى استخدام تمثيل أطول. وبما أنّ قانون الأعداد الكبيرة يفرض قيوداً محُكَمة تزايد على ظهور هكذا أوتار في حال كان عدد العيّنات كبيراً، يمكننا تقليل احتمال الفشل باستعمال وتر طويل بما فيه الكفاية، هذه مبرهنة شانون - مكميلان (Shannon-McMillan Theorem).

لما كان الإنتروبي يمثل قيمة قصوى في حالة التوزيع المسطّح، فإن جهاز ترميز فعّال يقوم بتقديم معلومات مع هذا التوزيع. ولهذا تصدر المودمات «هسيساً»: فهي تستخدم قناة الهاتف على النحو الأمثل تبعاً لعشوائية المعلومات المرسلة. سنتكلّم كثيراً في هذا الكتاب عن دور القيم العشوائية في تحسين أداء الأنظمة، وتحديداً في الفصل الثالث عشر.

لقد لاحظنا أن الإنتروبي تعطي (على قاعدة 2) معدل عدد البِتّات اللازمة لوصف عيّنة مُستخرجة من التوزيع. وبما أنّها تساوي إلى:

$$-\sum_{i=1}^{X} p_i \log p_i = \langle -\log p_i \rangle \tag{7.4}$$

فمن الطبيعي اعتبار $\log p_i$ وكأنّه معلومات عند رؤية الحدث p_i، واعتبار الإنتروبي كالقيمة المتوقّعة لهذه المعلومات.

يمكن تطبيق الإنتروبي على أنظمة ذات درجات حرية كثيرة. كما أنّ الإنتروبي المشتركة لمتغيّرين لهما توزيع مشترك $p(x,y)$ هو:

$$H(x,y) = -\sum_{x}\sum_{y} p(x,y) \log p(x,y) \tag{8.4}$$

يمكن إعادة كتابة ذلك بالاعتماد على قاعدة بايز (Bayes' Rule)، $p(x,y) = p(x|y)\,p(y)$، على الشكل التالي:

$$H(x,y) = -\sum_x \sum_y p(x,y) \log p(x,y)$$
$$= -\sum_x \sum_y p(x,y) \log[p(x|y)p(y)]$$
$$= -\sum_x \sum_y p(x,y) \log p(x|y) - \sum_x \sum_y p(x,y) \log p(y) \quad \textbf{(9.4)}$$
$$= -\sum_x \sum_y p(x,y) \log p(x|y) - \sum_y p(y) \log p(y)$$
$$= H(x|y) + H(y)$$

يُعتبر الإنتروبي في التوزيع المشروط $H(x|y)$ بمثابة القيمة المتوقّعة للمعلومات $\langle -\log p(x|y)\rangle$. بينما يُعتبر إنتروبي المتغيّرين معاً مساوياً لإنتروبي أحدهما زائداً إنتروبي الثاني بشرط ظهور الأوّل.

أمّا المعلومات المشتركة بين متغيّرين فتُعرَّف بصفتها معلومات كلّ واحد منهما على حدة ناقص معلوماتهما مجتمعَين:

$$I(x,y) = H(x) + H(y) - H(x,y)$$
$$= H(y) - H(y|x)$$
$$= H(x) - H(x|y) \quad \textbf{(10.4)}$$
$$= \sum_x \sum_y p(x,y) \log \frac{p(x,y)}{p(x)p(y)}$$

(تقدّم المسألة 4.2 البرهان على أنّ هذه الأشكال كلّها متساوية). تقيس هذه المعادلة معدّل البِتّات الذي تخبر به عيّنة بخصوص الأخرى. وهو يتلاشى إذا كان المتغيّران مستقلّين، بينما يساوي معلومات أحدهما إذا كانا مرتبطين بالكامل. ويمكن اعتبار المعلومات المشتركة في نظرية المعلومات كأنّها نظير دالة الترابط المتبادل (Cross-Correlation Function) $\langle x(t)y(t)\rangle$، ولكن هذه الدالة لا تكون مفيدة إلّا إذا كانت لقياس تشابك إشارات أنظمة خطيّة (Gershenfeld, 1993).

ففي سلسلة لسلسلة مؤلّفة من N قِيَم $(x_1, x_2, \dots, x_N)$يكون الإنتروبي المتضامن (Joint Entropy) (أو الإنتروبي الكتلوية (Block Entropy))

$$H_N(x) = -\sum_{x_1}\sum_{x_2}\dots\sum_{x_N} p(x_1, x_2, \dots x_N) \log p(x_1, x_2, \dots x_N) \qquad (11.4)$$

وهو ما يعادل معدل عدد البِتّات اللازمة لوصف الوتر. ويكون حدّ معدل نموّها:

$$h(x) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} H_N(x) = \lim_{N\to\infty} H_{N+1} - H_N \qquad (12.4)$$

ويُسمّى بـ إنتروبي المصدر (Source Entropy)، وهو معدل توليد النظام للمعلومات الجديدة.

حتى الآن ناقشنا متغيّرات عشوائية بإمكانها أن تكون ذات مجموعة قيم متقطّعة؛ مُعرفةً الإنتروبي في حال كانت المتغيّرات متواصلة حيث يتطلّب ذلك عناية أكبر. فإذا كان x عدداً حقيقياً يكون $p(x)dx$ احتمال رؤية قيمة بين x و $x + dx$. ويُعبَّر عن المعلومات في هذه الملاحظة باللوغاريتم $-\log[p(x)dx] = -\log p(x) - \log dx$. وعندما يتّجه $dx \to 0$ إلى صفر يتباعد اللوغاريتم! في الواقع هذا التباعد هو الجواب الصحيح بحكم أنّ عدداً حقيقياً واحداً يحتوي على كمّية لامتناهية من المعلومات إذا كان من الممكن تخصيصه بأيّ تمايز كان. وتُشكّل الإنتروبي التفاضلية (Differential Entropy) الجزء الذي لا يتباعد منها:

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x)\, dx \qquad (13.4)$$

وبخلاف الإنتروبي المتقطّع يمكن للإنتروبي التفاضلية أن تكون سالبة أو موجبة. كما لا أهمية لقيمتها الفعلية بما أنّنا نتجاهل الجزء المتباعد منها بسبب الحدود المتناهية الصِّغَر، أمّا الفروقات بين إنتروبيات تفاضلية فمهمّة حيث إنّ الأجزاء المتباعدة تلغي بعضها.

لكي نفهم المعلومات المشتركة للحالات المتواصلة فإننا نحتاج أوّلاً إلى مبرهنة جنسن (Jensen's Theorem) (Cover & Thomas, 1991): ففي حالة دالة محدّبة

(Convex Function) $f(x)$ (دالة لا تملك اشتقاقاً ثانياً سالباً، مثل log-):

$$\langle f(x)\rangle \geq f(\langle x\rangle) \tag{14.4}$$

هذا يعني أنّه لتوزيعين معيّرين هما p وq:

$$D(p,q) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} p \log \frac{q}{q} \tag{15.4}$$

$$\begin{aligned} &= -\int_{-\infty}^{\infty} p \log \frac{q}{p} \\ &\geq -\log \int_{-\infty}^{\infty} p \frac{q}{p} \\ &= -\log \int_{-\infty}^{\infty} q \\ &= -\log 1 \\ &= 0 \end{aligned} \tag{16.4}$$

$D(p;q)$ ليست سالبة، وهي تتلاشى في حال كان $p = q$. وتُسمّى مسافة كلّباك – ليبلر (Kullback-Leibler Distance) بين دالّتي احتمال. تشكّل $D[p(x,y), p(x)p(y)]$ النظير المتواصل للمعلومات المشتركة. إنّ مسافة كلّباك – ليبلر، التي تظهر تلقائياً كقياس المسافة بين توزيعين لكنها فعلياً ليست دالة مسافة: فهي ليست متماثلة بالنسبة إلى f وg (فقيمتها قد تتغيّر إذا استبدلنا الواحدة بالأخرى) وهي لا تلبّي شروط مثلّث التباين حيث إنّ $(D(p,q) + D(q,r))$ ليست بالضرورة أكبر أو مساوية لـ $(D(p,r))$.

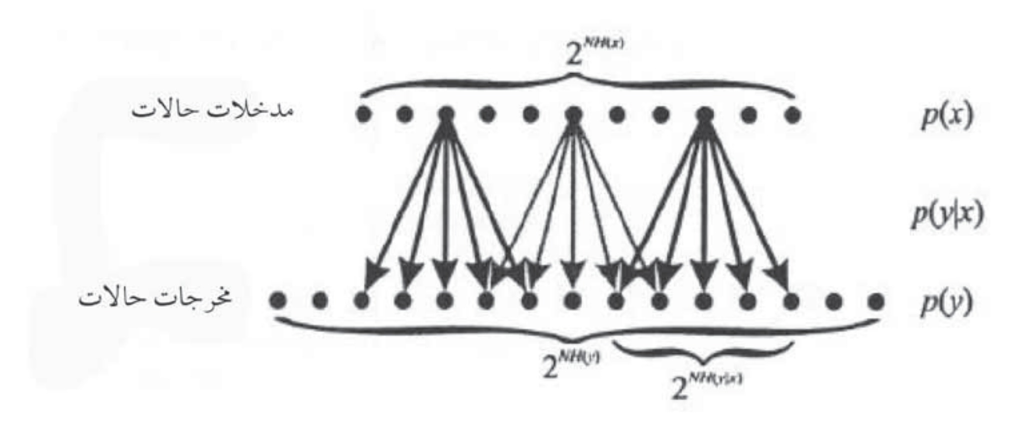
2.4 سعة القناة

يشتهر كلود شانون (Claude Shannon) بإيجاده حلاً سهلاً جدّاً لمسألة كان يُظنّ أنّها معقّدة. فقد توسع استعمال الهواتف بسرعة أكبر من السعة المتاحة لنظام الهاتف، فكان من الضروري بشكل متزايد استعمال هذه السعة بأنسب طريقة، ما طرح سؤالاً مفصلياً:

كم اتّصال هاتفي يمكن أن نرسل عبر خط هاتفي واحد؟ الإجابة على هذا السؤال ليست سهلة، لأنّ خطّ الهاتف هو قناة تماثلية ذات نسبة إشارة إلى الضجيج (SNR) محدودة وعرض نطاق محدود. ولكن من شأن مخططات تضمين ذكية أن تسمح لعدّة رسائل أن تتشارك نفس السلك؛ فهل هناك حدود لمدى التحسين الممكن؟ كان جواب شانون "نعم"، كمّية بسيطة.

لننظر في وتر طويل يعدّ N رمزاً $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ مستخرجة بشكل مستقلّ من $p(x)$ ندخلها على قناة محدّدة بـ $p(y|x)$. بمعدّل عام، يمكن لكلّ عيّنة أن تحتوي على $H(x)$ بِتّات من المعلومات بحيث يمثّل وتر المدخلات هنا ما يقارب الـ $2^{NH(x)}$ من الحالات المختلفة. وبعد إرسالها عبر القناة يمثّل وتر المخرجات $(y_1, y_2, \dots, y_N)$، $2^{NH(y)}$ حالة. غير أنّه، وبسبب الضجيج من المحتمل أن تؤدي بعضُ حالات المدخلات المختلفة إلى نفس المخرجات وبالتالي تشوّه الرسالة.

إنّ معدّل عدد حالات المخرجات المختلفة الناتجة عن حالة مدخلة واحدة هو $2^{NH(y|x)}$، والمعلومات الإضافية في y مع معرفة x. من أجل ضمان أن تؤدّي كل حالة مدخل إلى حالة مخرج واحدة فقط، ولعله من الضروري تقليص عدد حالات المخرجات الذي يسمح به فائض المعلومات المولَّدة في القناة (الشكل 1.4):



الشكل 1.4: العدد الفعلي لحالات الدخل إلى قناة، وتضيفها القناة، وعدد المخرجات منها.

$$\frac{2^{NH(y)}}{2^{NH(y|x)}} = 2^{N[H(y)-H(y|x)]} = 2^{NI(x,y)} \qquad \textbf{(17.4)}$$

من الواضح أنّ التوزيع الاحتمالي الذي يرفع المعلومات المشتركة بين المدخلات والمخرجات إلى أقصاها يؤدّي إلى أكبر عدد ممكن من الرسائل الواضحة المعالم، التي يمكن إرسالها عبر القناة، وتكون سعة القناة هي معدل البِتّات الأقصى:

$$C = \max_{p(x)} I(x, y) \qquad \textbf{(18.4)}$$

يُظهر تطبيق مبرهنة شانون - مكميلان على مدخلات ومخرجات القناة معاً أنّه إذا كان معدل البِتّات أقل من سعة القناة وإذا كان طول المجموعة بما فيه الكفاية، يمكن فكّ رموز الرسائل مع خطأ صغير عشوائي. من جهة أخرى، فإنّه من المستحيل إرسال بيانات خالية من الخطأ عبر القناة بمعدّل أكبر من سعتها. هذه مبرهنة شانون الثانية للترميز (Shannon's Second Coding Theorem) (وتسمّى أيضاً مبرهنة ترميز القناة (Channel Coding Theorem) أو مبرهنة الترميز مع ضجيج (Noisy Coding Theorem). إذا قمنا بإرسال معلومات بمعدل أقلّ من سعة القناة فإنّنا حُكماً نبدّد جزءاً من القناة وعلينا البحث عن ترميز أفضل (سيبحث الفصل الثالث عشر في كيفية القيام بذلك)؛ وإذا قمنا بإرسال معلومات بمعدل تقارب سعة القناة نكون قمنا بأفضل ما نستطيع، وليس هناك مبرّر لتحسين الترميز. وفي النهاية من المستحيل إرسال رسائل يفوق حجمها سعة القناة.

بضع نقاط بخصوص ترميز القناة:

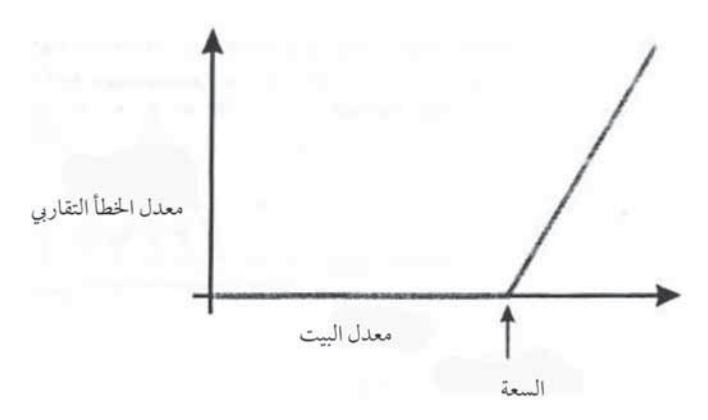
قد نتوقّع أن يتزايد معدل خطأ أفضل الحالات مع تزايد معدل الإرسال، ولكنّه فعلياً يبقى صفراً إلى أن يبلغ معدل الإرسال سعة القناة (الشكل 2.4).

يدلّ هذا على وجود رموز خالية من الأخطاء: صفر - خطأ (Zero-Error)، ولكنّه لا يساعد على إيجادها، كما أنّه وفي حال وجدناها قد لا تكون مفيدة. بشكل خاص قد يصبح جهد أو كمون الترميز وفك الترميز هائلاً مع اقتراب المعدل من السعة. حيث، مثلاً، من الممكن أن يكون الطول اللازم لكلمة الرمز كبيراً جداً.

هذا ليس حدّاً أساسياً مثل سرعة الضوء، فسعة القناة تنطبق على أوتار الرموز الطويلة المستخرجة، مستقلّة عن بعضها من توزيعات احتمالية ساكنة؛ ولكنّها لا تنطبق

على أوتار قصيرة أو أنظمة غير ساكنة أو متغيّرات مترابطة. قد لا تكون هذه المقاربات مبرّرة ولكنّها مفيدة للقيام بتقييم تقريبي لخصائص النظام. على سبيل المثال قد تتخطى المودمات الفائقة السرعة السعة النظرية للخطوط الهاتفية (المسألة 4.4) عبر تنميط وترميز تواؤمي لأخطاء القناة.

• ليس للإرسال الخالي من الخطأ، في العديد من الحالات، مثل بث الفيديوهات، أي أهمية. فكلّ ما يهمّنا هو أن لا تظهر الأخطاء؛ هذا يشكّل موضوع الضغط المنقوص (Lossy Compression). كما يمكننا بالاستفادة ممّا نعرفه عن الإدراك الإنساني للوصول إلى وتائر بِتّات عالية جدّاً. غير أنّه لا أحد يريد أن يقوم الصراف الآلي بضغط منقوص على حسابه المصرفي لدى اتّصاله بالمصرف. كما أنّ أذننا لا تستجيب لصوت ضعيف تردُّدُهُ ملاصق مباشراً لتردّد صوت أقوى، ولا تستطيع أعيننا أن تدرك تفاصيل أنواع تركيبات الصور خارج حدود خصائصها الإحصائية. يُعتمَد على أفكار من هذا النوع في المعايير المُطوّرة في مجموعة خبراء الصور المتحركة (Moving Pictures Experts Group (MPEG))، للقيام بضغط منقوص متغيّر للفيديوهات والأصوات. كما يذهب MPEG-4 أبعد من ذلك حيث يتخلّى عن التوصيف المعتمِد على أنماط بِتّات عشوائية ليفكّك بالمقابل المناظر والأصوات إلى توصيفات عالية المستوى لمكوّناتها (Koenen, 1999).



الشكل 2.4: بداية الأخطاء عند سعة القناة لدى إرسال وتر طويل.

3.4 القناة الغاوسية

قد رأينا في الفصل السابق أنّ مبرهنة الحد المركزي تشرح سبب شيوع الضجيج الغاوسي. ولذا فمن الطبيعي أن ننظر في وضع قناة تضيف ضجيجاً غاوسياً: $y_i = x_i + \eta_i$ حيث يُستخرج η_i من توزيع غاوسي. قد يكون هذا الضجيج ضجيج

جونسون عند طور المدخلات لمضخّم هاتفي، بالإضافة إلى التأثير المتراكم لأنواع من التداخلات صغيرة. إنّ التوزيعات الغاوسية مهمّة جدّاً في نظرية المعلومات، ذلك لأنّها تُعطي متوسّطاً وتغيّراً معلومين، ولأنها تُعطي للإنتروبي التفاضلية قيمتها القصوى، ما يسهّل حساب القيمة الأقصى في المعادلة (18.4). للتدليل على ذلك ليكن $\mathcal{N}(x)$ توزيعاً غاوسياً:

$$\mathcal{N}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\mathcal{N}}^2}} e^{-(x-\mu_{\mathcal{N}})^2/2\sigma_{\mathcal{N}}^2} \quad (19.4)$$

وليكن $p(x)$ توزيعاً عشوائياً متوسّطه μ_p وتغيّره σ_p^2، فنحصل على

$$\begin{aligned} &-\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln \mathcal{N}(x)\, dx \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \left[-\ln \sqrt{2\pi\sigma_{\mathcal{N}}^2} - \frac{(x-\mu_{\mathcal{N}})^2}{2\sigma_{\mathcal{N}}^2} \right] dx \\ &= \ln \sqrt{2\pi\sigma_{\mathcal{N}}^2} + \frac{\sigma_p^2 + \mu_p^2 - 2\mu_p\mu_{\mathcal{N}} + \mu_{\mathcal{N}}^2}{2\sigma_{\mathcal{N}}^2} \end{aligned} \quad (20.4)$$

تعتمد هذه المعادلة على متوسّط وتغيّر $p(x)$ فقط، وبالتالي فإذا كان لـ$q(x)$ نفس المتوسّط والتغيّر يكون:

$$-\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln \mathcal{N}(x)\, dx = -\int_{-\infty}^{\infty} q(x) \ln \mathcal{N}(x)\, dx \quad (21.4)$$

لنفترض الآن الفرق بين الإنتروبي لتوزيع غاوسي N وآخر p له نفس المتوسّط والتغيّر:

$$\begin{aligned} H(\mathcal{N}) - H(p) &= -\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{N}(x) \ln \mathcal{N}(x)\, dx + \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln p(x)\, dx \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln \mathcal{N}(x)\, dx + \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln p(x)\, dx \end{aligned} \quad (22.4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln \frac{p(x)}{\mathcal{N}(x)} dx$$

$$= D(p, \mathcal{N}) \geq 0$$

إنّ قيمة الإنتروبي التفاضلية في أيّ توزيع آخر ستكون أصغر منها في توزيع غاوسي، الذي له نفس المتوسّط والتغيّر. ويختلف هذا عن الحالات المتقطّعة حيث تكون القيمة القصوى للإنتروبي ثابتة، أو أسية في حال ثبّتنا الطاقة.

لنعد الآن إلى القناة الغاوسية $y = x + \eta$. عادةً ما تكون إشارة المدخل مقيّدة بقدرة قصوى $S = \langle x^2 \rangle$ ، ولذا فلا بد من حساب السعة عبر حساب القيمة القصوى، وفقاً لهذا القيد:

$$C = \max_{p(x):\langle x^2 \rangle \leq S} I(x, y) \tag{23.4}$$

وتكون المعلومات المشتركة:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= H(y) - H(y|x) \\ &= H(y) - H(x + \eta|x) \\ &= H(y) - H(\eta|x) \\ &= H(y) - H(\eta) \end{aligned} \tag{24.4}$$

حيث إن السطر الأخير يظهر، لأنّ الضجيج مستقلّ عن الإشارة. وإنّ حساب الإنتروبي التفاضلية لعملية غاوسية بسيط (مسألة رقم 3.4):

$$H(\mathcal{N}) = \frac{1}{2} \log(2\pi e N) \tag{25.4}$$

(حيث $N = \sigma_{\mathcal{N}}^2$ هو ضجيج القدرة). والمتوسّط التربيعي لمخرج القناة هو:

$$\begin{aligned} \langle y^2 \rangle &= \langle (x + \eta)^2 \rangle \\ &= \langle x^2 \rangle + 2\langle x \rangle \underbrace{\langle \eta \rangle}_{0} + \langle \eta^2 \rangle \\ &= S + N \end{aligned} \tag{26.4}$$

بما أنّه يجب أن تكون الإنتروبي التفاضلية لـ x محدودة بإنتروبي توزيع غاوسي الذي له نفس التغيّر، فقد تبلغ المعلومات المشتركة قيمتها القصوى بالنسبة لـ

$$\begin{aligned} I(x,y) &= H(y) - H(\eta) \\ &\leq \frac{1}{2}\log[2\pi e(S+N)] - \frac{1}{2}\log(2\pi eN) \\ &= \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{S}{N}\right) \end{aligned} \quad \textbf{(27.4)}$$

تنمو سعة القناة الغاوسية متناسبةً مع لوغاريتم نسبة قدرة الإشارة إلى قدرة ضجيج القناة.

وتملك القنوات الحقيقية حُكماً عرض نطاق محدود. وإذا ما تم اختيار عينات إشارة دورتها $1/2\Delta f$ فإنه بالاعتماداً على مبرهنة نيكويست سيكون بالتالي عرض النطاقf Δوإذا كانت الكثافة الطيفية (الأحادية الجانب) لقدرة الضجيج N_0، تكون الطاقة الكلية عند T من الزمن هي $N_0\Delta fT$، وتكون طاقة الضجيج في كلّ عيّنة $(N_0\Delta fT)/(2\Delta fT) = N_0/2$. وبالمثل إذا كانت طاقة الإشارة S، تكون طاقة الإشارة في كلّ عيّنة $S/2\Delta f$، ما يعني أنّ السعة لكلّ عيّنة هي:

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{S}{N}\right) \\ &= \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{S}{2\Delta f}\frac{2}{N_0}\right) \\ &= \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{S}{N_0\Delta f}\right) \quad \frac{\text{bits}}{\text{sample}} \end{aligned} \quad \textbf{(28.4)}$$

وإذا كانت قدرة الإشارة مساوية لقدرة الضجيج، فإن كلّ عيّنة ستحمل نصف بِتّ معلومات.

وبما أنّه هناك $2\Delta f$ عيّنات بالثانية فإن معدّل المعلومات هو:

$$\begin{aligned} C &= \Delta f\log\left(1+\frac{S}{N}\right) \\ &= \Delta f\log_2\left(1+\frac{S}{N_0\Delta f}\right) \quad \frac{\text{bits}}{\text{second}} \end{aligned} \quad \textbf{(29.4)}$$

هذه أهمّ نتيجة في هذا الفصل: إنّ سعة قناة غاوسية محدودة النطاق وتكبر كلّما كبر عرض النطاق وكلّما كبرت قدرة المدخل، وتتضاءل كلّما كبرت قدرة الضجيج.

4.4 معلومات فيشر

هناك علاقة طبيعية بين المعلومات في قياسه ودقته، فليس من المفاجئ أن نتطرّق إلى الإنتروبي هنا أيضاً. وعليه، ليكن $p_\alpha(x)$ توزيع احتمالي يعتمد على α، ولتكن $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ دالة لتقدير قيمة α في حال كان هناك N قياسات معلومة لـ x مستخرجة من $p_\alpha(x)$. تكون الدالة f مقدِّراً انحيازياً (Biased Estimator) إذا كانت $\langle f(x_1, x_2, \dots, x_N)\rangle \neq \alpha$، وتكون مقدّراً متناسقاً (Biased Consistent) إذا كانت في حالة $N \to \infty$ هناك احتمال رؤية $|f(x_1, x_2, \dots, x_N) - \alpha| > \epsilon$ يتجه نحو الصفر، مهما كانت قيمة ϵ.

يهيمن مقدّر f_1 على f_2 إذا $\langle (f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) - \alpha)^2\rangle \leq \langle (f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) - \alpha)^2\rangle$. فالسؤال المطروح هنا، ما هو أصغر تغيّر ممكن لمقدّر غير انحيازي لـ x؟ والجواب هو أنها تُعطى من خلال قيود كرامير – راو (Cramér-Rao Bound).

نبدأ بتحديد النقاط:

$$V = \frac{\partial}{\partial \alpha} \log p_\alpha(x) = \frac{1}{p_\alpha(x)} \frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} \tag{30.4}$$

أمّا القيمة الوسطية للنقاط فهي:

$$\begin{aligned} \langle V\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} p_\alpha(x) \frac{1}{p_\alpha(x)} \frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} dx \\ &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} p_\alpha(x) dx \\ &= \frac{\partial}{\partial \alpha} 1 \\ &= 0 \end{aligned} \tag{31.4}$$

فلذا إنّ تغيّر النقاط بكل بساطة هو متوسّط مربّعه، $\sigma^2(V) = \langle V^2 \rangle$. ويُسمّى تغيّر النقاط هذا معلومة فيشر (Fisher Information):

$$
\begin{aligned}
J(\alpha) &= \langle V^2 \rangle \\
&= \left\langle \left[\frac{\partial \log p_\alpha(x)}{\partial \alpha} \right]^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left[\frac{1}{p_\alpha(x)} \frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} \right]^2 \right\rangle \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{p_\alpha(x)} \left[\frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} \right]^2 dx
\end{aligned}
\tag{32.4}
$$

إنّ نتيجة مجموعة متغيّرات مستقلّة موزّعة بطريقة متماثلة هي مجموع النتائج الفردية:

$$
\begin{aligned}
V(x_1, x_2, \dots, x_N) &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \log p_\alpha(x_1, x_2, \dots, x_N) \\
&= \frac{\partial}{\partial \alpha} \log \prod_{i=1}^{N} p_\alpha(x_i) \\
&= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial \log p_\alpha(x_i)}{\partial \alpha} \\
&= \sum_{i=1}^{N} V(x_i)
\end{aligned}
\tag{33.4}
$$

وهكذا تكون معلومات فيشر لـ N قياسات هي:

$$
\begin{aligned}
J_N(\alpha) &= \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial \alpha} \log p_\alpha(x_1, x_2, \dots, x_N) \right)^2 \right\rangle \\
&= \langle V^2(x_1, x_2, \dots, x_N) \rangle \\
&= \left\langle \left(\sum_{i=1}^{N} V(x_i) \right)^2 \right\rangle \\
&= \sum_{i=1}^{N} \langle V^2(x_i) \rangle \\
&= N J(\alpha)
\end{aligned}
\tag{34.4}
$$

من الممكن إخراج المجموع من التوقّع لأنّ المتغيّرات غير مرتبطة ببعضها البعض.

تنص لا متساوية كرامير – راو (Cramér-Rao Inequality) على أنّ الخطأ الوسطي التربيعي لمقدّر غير انحيازي f لـ α يحدّه معكوس معلومات فيشر من أسفل.

$$\sigma^2(f) \geq \frac{1}{J(\alpha)} \tag{35.4}$$

للبرهنة على ذلك نبدأ بـ لا متساوية كوشي – شوارتز (Cauchy-Schwarz Inequality):

$$\begin{aligned} \langle (V - \langle V \rangle)(f - \langle f \rangle) \rangle^2 &\leq \langle (V - \langle V \rangle)^2 \rangle \langle (f - \langle f \rangle)^2 \rangle \\ \langle Vf - \langle V \rangle f - \langle f \rangle V + \langle V \rangle \langle f \rangle \rangle^2 &\leq \langle V^2 \rangle \langle (f - \langle f \rangle)^2 \rangle \\ \langle Vf \rangle^2 &\leq J(\alpha) \sigma^2(f) \end{aligned} \tag{36.4}$$

ليكن توقّع الجهة اليسرى مساوياً لواحد:

$$\begin{aligned} \langle Vf \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} p_\alpha(x) \frac{1}{p_\alpha(x)} \frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p_\alpha(x)}{\partial \alpha} f(x) dx \\ &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} p_\alpha(x) f(x) dx \\ &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \langle f(x) \rangle \\ &= \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} \\ &= 1 \end{aligned} \tag{37.4}$$

بالتالي، هذا هو ما يبرهن لا متساوية كرامير – راو. تماماً مثل سعة القناة، تفرض لا متساوية كرامير – راو حدّاً سفليّاً لما هو ممكن، ولكن لا تساعدنا على إيجاد مقدِّر التغيّر السفلي. عملياً نفضّل المقدّر الانحيازي لأنّ حسابه أسهل وأنّه يتقارب أسرع.

تسمح لا متساوية كرامير – راو بقياس إحكام القيود التي يفرضها التوزيع على

المتغيّر. ولربطها بالإنتروبي التفاضلية $H(x)$ للتوزيع $p(x)$ علينا أن ننظر إلى ما يحصل في حال إضافة متغيّر غاوسي عشوائي η على x، ونحسب التوزيع الاحتمالي الجديد عبر الالتفاف:

$$p\underbrace{(x+\eta)}_{\equiv y}=\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-(y-x)^2/2\sigma^2}dx \tag{38.4}$$

ولدى اشتقاقها نجد:

$$\frac{\partial p}{\partial\sigma^2}=\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\left[\frac{(y-x)^2-\sigma^2}{2\sigma^4}\right]e^{-(y-x)^2/2\sigma^2}dx \tag{39.4}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}=\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\left[\frac{(y-x)^2-\sigma^2}{\sigma^4}\right]e^{-(y-x)^2/2\sigma^2}dx$$

$$\Rightarrow\frac{\partial p}{\partial\sigma^2}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$$

هذه المعادلة لها شكل معادلة انتشار (Diffusion Equation): فالضجيج المضاف يصقل التوزيع. وإذا ما نظرنا الآن إلى تدرّج الإنتروبي التفاضلية بالنسبة إلى تغيّر الضجيج نرى أنّ:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial\sigma^2}&=-\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\log p(y)\,dy \\ &=-\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}p(y)dy}_{0}-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial p}{\partial\sigma^2}\log p(y)\,dy \\ &=-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\log p(y)\,dy \qquad \left(\int_{-\infty}^{\infty}udv=uv|_{-\infty}^{\infty}-\int_{-\infty}^{\infty}v\,du\right) \\ &=-\frac{1}{2}\frac{\partial p(y)}{\partial y}\log p(y)\Big|_{-\infty}^{\infty}+\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{p(y)}\left(\frac{\partial p(y)}{\partial y}\right)^2dy \\ &=0+\frac{1}{2}J(y)\end{aligned} \tag{40.4}$$

يتلاشى الحد الأوّل في المعادلة من جهة اليسار، لأنّه وبالرغم من أنّ اللوغاريتم يتباعد مع $p \to 0$ عندما $y \to \infty$، يجب أن يتلاشى المَيْل $\partial p/\partial y$ أسرع من التلاشي اللوغاريتمي لكي يكون التوزيع الاحتمالي مُعيَّراً. إذا افترضنا الحد $\sigma \to 0$ يكون:

$$\left.\frac{\partial H}{\partial \sigma^2}\right|_{\sigma^2=0} = \frac{1}{2}J(x) \qquad (41.4)$$

إنّ معدل نموّ الإنتروبي التفاضلية بالنسبة إلى تغيّر المتغيّر الغاوسي المضاف يساوي معلومات فيشر للتوزيع، أي متطابقة دوبروين (de Bruijin's Identity). ويمكن تأويل ذلك بالقول أنّ الإنتروبي تقيس المعلومات في جسم التوزيع، بينما معلومات فيشر تقيس المعلومات المرتبطة بسطحه (المستقصى عبر صقله بالضجيج).

5.4 المعلومات والثرموديناميكا

لقد قدّمنا الإنتروبي في القسم 3.4 بالاعتماد على الميكانيك الإحصائي، ثمّ وسّعناها في هذا الفصل بصفتها أداة فعّالة لتحليل التوزيعات الاحتمالية. ولعل الصلة بين الثرموديناميكا ونظرية المعلومات أعمق من ذلك بكثير، حيث إنها تزوّدنا بمثل مهمّ عن صعوبة شكل حدود واضحة بين الأبحاث الأساسية والأبحاث التطبيقية في تطوّر الأفكار المهمّة.

في عام 1824م أدخل سادي كارنو (Sadi Carnot) مفهوم الكفاءة القصوى للمحرّك الحراري، وكان ذلك بدافع فهم المشاكل العملية لحدود أداء المحرّكات البخارية، ما أدّى باللورد كلفن (Lord Kelvin) (ومن ثمّ وليام تومسون (William Thomson)) إلى تقديم تعريف ماكروسكوبي للإنتروبي $\delta Q = TdS$، ولاحقاً رودولف كلاوسيوس (Rudolf Clausius) حوالي 1850–1860. واختار كلاوسيوس تسمية إنتروبي انطلاقاً من الكلمة اليونانية التي تعني التحوّل المتواصل.

وُلِدَ الميكانيك الإحصائي من البحث عن تفسير ميكروسكوبي للثرموديناميكا الماكروسكوبية، حيث كانت البداية مع نموذج ماكسويل الحركي للغازات، ثمّ قام بولتزمان عام 1877م بإيجاد الصلة الحاسمة $S = k \log \Omega$. قدّم بولتزمان عبر مبرهنة إيتا (H-Theorem) تفسيراً ميكروسكوبياً للملاحظة الماكروسكوبية، وبين أنّ الأنظمة تسير نحو الحالة المتاحة ذات الإنتروبي الأقصى. وأدخل ماكسويل إحدى المفارقات (الكثيرة)

في الميكانيك الإحصائي عام 1877م: باستطاعة مخلوق ميكروسكوبي (سُمّيَ لاحقاً بعفريت ماكسويل (Maxwell Demon)) أن يفتح ويغلق باباً بين حاويتين يفصل بينهما جزيئات غاز سريعة وأخرى بطيئة دون القيام بأيّ عمل عليها. بالظاهر هذا يتعارض مع المبدأ الثاني للثرموديناميكا، حيث إنّه من الممكن استعمال الغاز الساخن والغاز البارد لتشغيل محرّك حراري، ما ينتج عنه آلة ذات حركة أبدية. ودرس ليو سزيلارد (Leo Szilard) هذه المسألة عام 1929م واختزلها إلى جزيء واحد يمكن أن يحتلّ إحدى الحاويتين، ويمكن القول إنّ هذا أوّل ظهور لمفهوم بِتّ المعلومة (Bit of Information). مع أنّ سزيلارد لم يشرح مفارقة العفريت، استوحى شانون من تحليله للإنتروبي قياس المعلومات، لبناء نظرية المعلومات التي ساهمت لاحقاً بخلق نظرية الترميز الحديثة العالية الأهمية (Slepian, 1974).

لم يأتِ الحلّ الفعلي لعفريت ماكسويل قبل العام 1961 عندما أظهر رولف لاندوير (Rolf Landauer) أنّ لاعكوسية العفريت تنشأ عندما ينسى ما قد قام به، فأي حاسوب يمحي المعلومات لا بدّ وأن يبدّد طاقة (Landauer, 1961). وبإمكان أي بِتّ مُخَزَّن أن يكون في إحدى حالتين، إن كنّا لا نعرف ما هو مُخزّن بالأساس تكون أصغر إنتروبي مرتبطة بهذا البِتّ:

$$S = k \log \Omega = k \log 2 \quad (42.4)$$

عملياً يمثّل البِتّ الحقيقي إنتروبي أكبر بكثير، وذلك لأنّ عدّة إلكترونات، على سبيل المثال، تُستَعمَل لتخزينه، ولكن هذا هو الحد الأدنى الممكن للإنتروبي. فمحو البِتّ يقلّص عدد الحالات الميكروسكوبية الممكنة إلى واحد، ويضغط فضاء الطور للحاسوب وبالتالي يكون التبديد المُرفق بهذا المحو هو:

$$\delta Q = TdS = kT \log 2 - kT \log 1 = kT \log 2 \quad (43.4)$$

بغض النظر عن كيفية صنع الحاسوب، فإنّ محو بِتّ واحد يكلّف على الأقلّ طاقة بحدود $kT \log 2$.

تتضمن هذه النتيجة فرضية أنّ البِتّ قريب جداً من التوازن الحراري لكي يُطبّق الميكانيك الإحصائي وكي تكون درجة الحرارة مفهوماً له مغزى. كما أنّ kT تساوي في

ظلّ درجة حرارة عادية $0.02\,eV$ تقريباً، وهذه القيمة أقل بكثير من الطاقة اللازمة لتخزين البِتّات في الحواسيب الشائعة الاستعمال. مع ذلك إنّ نتيجة لاندوير مهمّة جداً: مهما كان ما يحدّد مقياس الطاقة للبِتّ المخزّن (قد يكون حجم التقلّبات الحرارية أو التكميم في نظام صغير) هناك دائماً ضريبة على محو المعلومات. وهذا له تأثير مباشر ومهمّ على تصميم الحواسيب والخوارزميات الضعيفة القدرة (Gershenfeld, 1996).

أظهر شارلز بينيت (Charles Bennett) عام 1973 أنّه بالإمكان الحوسبة عبر «حواسيب عكوسة» (Reversible Computers) لا تمحو أبداً المعلومات وبالتالي تستعمل عشوائياً القليل من الطاقة تبعاً للوقت الذي نقبل أن نقضيه بانتظار جواب صحيح بما فيه الكفاية (Bennett, 1973). سنعود إلى هذا الاحتمال لاحقاً في القسم 10.5 عندما ننظر في حدود أداء الحواسيب.

6.4 مراجع مختارة

[Cover & Thomas, 1991] Cover, Thomas M., & Thomas, Joy A. (1991). *Elements of Information Theory*. New York, NY: Wiley

دراسة حديثة وواضحة لنظرية المعلومات.

[Balian, 1991] Balian, Roger. (1991). *From Microphysics to Macrophysics: Methods and Applications of Statistical Physics*. New York: Springer-Verlag. Translated by D. ter Haar and J. F. Gregg, 2 volumes.

تقديم جميل للفيزياء الإحصائية من وجهة نظر نظرية المعلومات.

[Slepian, 1974] Slepian, David (ed.). (1974). *Key Papers in the Development of Information Theory*. New York: IEEE Press.

الأوراق الأصلية لتطوّر نظرية المعلومات.

[Brush, 1976] Brush, Stephen G. (1976). *The Kind of Motion We call Heat: A History of the Kinetic Theory of Gases in the 19th Century*. New York: North-Holland. 2 volumes.

تاريخ الميكانيك الإحصائي.

[Leff & Rex, 1990] Leff, Harvey S. & Rex, Andrew F. (eds.). (1990).

Maxwell's Demon: Entropy, Information, Computing. Princeton University Press.

أوراق مهمّة تربط بين الإنتروبي والحوسبة.

7.4 المسائل

(1.4) أثبت (ي) أنّ دالة الإنتروبي تملك الخصائص اللازمة للتواصل واللاسلبية والرتابة والاستقلال.

(2.4) برهن (ي) العلاقة في المعادلة (10.4).

(3.4) احسب (ي) الإنتروبي التفاضلية لعملية غاوسية.

(4.4) يملك الخط الهاتفي النموذجي عرض نطاق 3300 هيرتز وSNR 20 ديسيبل:

(أ) ما هي سعته؟

(ب) ما الـ SNR اللازم لتكون السعة جيغابِتّ واحد بالثانية؟

(5.4) لتكن $(x_1, x_2 \dots, x_n)$ مستخرجة من توزيع غاوسي له تغيّر σ^2 وقيمة وسطية مجهولة x_0. أظهر (ي) أنّ $f(x_1, \dots, x_n) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i$ هي مقدِّر لـx_0 غير انحيازي وأنّه يبلغ حدّ كرامير - راو السفلي.

الفصل الخامس

الموجات والحقول الكهرومغناطيسية

قد يكون توحيد جيمس كليرك ماكسويل للظواهر الكهرومغناطيسية، التي نشرت عام 1865، أهمّ مثل عن نجاح نظرية علمية حديثة (Maxwell, 1998). فبالقليل من المعادلات البسيطة تمكّن ماكويل من بيان أنّ الظواهر الكهربائية والمغناطيسية التي تبدو مختلفة بظاهرها هي شديدة الارتباط ببعضها، ومن خلال إطار نظري مشترك تضمّن تنبّؤات غير متوقّعة، مثل الموجات الكهرومغناطيسية، أدّى لاحقاً إلى اكتشافات عظيمة الأهمية مثل نظرية النسبية الخاصّة (Special Relativity). سندرس في هذا الفصل معادلات ماكسويل (Maxwell's Equation) في حالتَي الحقول الكهربائية والمغناطيسية الساكنة والمتغيّرة مع الزمن. تُسمّى هذه النظرية إلكتروديناميكا (الحركية الكهربائية) (Electrodynamic) لأنّها تشرح تغيّر الظواهر الكهرمغناطيسية مع الزمن. وستكوّن الأساس لأغلب ما تبقى من هذا الكتاب.

1.5 التحليل المتّجهي

إنّ العمل على معادلات ماكسويل يتطلّب حساب تفاضلات وتكاملات الحقول المتّجهية ولذا سنبدأ بمراجعة التحليل المتّجهي

1.1.5 المتّجهات

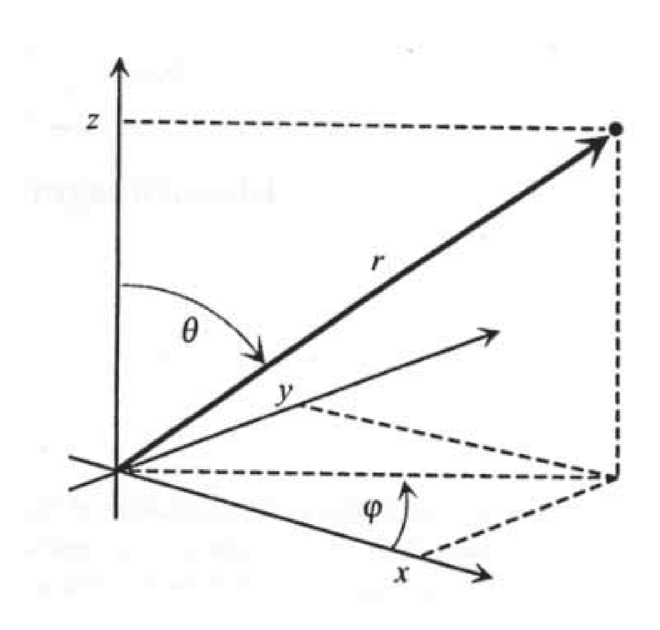
ليكن $\vec{x} \equiv (x, y, z) \equiv (x_1, x_2, x_3)$ متّجهاً (Vector) يمثّل إحداثيات نقطة ما في نظام إحداثيات قائمة (الشكل 1.5). إنّ "طول" (Magnitude) المتّجه هو:

$$|\vec{x}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \qquad \textbf{(1.5)}$$

إذا كان هناك متّجهان $\vec{A}, \vec{B}$ بينهما زاوية θ، فيكون الضرب القياسي (Dot Product) هو الذي يقيس التراكب بينهما:

$$\begin{aligned} A.\vec{B} &= |A||B|\cos(\theta) \\ &= A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 \\ &= \sum_{i=1}^{3} A_iB_i \\ &\equiv A_iB_i \end{aligned} \qquad \textbf{(2.5)}$$

ولأنّ عمليات جمع مشابهة لهذه تعود كثيراً في تداول المتّجهات، يقدّم السطر الأخير اصطلاح إينشتاين الجمعي (Einstein Summation Convention of Summing) لمؤشرات متكررة.



الشكل 1.5: أنظمة إحداثيات عمودية، أسطوانية وكروية

أمّا الضرب المتّجهي (Cross Product) بينهما فهو:

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix} = (A_2B_3 - A_3B_2)\hat{x}_1 + (A_3B_1 - A_1B_3)\hat{x}_2 + (A_1B_2 - A_2B_1)\hat{x}_3 \quad (3.5)$$

حيث يكون $\hat{x}_1$ (تلفظ "x قبعة") المتّجه الوحدة في اتجاه x_1. أمّا مقدار الضرب المتّجهي فيساوي ضرب طولَي المتّجهين وجيب زاويتهما، واتجاهه عامودي على المسطح الذي يضم المتجهين. واتّجاه هذا الضرب يمكن إيجاده بالاعتماد على قاعدة اليد اليمنى (Right Hand Rule): فإذا كانت أصابع اليد اليمنى تدور من $\vec{A}$ إلى $\vec{B}$ يكون الإبهام يشير إلى اتجاه الضرب. يمكن كتابة الحد i^{th} من الضرب المتّجهي بلغة المصطلح الجمعي كما يلي:

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_i = \epsilon_{ijk}A_jB_k \quad (4.5)$$

مستخدمين موتّراً غير متماثل (*) (Antisymmetric Tensor):

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{(تبديل دائري) } (123), (231), \text{or } (312) = (ijk) \text{ في حال كان} \\ -1 & \text{(تبديل ضدد دائري) } (123), (231), or\ (312) = (ijk) \text{ في حال كان} \\ 0 & \text{في الحالات الأخرى} \end{cases} \quad (5.5)$$

فعملية استبدال المؤشرات ببعضها البعض توضح أنّ الضرب المتّجهي هو ضربٌ ضد – تبديلي (Anticommutative):

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A} \quad (5.6)$$

كما أن إحدى الصيغ المفيدة لضرب موتّرات غير متماثلة (Antisymmetric Tensors) هي:

(*) تبديل دائري (Cyclic Permutation)، تبديل غير دائري (Anticyclic Permutation) (المترجم).

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl} \tag{7.5}$$

حيث δ_{ij} هي دلتا كرونكر (Kroenecker Delta):

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{إذا } i = j \\ 0 & \text{في الحالات الأخرى} \end{cases} \tag{8.5}$$

2.1.5 المؤثرات التفاضلية

لتكن $\varphi(\vec{x})$ دالة سليمة (Scalar Function) عنصرها $\vec{x}$، وليكن تدرّج (Gradient) φ معرفاً بـ:

$$\nabla\varphi(\vec{x}) = \frac{\partial\varphi(\vec{x})}{\partial x_1}\hat{x}_1 + \frac{\partial\varphi(\vec{x})}{\partial x_2}\hat{x}_2 + \frac{\partial\varphi(\vec{x})}{\partial x_3}\hat{x}_3 \tag{9.5}$$

التدرّج هو متّجه يتّجه إلى جهة تغير φ الأسرع، ومقداره يساوي معدل التغير في هذا الاتّجاه. وإذا كانت $\varphi(\vec{x})$ تمثّل علوّ تلّة فمن شأن كرة مرمية من أعلى التلّة عند $\vec{x}$ أن تتدحرج في اتّجاه $-\nabla\varphi(\vec{x})$. يسمّى المؤثر المتّجهي ∇ دِل (Del).

فبالنسبة إلى دالة قيم المتجه (Vector-Valued Function) $\vec{A}(\vec{x}) = (A_1(\vec{x}), A_2(\vec{x}), A_3(\vec{x}))$ يكون الـ تباعد (Divergence) دالّة متّجهية. والتباعد هو رقم يقيس المعدل التي يتوسع أو يتقلص فيها حقل متجهي.

$$\begin{aligned} \nabla\cdot\vec{A}(\vec{x}) &= \frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \frac{\partial A_3}{\partial x_3} \\ &= \sum_i \frac{\partial A_i}{\partial x_i} \\ &\equiv \sum_i \partial_i A_i \\ &= \partial_i A_i \end{aligned} \tag{10.5}$$

نعرّف تَدَوُّر (Curl) حقل متّجهي في فضاء ثلاثي الأبعاد كما يلي:

$$\nabla \times \vec{A} = (\partial_2 A_3 - \partial_3 A_2)\hat{x}_1 + (\partial_3 A_1 - \partial_1 A_3)\hat{x}_2 + (\partial_1 A_2 - \partial_2 A_1)\hat{x}_3 \quad (11.5)$$

أمّا نقاط التدوّر في اتّجاه دوران الحقل المتّجهي فتُكتَب، باعتماد اصطلاح الجمع:

$$\left(\nabla \times \vec{A}\right)_i = \epsilon_{ijk}\partial_j A_k \quad (12.5)$$

وحين نربط ذلك في تعريفَيهما نرى أنّ تدوّر التدرّج يتلاشى:

$$(\nabla \times \nabla \varphi)_i = \epsilon_{ijk}\partial_j \partial_k \varphi = 0 \quad (13.5)$$

وكذلك يفعل تباعد التدوّر:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = \epsilon_{ijk}\partial_i \partial_j A_k = 0 \quad (14.5)$$

k هو:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= \nabla \cdot \nabla \varphi \\ &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \\ &= \partial_i \partial_i \varphi \end{aligned} \quad (15.5)$$

وهو يقيس التقوس (Curvature) عند نقطة معيّنة. وإنّ لابلاسي المتّجهات هو متّجهي ويعرّف بالاعتماد على لابلاسي كلّ من مكوّنات المتّجه:

$$\left(\nabla^2 \vec{A}\right)_j = \partial_i \partial_i A_j \quad (16.5)$$

بالإضافة إلى نظام الإحداثيات القائم، هناك نظامان شائعاً الاستعمال هما، النظام الإحداثي الأسطواني (Cylindrical (r,θ,φ))، والنظام الإحداثي الكروي (Spherical (r,φ,z))، ويوضح الشكل 1.5 هذا أيضاً. حيث إنّ من شأن اختيار نظام إحداثيات يعكس التناظرات في المسألة التي ندرسها، يسهّل المعادلات الرياضية اللازمة. فلحساب وحدة الحجم التفاضلية في نظام إحداثيات أسطواني أو كروي نقوم بإدخال العلاقات المثلثية بين المتغيّرات على نظام إحداثيات قائمة ثمّ نقوم بالاشتقاق

المناسب فنجد:

$$\begin{aligned} dV &= dx\,dy\,dz \\ &= r\,dr\,d\theta\,dz \\ &= r^2\,\sin\theta\,\,dr\,d\theta\,d\varphi \end{aligned} \tag{17.5}$$

والتدرّج هو:

$$\begin{aligned} \nabla\Phi &= \frac{\partial\Phi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\hat{z} \\ &= \frac{\partial\Phi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\hat{z} \\ &= \frac{\partial\Phi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} \end{aligned} \tag{18.5}$$

والتباعد:

$$\begin{aligned} \nabla\cdot\vec{A} &= \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi} \end{aligned} \tag{19.5}$$

واللابلاسي:

$$\begin{aligned} \nabla^2\Phi &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial \mathrm{y}^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial \mathrm{z}^2} \\ &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \\ &= \underbrace{\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)}_{\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\Phi)} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} \end{aligned} \tag{20.5}$$

والتدور:

$$\nabla\times\vec{A}=\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{x}+\left(\frac{\partial A_x}{z}-\frac{\partial A_z}{x}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial A_y}{x}-\frac{\partial A_x}{y}\right)\hat{z}$$

$$=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat{\varphi}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}\right)\hat{z} \tag{21.5}$$

$$=\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial(A_\varphi\sin\theta)}{\partial\theta}-\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right)\hat{r}+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\hat{\varphi}$$

كما نجد في الجدول 1.5 لائحة تضمّ بضع علاقات متجهية ومثلثية سنعوزها لاحقاً:

الجدول 1.5: متطابقات متّجهيّة ومثلّثيّة

$\nabla\times\nabla\varphi=0$
$\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$
$\nabla\cdot(\varphi\vec{A})=\vec{A}\cdot\nabla\varphi+\varphi\nabla\cdot\vec{A}$
$\nabla\times(\varphi\vec{A})=\nabla\varphi\times\vec{A}+\varphi\nabla\times\vec{A}$
$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C})-\vec{C}(\vec{A}\cdot\vec{B})$
$\nabla\cdot(\vec{A}\times\vec{B})=\vec{B}\cdot(\nabla\times\vec{A})-\vec{A}\cdot(\nabla\times\vec{B})$
$\cos(A\pm B)=\cos A\cos B\mp\sin A\sin B$
$\sin(A\pm B)=\sin A\cos B\pm\cos A\sin B$
$\cos(2A)=\cos^2 A-\sin^2 A$
$\sin(2A)=2\sin A\cos A$
$\sin^2 A+\cos^2 A=1$

3.1.5 العلاقات التكاملية

تقوم المؤثرات التفاضلية (Differential Operators) التي تم عرضها في الفصل السابق بقياس الخصائص المحلية للحقول السلّميّة والمتّجهية، وليس مفاجئاً أن نجد

علاقات وطيدة بين خصائص الحقل المحلية وخصائصه العامّة، وإنّ لهذه العلاقات منفعة كبيرة بربط الحقول بمصادرها. أقدّم هنا، بدون البرهان، مثلين مهمّين عن مبرهنات عامّة تربط الخصائص المحلية بالخصائص العامّة

- مبرهنة التباعد (Divergence Theorem) (أو مبرهنة غاوس)

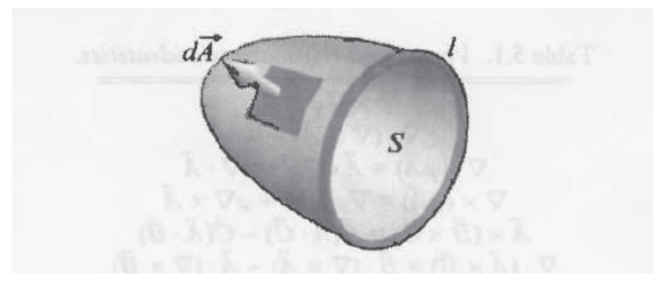
$$\int_V \nabla \cdot \vec{E} dV = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} \tag{22.5}$$

يساوي التكامل الحجمي للتباعد التكامل السطحي للمكوّن العمودي للحقل. حيث أ V هو حجم عشوائي وS هو سطحه، ونسمّي dV عنصراً حجمياً و$d\vec{A}$ عنصراً سطحياً. وإنّ $d\vec{A}$ لا يختلف عن $\hat{n}dA$، إذ هما نفس الشيء، عندما تكون $\hat{n}$ هي وحدة عمود السطح الذي يشير إلى خارج الجسم عند الرقعة dA. وعندما نجمع التدفقات الداخلة إلى الجسم مع الخارجة منه نكون قد جمعنا كلّ المصادر والمفارغ (Sinks) المحلية.

- مبرهنة ستوكس (Stocke's Theorem):

$$\int_S \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{23.5}$$

يساوي التكامل الخطي المحيط بمسار مغلق التكامل السطحي للتدور حول أيّ سطح كان مقيّداً بالمسار (الشكل رقم 2.5). وإذا أديرت أصابع اليد باتّجاه التكامل الخطي يشير الإبهام في اتّجاه عمود السطح، ويساوي الدوران (Circulation) على كامل المسار مجموع الدورانات المحلية.



الشكل 2.5: تعريف مبرهنة ستوكس

2.5 إحصاء

يستعرض هذا القسم المعادلات المتُحكّمة للظواهر الكهرومغناطيسية المستقلّة عن الزمن، ونُتابع في القسم اللاحق مع المعادلات المتعلّقة بالزمن وصولًا إلى معادلات ماكسويل، ويشكّل هذان القسمان معاً القاعدة اللازمة لأغلب ما تبقّى من هذا الكتاب. إنّ العلاقات المتضمّنة التي سنراها ظواهرية لافتة للنظر توازيها الحنكة الكامنة في التقنيات اللازمة للكشف عنها.

1.2.5 الكهروستاتيكا (الكهرباء الساكنة)

يعطي قانون كولوم (Coulomb's Law) القوّة بين شحنتين في الفراغ:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r} \ \text{(N)} \tag{24.5}$$

حيث $\epsilon_0 = 10^7/(4\pi c^2) = 8.854 \times 10^{-12}\ F/m$ هو ثابت ما يسمّى بـ سماحية الفضاء الحرّ (Permittivity of Free Space)، ولتكن كلاً من q_1 وq_2 يمثّلان مقداري الشحنتين بالكولوم، وr المسافة بينهما بالمتر و$\hat{r}$ وحدة متّجه بينهما، وضمن هذه المعطيات وجد شارل أوغستين كولوم (Charles Augustin Coulomb) هذه المعادلة (24.5) عام 1785.

إنّ القوّة على شحنة الناتجة عن حقل كهربائي هي:

$$F = q\vec{E} \tag{25.5}$$

وبالتالي فإنّ الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة واحدة هو:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \quad \left(\frac{\text{V}}{\text{m}}\right) \tag{26.5}$$

حسب هذا التعريف يتّجه الحقل الكهربائي من الشحنة الموجبة إلى الشحنة السالبة. ويتباعد الحقل كلما اقتربنا بالقرب من الشحنة، فعلى مقربة لصيقة من الشحنة لا تعود هذه المعادلة صحيحة ونضطرّ إلى اللجوء إلى الإلكتروديناميكا الكموميّة لوصف الحقل.

سنرى قريباً، أنّ تّدور الحقل الكهربائي يتلاشى بغياب حقل مغناطيسي متغيّر مع الوقت، ما يعني أنه وفقاً للمعادلة 13.5 من الممكن كتابة الحقل الكهربائي كأنّه تدرّج كمون (Gradient of a Potential) Φ :

$$\vec{E} = -\nabla\Phi \tag{27.5}$$

وانطلاقاً من هذا التعريف يكون كمون شحنة نقطة هو:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\mathrm{V}) \tag{28.5}$$

وبما أنّ الحقل الكهربائي هو تدرّج الكمون، يمكن إيجاد الفرق الكموني بين نقطتين $\vec{x}$ و$\vec{y}$ بحساب تكامل الحقل الكهربائي على مسار عشوائي بينهما:

$$\begin{aligned} V(\vec{x},\vec{y}) &= \Phi(\vec{y}) - \Phi(\vec{x}) \\ &= -\int_{\vec{x}}^{\vec{y}} \vec{E}\cdot d\vec{l} \quad (\mathrm{V}) \end{aligned} \tag{29.5}$$

لعله من الملائم تصوّر الحقل الكهربائي عبر خطوط وهمية نسمّيها خطوط الحقل (Field Lines)، التي دائماً ما تكون قائمة على خطوط الكمون الثابت ولديها كثافتها المساحية المتناسبة مع شدّة الحقل.

يتغير الحقل الكهربائي داخل مادة ما بتجاوب هذه المادة معه. فداخل مادة عازلة للكهرباء (Dielectric) مثلاً تتقيّد الشحنات بحيث تفقد حريتها على الحركة، ولكن من شأن تطبيق حقل كهربائي على العازل أن يستقطب الشحنات المقيّدة. وبسبب هذا الاستقطاب، تخفَّض شدّة الحقل الناتج عن شحنة حرّة في المادة بعامل نسمّيه السماحية (Permittivity)، ونرمز له بـ ϵ.

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}\hat{r} \tag{30.5}$$

تساوي السماحية ϵ في مادة ما، الضرب ما بين السماحية النسبية للمادّة (Relative Permittivity)، ϵ_r وسماحية الفضاء الحر (Permittivity of Free Space)،

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \tag{31.5}$$

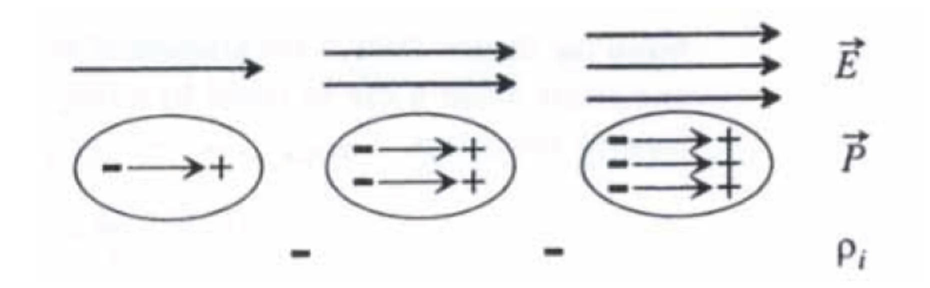
وتسمّى ϵ_r أيضاً ثابت العزل الكهربائي (Dielectric Constant) الذي يساوي 1 في الفراغ، وبين 2 و5 في البلاستيك الشائع الاستعمال ويمكن أن يتخطّى الـ 100 في مواد مثل $SrTiO_3$. وقد تكون السماحية عبارة عن موتّر يعتمد على الاتّجاه حسب التناظرات في المادة، وبالنسبة إلى الحقول القوية (مثل تلك التي يولّدها اللايزر، المسألة 5.5) يتأثر الموتّر بشكل غير خطي بالحقل. ولعل هذه الخاصية الأخيرة مهمّة جداً لخلط وتوليد تناغمات لشعاعات ضوئية.

ليكن تباعد حقل ناتج عن شحنة واحدة ولنحسب تكامله على حجم كروي متناهي الصغر نصف قطره r يحيط بالشحنة، فحسب مبرهنة غاوس إنّ:

$$\begin{aligned}
\int_V \nabla \cdot \vec{E} dV &= \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} \\
&= \int_S \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r} \cdot \hat{r}\, dA \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} 4\pi r^2 \\
&= \frac{q}{\epsilon} \\
&= \int_V \frac{\rho}{\epsilon} dV
\end{aligned} \tag{32.5}$$

يقدّم السطر الأخير كثافة الشحنة (Charge Density)، ρ، التي هي في حالة شحنة نقطة مجرّد دالة دلتا. وبما أنّ الجانب الأيسر يجب أن يكون مساوياً للجانب الأيمن بغضّ النظر عن الحجم نستنتج أنّ الكمّيتين داخل التكاملين متساويتان:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r} \tag{33.5}$$



الشكل 3.5: العلاقة بين حقل كهربائي متدرّج وتغيّر الاستقطاب المكاني الناتج عنه، والشحنة الصافية المُحَثّة بعدم توازن الشحنات المحلي.

فلو عرّفنا $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$، وإذا كانت ϵ ثابتة نجد:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \tag{34.5}$$

يسمّى $\vec{D}$ حقل الإزاحة (Displacement Field)، وهذه هي الصيغة التفاضلية لقانون غاوس. بينما $\vec{E}$ يمثل الحقل الفيزيائي الحقيقي الذي يمارس قوّة على الشحنات $\vec{D}$ الذي هو الحقل الفعّال الناتج عن شحنات المصدر.

إذا كان الحقل $\vec{E}$ منتظماً في المادّة، فيكون الاستقطاب المحثّ (Induced Polarization) ثابتاً. غير أنّه، إذا كان الحقل $\vec{E}$ يتغيّر في المكان في المادّة (الشكل 3.5) فإن الاستقطاب المحث سيكون متغيّراً حسب المكان أيضاً، مما يؤدّي إلى كثافة وسطية للشحنات المستحثة. لفهم ذلك علينا العودة إلى المعادلة (33.5)، يمكننا اعتبار أنّ الحقل الكهربائي داخل المادّة هو مجموع الحقول الناتجة عن مطلق شحنة حرّة ρ_{free} قد توجد في غياب هذه المادّة ($\epsilon_r = 1$) والحقل الناتج عن الشحنة المُحَثّة ρ_{induced}. نعرّف الشحنة المحثّة بالنسبة إلى متّجه الاستقطاب (Polarization Vector) $\vec{P}$:

$$\rho_{\text{induced}} \equiv -\nabla \cdot \vec{P} \tag{35.5}$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \epsilon_0\vec{E} &= \rho_{\text{free}} + \rho_{\text{induced}} \\ &= \rho_{\text{free}} - \nabla \cdot \vec{P}\end{aligned} \tag{36.5}$$

أو:

$$\nabla \cdot \underbrace{\left(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right)}_{\equiv \vec{D}} = \rho_{\text{free}} \tag{37.5}$$

فإذا لم يكن الحقل قوياً جداً فسيكون $\vec{P}$ معتمداً خطياً على $\vec{E}$، وتُعرِّف هذه العلاقة بـ النفاذية الكهربائية (Electric Susceptibility) ويرمز لها بـ x_e:

$$\vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E} \tag{38.5}$$

يُعرّف عزم ثنائي القطب (Dipole Moment) لتوزيع الشحنات بأنه تكامل الشحنة مضروبة بمتّجه موضعها $\int \vec{x}\, \rho(\vec{x}) dV$. ولربط هذا بـ $\vec{P}$ يجب التنبّه أوّلاً أنّه عبر اشتقاق $x\vec{P}$ وصياغتها على الشكل التالي:

$$\nabla \cdot \left(x\vec{P}\right) = x\nabla \cdot \vec{P} + P_x \tag{39.5}$$

نجد بالتالي:

$$\begin{aligned} &\int x\rho_{\text{induced}}\, dV = -\int x\nabla \cdot \vec{P}\, dV \\ &= \int P_x\, dV - \int \nabla \cdot \left(x\vec{P}\right) dV \\ &= \int P_x\, dV - \int x\vec{P} \cdot d\vec{A} \end{aligned} \tag{40.5}$$

يتلاشى الحد الثاني من الجهة اليمنى لهذه المعادلة إلى صفر في حدود نهاية الحجم، وذلك بسبب انتظام المتّجه $\vec{P}$. ولدى إبعاده وتكرار الحساب للمكوّنين y و z نجد ذلك يُعطينا:

$$\int \vec{x}\rho_{\text{induced}}\, dV = \int \vec{P}\, dV \tag{41.5}$$

وبما أنّه لا بد أن تكون هذه المعادلة صحيحة مهما كان الحجم، نجد أنّ متّجه الاستقطاب يساوي الكثافة المحلية لعزم ثنائي القطب. ولا بد أن نلاحظ، أنّ عزم ثنائي القطب، بعكس الحقل $\vec{E}$، يتّجه من الشحنات السالبة إلى الشحنات الموجبة.

لنستعيض بتعريف الكمون عن قانون غاوس ونفترض أن هناك قابلية متجانسة للاستقطاب فنحصل على معادلة بواسون:

$$\nabla^2\Phi(\vec{x}) = -\frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon} \tag{42.5}$$

فبالنسبة إلى شحنة نقطة موجودة عند $\overrightarrow{x0}$ فستكون كثافتها $\rho(\vec{x}) = q\delta(|\vec{x} - \vec{x}_0|)$، ولدى إدخال هذه الكثافة وكمون الشحنة (المُعطى في المعادلة 28.5) على معادلة بواسون نحصل على:

$$\begin{aligned} \nabla^2\Phi(\vec{x}) &= -\frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon} \\ \nabla^2\frac{q}{4\pi\epsilon|\vec{x} - \vec{x}_0|} &= -\frac{q}{\epsilon}\delta(|\vec{x} - \vec{x}_0|) \\ \nabla^2\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}_0|} &= -4\pi\delta(|\vec{x} - \vec{x}_0|) \end{aligned} \tag{43.5}$$

ومن ثم يمكن استعمال هذه العلاقة لإظهار أنّ أحد حلول معادلة بواسون هو:

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon}\int\frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}d^3x' \tag{44.5}$$

إنّ $1/|\vec{x} - \vec{x}'|$ هي دالة غرين (Green’s Function) لهذه المسألة، التي تربط الحقل بتكامل مصدره. ويمكن إيجاد حلّ مشابه لـ $\vec{E}$ عبر استعمال:

$$\begin{aligned} \nabla\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} &= -\frac{\vec{x} - x}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} \\ \Rightarrow \vec{E}(\vec{x}) &= -\nabla\Phi(\vec{x}) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon}\int\rho(\vec{x}')\frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}d^3x' \end{aligned} \tag{45.5}$$

تُختصر معادلة بواسون في الفضاء الحرّ بالمعادلة التالية:

$$\nabla^2\Phi(\vec{x}) = 0 \tag{46.5}$$

وهذه تسمّى معادلة لابلاس (Laplace's Equation) وتحكم عدّة ظواهر مختلفة من ضمنها شكل الأغشية مثل جلد الطبلة المشدود على حدودها. إحدى خاصيات هذه المعادلة أنّ حلّها يصل إلى قيمة قصوى عند الحدود فقط، وبالتالي فإنّ فخاً جسيماً كهرومغناطيسياً يتطلب حقولاً متغيّرة مع الزمن؛ كما يتطلب حلّ معادلة لابلاس تحديد الحالات عند الحدود، التي نستنتجها عادة من توزيع الكمون على الحدود (حالات ديريشليت (Dirichlet) للحدود) أو اشتقاقه العمودي (شروط نيومان للحدود).

لقد وجدنا هذه المعادلات عبر حساب تكامل قانون كولوم، ما تطلّب استبدال تناسب مساحة السطح الثلاثية الأبعاد مع r^2 بتناسب الحقل مع r^{-2}. لا ينفع هذا الحساب في غير الحالات الثلاثية الأبعاد. عادةً ما تُحلّ معادلة لابلاس عددياً ولتسهيل الحسابات نحلّها كما لو كانت ثنائية الأبعاد ولكنّ من المهمّ جدّاً التنبّه في هذه الحالة إلى استبدال r^{-2} بـ r^{-1} في قانون كولوم لأنّ طول محيط ثنائي الأبعاد يتناسب مع r. قد تنفع هذه المناورة في حال كانت المسألة تنطوي على تناظرات ثنائية الأبعاد، بحيث توازي كل نقطة خطّ شحنة، ولكنّها لا تنفع في حالة شريحة عشوائية ثنائية الأبعاد أُخذت من مسألة ثلاثية الأبعاد.

إنّ السعة الكهربائية (Capacitance) بين قطبين كهربائيين (Electrodes) تربط شحنة كلّ منهما Q بفرق الكمون V بينهما:

$$C = \frac{Q}{V} \tag{47.5}$$

ونجد العلاقة مع التيار عبر الاشتقاق:

$$C\frac{dV}{dt} = \frac{dQ}{dt} = I \tag{48.5}$$

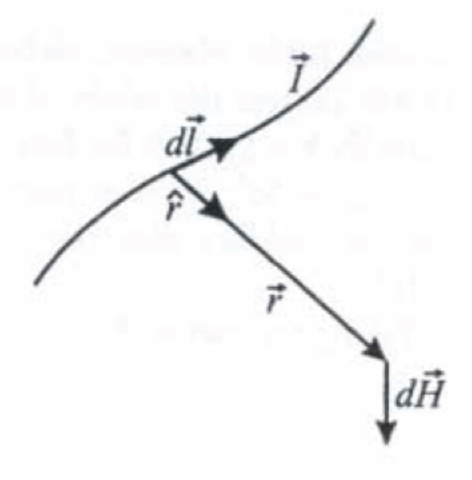
2.2.5 المغناطيسية الساكنة

تُنتج الحقول الكهربائية بواسطة الشحنات الساكنة، وتُنتج الحقول المغناطيسيّة من خلال الشحنات المتحرّكة. فقد أظهرت التجارب عام 1820 أنّ شدّة الحقل المغناطيسي (Strength of The Magnetic Field)، $\vec{H}$ الناتج عن جزء متناهي الصغر من سلك حامل لتيار كهربائي (الشكل 4.5) محكوم بقانون بيوت – ساڤار (Biot-Savart law):

$$d\vec{H} = \frac{I\, d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2} \tag{49.5}$$

وإذا ما حسبنا التكامل المكاني:

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \vec{J}(\vec{x}) \times \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} d^3x' \quad (\text{A/m}) \end{aligned} \tag{50.5}$$



حيث تمثّل $\vec{J}$ كثافة التيار. وباستعمال قاعدة اليد اليمنى نجد أنّه إذا كان الإبهام يشير باتجاه تدفق التيار بالتالي تدور الأصابع في اتّجاه الحقل المغناطيسي.

الشكل 4.5: الحقل المغناطيسي الناتج عنصر تيار تفاضلي.

يمكن صياغة العلاقة ما بين $\vec{H}$ و$\vec{J}$ بطريقة أبسط من ذلك، من خلال حساب التدوّر (باستخدام القاعدة $BAC - CAB$ أي أن $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A}\ .\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\ .\vec{B})$، مسألة رقم 1.5). وسنرى لاحقاً أنّه يجب إضافة حدّ معادلة إضافي لهذه المعادلة ذات الحقول المتغيّرة مع الزمن.

$$\begin{aligned}
\vec{H}(\vec{x}) &= \frac{1}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}') \times \frac{\vec{x}-\vec{x}'}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\, d^3x' \\
&= \frac{1}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}') \times \nabla_{\vec{x}} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, d^3x' \\
\nabla_{\vec{x}} \times \vec{H}(\vec{x}) &= \frac{1}{4\pi}\int \nabla_{\vec{x}} \times \vec{J}(\vec{x}') \times \nabla_{\vec{x}} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, d^3x' \\
&= \frac{1}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}') \underbrace{\nabla_{\vec{x}}^2 \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}}_{\delta(\vec{x}-\vec{x}')} - \nabla_{\vec{x}} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \underbrace{\nabla_{\vec{x}} \cdot \vec{J}(\vec{x}')}_{0}\, d^3x' \\
\nabla \times \vec{H} &= \vec{J}
\end{aligned} \tag{51.5}$$

إنّ القوّة الممارسة على جزء تيار متناهي الصغر بالعلاقة مع كثافة الدفق المغناطيسي (Magnetic Flux Density) $\vec{B}$ هي:

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \tag{52.5}$$

أو في حالة شحنة واحدة متحرّكة:

$$F = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{53.5}$$

أمّا نسختها المتواصلة فهي:

$$\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} dV \tag{54.5}$$

التماثل في العلاقة بين $\vec{H}$ و$\vec{B}$ في الموادّ هي مشابهة للعلاقة بين $\vec{E}$ و$\vec{D}$ التي تربط بينهما النفاذية المغناطيسية (Magnetic Permeability)، μ:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H} \quad \text{(T)} \qquad (55.5)$$

إنّ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m هي نفاذية الفضاء الحرّ (Permeability of Free Space)، وإنّ $\vec{M}$ هي مقدار المغنطة (Magnetization) أمّا μ_r فهي النفاذية النسبية وتساوي 1 للفراغ، يبقى أنّ χ_m هي الحساسية المغناطيسية (Magnetic Susceptibility).
إنّ $\vec{H}$ هو الحقل الفعّال الذي ينتج عن تيارات المصدر، و$\vec{B}$ هو الحقل الفيزيائي الحقيقي الذي يمارس قوّة على الشحنات. وكما في حالة $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ فإنّ $\vec{B} = \mu\vec{H}$ تنطبق هذه العلاقة الخطية فقط على الحقول الضعيفة. ويتأثر المغناطيسي بالتباطؤ اللاخطي في μ، هذا ما سيشرح سببه الفصل الثاني عشر، كما يشرح لماذا تكون $\chi_m < 0$ للـ مواد ذات المغناطيسية عاكسة (Diamagnetic Material)، ولكن تكون $\chi_m > 0$ لـلـ مواد ذات المغناطيسية المسايرة (Paramagnetic) وللـ مواد ذات مغناطيسية حديدية (Ferrimagnetic) وللـ مواد الفريمغناطيسية (Ferriomagnetic). وتساوي الحساسية $\chi_m \sim 10^3$ للحديد أمّا للمواد اللامغناطيسية تكون $\chi_m \sim 10^{-3}$، وبالتالي $\mu_r \sim 1$، أمّا في خليط معدني عالي النفاذية (High-Permeability) مثل الميوميتال (Mumetal: $Fe_{18}Ni_{75}Cu_5Cr_2$) تكون النفاذية النسبية بحدود الـ$\sim 10^5$.

لدى حسابنا تدوّر $\vec{H}$ نجد:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} \\ &= \nabla \times \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \nabla \times \vec{M} \\ &= J_{\text{free}} - J_{\text{induced}} \end{aligned} \qquad (56.5)$$

كما في حالة الكهرباء الساكنة، يمكن تقسيم التيار في المادّة إلى تيار حرّ (Free Current) وآخر تيار مُحثّ (Induced Current). يمكننا ربط التيار المحثّ بـ الزخم المغناطيسي (Magnetic Moment) لتوزيع التيار المعرّف بـ:

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int \vec{x} \times \vec{J}(\vec{x})\, dV \qquad (57.5)$$

فعلى سبيل المثال، في حالة دائرة تيار دائرية نصف قطرها r:

$$
\begin{aligned}
|\vec{m}| &= \frac{1}{2} r I 2\pi r \\
&= I\pi r^2 \\
&= I \cdot \text{area}
\end{aligned}
\tag{58.5}
$$

وعليه، فالعزم المغناطيسي المرتبط بهذا التيار المحثّ يساوي:

$$
\begin{aligned}
\vec{m}_{\text{induced}} &= \frac{1}{2}\int \vec{x} \times \vec{J}_{\text{induced}}(\vec{x}) dV \\
&= \frac{1}{2}\int \vec{x} \times (\nabla \times \vec{M}) dV
\end{aligned}
\tag{59.5}
$$

أو بالنسبة لأحد مكوّناته:

$$
m_{i,\text{induced}} = \frac{1}{2}\int \epsilon_{ijk} x_j \epsilon_{klm} \partial_l M_m \, dV \tag{60.5}
$$

وبما أنّ:

$$
\partial_l (x_j M_m) = x_j \partial_l M_m + M_m \underbrace{\partial_l x_j}_{\delta_{jl}} \tag{61.5}
$$

فبالتالي يمكن كتابة المعادلة أعلاه على ضوء:

$$
m_{i,\text{induced}} = \frac{1}{2}\int \epsilon_{ijk}\epsilon_{klm}[\partial_l (x_j M_m) - M_m \delta_{jl}] dV \tag{62.5}
$$

يتلاشى تكامل الحد الأوّل من المعادلة بين القوسين على المكان تماماً، وذلك بسبب محدودية تكامل المغنطة M على المكان بأكمله، وبالتالي يجب أن تتضاءل M بصورة تقاربية (Asymptotically) أسرع من $1/x$ ولذا $\lim_{x\to\infty} xM(x) = 0$ بحيث يكون تكامل اشتقاق هذه الكمّية مجرّد قيمتها عند $\pm\infty$ التي هي 0. فيبقى حد المعادلة الآخر:

$$
\begin{aligned}
m_{i,\text{induced}} &= -\frac{1}{2}\int \epsilon_{ijk}\epsilon_{klm}M_m\delta_{jl}dV \\
&= -\frac{1}{2}\int \left(\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}\right)M_m\delta_{jl}dV \\
&= -\frac{1}{2}\int \delta_{il}\delta_{jm}\delta_{jl}M_m - \delta_{im}\delta_{jl}\delta_{jl}M_m dV \\
&= -\frac{1}{2}\int \delta_{il}\delta_{ml}M_m - \delta_{im}3M_m dV \\
&= -\frac{1}{2}\int M_i - 3M_i dV \\
&= \int M_i dV
\end{aligned}
\tag{63.5}
$$

أو بالنسبة لكلّ مكوّناته:

$$
\vec{m}_{\text{induced}} = \int \vec{M}\, dV \tag{64.5}
$$

إنّ العزم المغناطيسي لثنائي القطب مساوٍ لتكامل مغنطته ولذا تكون المغنطة هي كثافة عزم ثنائي القطب.

حسب معلوماتنا الحالية لا يوجد شيء اسمه شحنة مغناطيسية (Magnetic Charge) تكوّن قطب أحادي مغناطيسي (Magnetic Monopole) لذا $\nabla \cdot \vec{B} = 0$، وهو ما يعني أننا، يمكن كتابة $\vec{B}$ كتدوّر حقل متّجهي $\vec{A}$ (المعادلة 14.5):

$$
\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{65.5}
$$

يسمّى $\vec{A}$ كمون متّجهي (Vector Potential) ويرتبط بتيارات المصدر على الشكل التالي:

$$
\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu}{4\pi}\int \frac{J(x\ )}{|\vec{x} - \vec{x}'|}d^3x' \tag{66.5}
$$

يمكن التأكد من هذه المعادلة باستخدام معادلة التدور (50.5). وهذه العلاقة صحيحة فقط في حالة توزيعات التيارات الساكنة؛ يوسّع القسم 1.7 الكمون العددي والكمون المتّجهي إلى المصادر المتغيّرة مع الزمن.

يكتسب الكمون المتّجهي معنى أعمق بكثير من تعريفه الشكلي في الفيزياء الكموميّة. حيث يدرس أثر أهارونوف – بوم (Aharonov-Bohm Effect) جسيماً يتحرّك خارج ملف كهربائي لامتناهٍ، فلا وجود لحقل مغناطيسي خارج الملف إنّما هناك فقط الكمون المتجهي ما يؤدّي إلى تداخلات كموميّة يمكن ملاحظتها (Sakurai, 1967) وهذا يثبت الحقيقة الفيزيائية للكمون المتّجهي.

3.2.5 متعددات الأقطاب

تقدّم نظرية متعددات الأقطاب (Multipoles) طريقة منهجية لمقاربة الحقول الناتجة عن توزيعات شحنات وتيارات أكثر تعقيداً. يمكن فهمها عبر طريقة توسيع معكوس المسافة:

$$\begin{aligned}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{x}|} &= \frac{1}{|\vec{r}|}+\frac{\vec{r}\cdot\vec{x}}{|\vec{r}|^3}+\cdots \\ &= \frac{1}{r}+\frac{\vec{r}\cdot\vec{x}}{r^3}+\cdots\end{aligned} \quad (67.5)$$

حيث تمثّل $\vec{r}$ المسافة بين المصدر والنقطة التي نقيّم الحقل عندها و$\vec{x}$ هو موضع المصدر بالنسبة إلى منشئه، ونفترض دائماً أنّ $\vec{x}$ أصغر بكثير من $\vec{r}$، فإذا استبدلنا هذه السلسلة في معادلة الكمون نحصل على:

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon}\int\frac{\rho(x)}{|\vec{r}-\vec{x}|}dV \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon}\left(\frac{1}{r}\int\rho(\vec{x})dV+\frac{\vec{r}}{r^3}\cdot\int\rho(\vec{x})\vec{x}dV+\cdots\right) \\ &\equiv \frac{1}{4\pi\epsilon}\left(\frac{q}{r}+\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}+\cdots\right)\end{aligned} \quad (68.5)$$

q هو حدّ المعادلة الذي يمثّل أحادي القطب، $\vec{p}$ هو عزم ثنائي القطب وحدّ المعادلة الذي يليه سيكون عزماً رباعي الأقطاب (Quadrupole). يمكن إيجاد الحقل الكهربائي الموافق عبر حساب التدرّج:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\nabla\Phi \\ &= \frac{q\hat{r}}{4\pi\epsilon r^2} + \frac{3\hat{r}(\vec{p}\cdot\hat{r}) - \vec{p}}{4\pi\epsilon r^3} + \cdots \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}\hat{r} + \frac{2p\cos\theta}{4\pi\epsilon r^3}\hat{r} + \frac{p\sin\theta}{4\pi\epsilon r^3}\hat{\theta} + \cdots\end{aligned} \tag{69.5}$$

والطاقة المرتبطة بتوزيع الشحنات هي:

$$\begin{aligned}U &= \int \rho(\vec{x})\Phi(\vec{x})\, dV \\ &= \int \rho(\vec{x})[\Phi(0) + \vec{x}\cdot\nabla\Phi(\vec{x})|_{\vec{x}=0} + \cdots]\, dV \\ &= q\Phi(0) - \vec{p}\cdot\vec{E}(0) + \cdots\end{aligned} \tag{70.5}$$

كما يمكن استعمال نفس التوسيع للكمون المتّجهي:

$$\begin{aligned}A_i(\vec{r}) &= \frac{\mu}{4\pi}\int \frac{J_i(x)}{|\vec{r}-\vec{x}|}\, dV \\ &= \frac{\mu}{4\pi}\left(\frac{1}{r}\int J_i(\vec{x})\, dV + \frac{\vec{r}}{r^3}\cdot\int J_i(\vec{x})\vec{x}\, dV + \cdots\right)\end{aligned} \tag{71.5}$$

يتطلّب إيجاد هذا الحقل بعض الحنكة بسبب طبيعته المتّجهية. وللبدء لا بد من ملاحظة أنّ الدالتين f و g هما دالتان عشوائيتان، حيث يُظهر التكامل بالتجزيء أنّ:

$$\begin{aligned}\int f\vec{J}\cdot\nabla g\, dV &= 0 - \int g\nabla\cdot\left(f\vec{J}\right) dV \\ &= -\int g\vec{J}\cdot\nabla f\, dV - \int fg\nabla\cdot\vec{J}\, dV\end{aligned} \tag{72.5}$$

فالتكاملات تُحسب على المكان بكامله، والافتراض الوحيد الذي نفترضه فيه أنّ J تضمحل لتختفي عند اللانهاية. ونجد بإعادة ترتيب حدود المعادلة:

$$\int \left(f\vec{J}\cdot\nabla g + gJ\cdot\nabla f + fg\nabla\cdot\vec{J}\right) dV = 0 \tag{73.5}$$

وإذا ثبّتنا $\nabla\cdot\vec{J} = 0$ وأخذنا $f = 1$ و $g = x$ نحصل على:

$$\int J_i dV = 0 \tag{74.5}$$

وبالتالي يختفي حدّ معادلة الكمون الأحادي القطب المتّجهي فيها (لا وجود لشحنات مغناطيسية حرّة). أمّا الآن إذا أخذنا $f = x_i$ و $g = x_j$ نجد:

$$\int \left(x_i J_j + x_j J_i\right) dV = 0 \tag{75.5}$$

أو:

$$\frac{1}{2}\int \left(x_i J_j - x_j J_i\right) dV = \int x_i J_j dV \tag{76.5}$$

يمكن استبدال حدّ المعادلة الذي يمثّل ثنائي القطب بالنتيجة الأخيرة لنربطه بالكمون المتّجهي:

$$\begin{aligned} A_i(\vec{r}) &= \frac{\mu}{4\pi}\frac{r}{r^3}\cdot\int \vec{x}J_i(\vec{x})\, dV \\ &= \frac{\mu}{4\pi}\frac{1}{r^3}\int r_j x_j J_i\, dV \\ &= -\frac{1}{2}\frac{\mu}{4\pi}\frac{1}{r^3}\int \left(r_j x_i J_j - r_j x_j J_i\right) dV \\ \vec{A}(\vec{r}) &= -\frac{1}{2}\frac{\mu}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}\times\int \vec{x}\times\vec{J}(\vec{x})\, dV \\ &= \frac{\mu}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3} \end{aligned} \tag{77.5}$$

ونجد الحقل المغناطيسي بحساب التدوّر:

$$
\begin{aligned}
\vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\
&= \frac{\mu}{4\pi} \nabla \times \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3} \\
B_i &= \frac{\mu}{4\pi} \epsilon_{ijk} \partial_j \frac{1}{r^3} \epsilon_{klm} m_l r_m \\
&= \frac{\mu}{4\pi} \epsilon_{ijk} \epsilon_{klm} m_l \partial_j \frac{r_m}{r^3} \\
&= \frac{\mu}{4\pi} \left(\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}\right) m_l \left(\frac{\delta_{jm}}{r^3} - \frac{3r_j r_m}{r^5}\right) \\
&= \frac{\mu}{4\pi} \left(\frac{3m_i}{r^3} - \frac{m_i}{r^3} - \frac{3m_i}{r^3} + \frac{3r_i m_j r_j}{r^5}\right) \\
\vec{B} &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\vec{m} \cdot \hat{r}) - \vec{m}}{r^3}
\end{aligned} \tag{78.5}
$$

هذا هو تماماً الحقل الكهربائي الساكن لثنائي القطب (المعادلة 69.5).

يمكن اشتقاق القوة الممارَسة على ثنائي القطب مغناطيسي عبر اللجوء إلى نفس الاستبدال الذي سمح لنا بإيجاد الكمون المتّجهي:

$$
\begin{aligned}
\vec{F} &= \int \vec{J} \times \vec{B} \, dV \\
F_i &= \int \left(\vec{J} \times \vec{B}\right)_i dV \\
&= \epsilon_{ijk} \int J_i B_k \, dV \\
&= \epsilon_{ijk} \int J_j [B_k(0) + \vec{x} \cdot \nabla B_k(\vec{x})|_{\vec{x}=0}] \, dV \\
&= 0 + \epsilon_{ijk} \int J_j \vec{x} \cdot \nabla B_k \, dV \\
&= \epsilon_{ijk} \nabla B_k \cdot \int J_j \vec{x} \, dV
\end{aligned} \tag{79.5}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \epsilon_{ijk}(\vec{m} \times \nabla B_k)_j \\
&= \epsilon_{ijk}\epsilon_{jlm} m_l \partial_m B_k \\
&= (\delta_{im}\delta_{kl} - \delta_{il}\delta_{km}) m_l \partial_m B_k \\
&= m_k \partial_i B_k - m_i \partial_k B_k \\
\vec{F} &= \nabla(\vec{m} \cdot \vec{B}) - \vec{m}\underbrace{(\nabla \cdot \vec{B})}_{0}
\end{aligned}
$$

وبما أنّ القوة المحافظة هي تدرّج الطاقة الكامنة، فإنّ الطاقة لثنائي قطب مغناطيسي في حقلٍ ما هي:

$$
\begin{aligned}
U &= -\vec{m} \cdot \vec{B} \\
&= -mB\cos\theta
\end{aligned} \tag{80.5}
$$

حيث θ هي الزاوية بين ثنائي القطب والحقل المحلي. وهناك ارتباط زاويّ يحاول أن يضع على نفس الخط الحقل وثنائي القطب:

$$
\frac{\partial U}{\partial \theta} = mB\sin\theta \tag{81.5}
$$

أي سيكون هناك عزم دوراني حول المحور المتعامد عليهما ويساوي:

$$
\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \tag{82.5}
$$

لاحظ أن كل هذه الحسابات هي حسابات مفترضة، وأنّ المسافة بين المصدر والنقطة التي نقيّم الحقل عندها أكبر بكثير من امتداد المصدر. أمّا إذا كنّا بحاجة إلى حقول أقرب إلى المصدر فيجب إمّا استعمال التوزيع كاملاً، أو توسيع مقاربة متعدّد الأقطاب إلى رتبة أعلى.

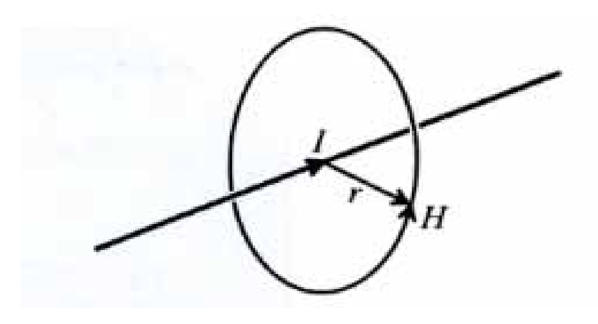
3.5 الديناميكا

1.3.5 معادلات ماكسويل

أصبحنا الآن مستعدّين لإسهامات ماكسويل، فـ المعادلات السكونية (Statics Equations) تقول لنا إنّ تباعد $\vec{B}$ وتدوّر $\vec{E}$ يساويان صفر، وارتباط تباعد $\vec{D}$ وتدوّر

$\vec{H}$ بمصدريهما. فقد وجد فاراداي (Faraday) أنّ من شأن حقل مغناطيسي متغيّر أن يستحث تياراً في سلك بقربه، بينما اكتشف أمبير (Ampère) أنّ تياراً كهربائياً من شأنه أن يولّد حقلاً مغناطيسياً. أمّا ماكسويل فقد أدرك أنّه لا بدّ من وجود اشتقاق زمني لـ $\vec{D}$ لتكون هذه المعادلات متّسقة.

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \vec{D} &= \rho(\vec{x}) \\
\nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\
\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
\nabla \times \vec{H} &= \vec{J}(\vec{x}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}
\end{aligned} \qquad \textbf{(83.5)}$$



الشكل 5.5: الحقل المغناطيسي حول سلك يحمل تياراً.

هذه هي معادلات ماكسويل وهي تُظهر أنّ الحقول الكهربائية ترتبط بالحقول المغناطيسية عبر نظرية أعمّ للظواهر الكهرومغناطيسية.

تظهر خصائص المواد في معادلات ماكسويل في $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ و$\vec{B} = \mu\vec{H}$. علاوة على ذلك، يرتبط التيار $\vec{J}$ بالحقل الكهربائي عبر $\vec{J} = \sigma\vec{E}$. ويسمّى مُعامِل σ بـ الموصلية (Conductivity) وتساوي معكوس المقاومية (Resistivity)، ρ. قد تتخذ μ وσ وϵ في المواد الحقيقية شكل موتّرات تعتمد على الاتجاه وقد تكون كمّيات معقّدة بسبب آليات الخسارة.

لقد سبق ورأينا أولى معادلات ماكسويل، كما رأينا أنّ حساب تكاملها الحجمي يعطي قانون غاوس بشكله التكاملي:

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \, dV = Q \tag{84.5}$$

والتكامل السطحي للمكوّن العمودي لـ $\vec{D}$ يساوي الشحنة Q المحصورة في هذا السطح. كما أنّ المعادلة الثانية ينقصها حدّ معادلة المصدر، بينما ينقص الثالثة حدّ معادلة التيار، لأنّه لا وجود لأحادات القطب المغناطيسية (المعروفة). حيث يعطي حساب تكامل المعادلة الأخيرة السطحي "قانون ستوك" (Stockes Law)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{A} \tag{85.5}$$

أمّا التكامل الخطي للحقل المغناطيسي حول مسار ما، فهو يساوي التيار الذي يمرّ في مساحة عشوائية محددة بهذا المسار. وإنّ حدّ المعادلة الأوّل في الجهة اليمنى منها (المعادلة 85.5) هو التيار التقليدي. أمّا حدّ المعادلة الثاني $\partial\vec{D}/\partial t$ فيسمّى تيار الإزاحة (Displacement Current)، وهو يتصرّف كأنّه تيار حقيقي ولكن بدل أن يعبّر عن تحرّك الشحنات فإنّه يرتبط بتغيّر الحقل الكهربائي. فالتيار الذي يدخل إلى مكثّف كهربائي ويخرج منه يبدو وكأنّه يجري في الفضاء بين الصفيحتين، سنرى في المسألة 2.5 أنّ هذا هو تيار الإزاحة الذي يشهد على حقيقة وجوده كلّ شخص صعقه يوماً مكثّفٌ مشحون.

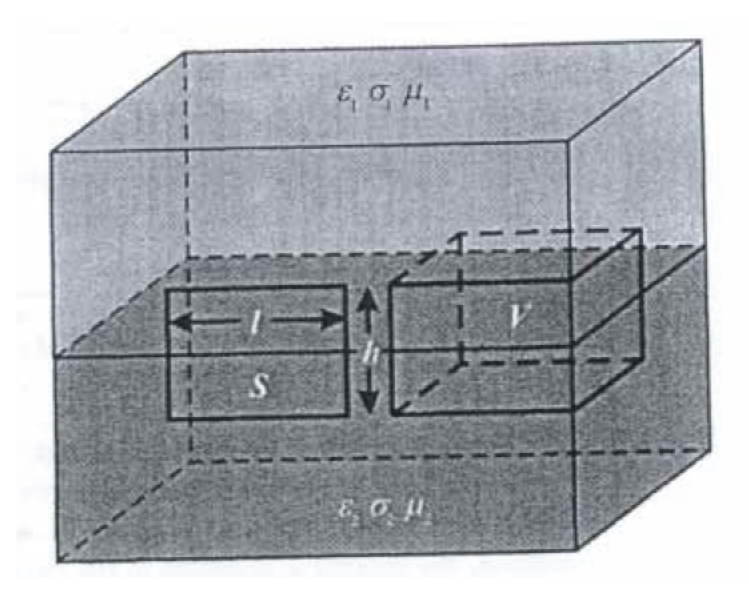
من الممكن استعمال قانون ستوك لإيجاد الحقل المغناطيسي دون اللجوء إلى الحساب المباشر للتكامل. فليكن مثلاً سلك يمرّ فيه التيار I، فتبعاً لتناظر السلك وحسب قانون بيو- ساڤار سيتبع الحقل المغناطيسي دائرة محيط السلك (الشكل 5.5). هذا يعني أنّ التكامل الخطي يساوي شدّة الحقل مضروبة بمحيطه الدائري، بينما التكامل السطحي لكثافة التيار يساوي التيار الذي يمرّ في السلك لذا:

$$2\pi r H = I \Rightarrow H = \frac{1}{2\pi r} \tag{86.5}$$

2.3.5 الحالات عند الحدود

يمكن استخدام الصيغ التكاملية لمعادلات ماكسويل لتحديد الحالات التي يجب أن تحققها الحقول عند مفاصل الأسطح بين المواد، والتي يحددها ثابت العزل الكهربائي

ϵ والموصلية σ والنفاذية μ. فلنبدأ أولاً بحساب التكامل تبعاً لقانون غاوس على الحجم V في الشكل 6.5:



الشكل 6.5: الحلقة والحجم المستعملي لتقييم الحالات عند الحدود.

$$\int \nabla \cdot \vec{D} dV = \int \vec{D} \cdot \vec{d}A = \int \rho dV \qquad \textbf{(87.5)}$$

في حدود علوّ المكعّب $h \to 0$ تكون المساهمات الوحيدة في التكامل السطحي من أعلى وأسفل. إذا كان المكعّب متناهي الصغر يمكن اعتبار الحقول ثابتة، وبالتالي يكون التكامل السطحي عبارة عن المكوّن العمودي للحقل مضروباً بالمساحة

$$\left(\vec{D_1} - \vec{D_2}\right) \cdot \hat{n} A = \int_V \rho dV \qquad \textbf{(88.5)}$$

حيث إنّ $\hat{n}$ هو وحدة متّجه متعامد على السطح. تتغيّر العلامة بين تكامل السطح العلوي وتكامل السطح السفلي لكون المتّجه العمودي يغيّر اتّجاهه. وإذا كان هناك شحنة عند تمفصل السطح المشترك كثافتها ρ_s، عندها يكون:

$$\int_V \rho \, d\vec{V} = \rho_s A \qquad (89.5)$$

بالتالي:

$$\left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right) \cdot \hat{n} = \rho_s \qquad (90.5)$$

ما يعني أنّ التغيّر في المكوّن العمودي لـ $\vec{D}$ عبر السطح المشترك يساوي كثافة الشحنة عند تمفصل السطح نفسه. أي إن أيَّ حقل يُطبّق سيخلق مساحة لتتلاءم مع الحالات عند الحدود.

الخطوة التالية هي: نحسب تكامل تدور $\vec{E}$ على المساحة S في الشكل 6.5:

$$\int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \qquad (91.5)$$

وكما هو من قبل، إذا كان علوّ الحلقة اللولبية h يقترب من صفر تكون المساهمة الوحيدة في التكامل الخطي من فوق ومن تحت. وتكون قيمة التكامل على المساحة في الجهة اليمنى من المعادلة صفراً. وعليه فإنّ:

$$\left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) \times \hat{n} l = 0 \qquad (92.5)$$

أو

$$\left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) \times \hat{n} = 0 \qquad (93.5)$$

ويكون المكوّن المماسي لـ $\vec{E}$ متواصلاً عند تمفصل السطح المشترك.

بما أنّ $\vec{J} = \sigma \vec{E}$، وأنّه في الموصّل المثالي تكون $\sigma = \infty$، فليس من الممكن وجود حقل $\vec{E}$ في موصّل مثالي وإلاّ نتج عن ذلك تيار لانهائي. ما يعني، انطلاقاً من المعادلة 93.5 أنّه لا يمكن وجود مكوّن مماسي (Tangential Component) عند أيّ من جهتي تمفصل السطح المشترك، إنّما لا بد أن تقف شحنة السطح $\rho_s = D_1$ حاجزاً في وجهه.

بصيغة أخرى إنّه لموصّل مثالي يكون الحقل الكهربائي بالضرورة عمودياً عند تمفصل السطح المشترك، حيث تمنع شحنة السطح المحثة الحقل عن الداخل، يُظهر تكامل تباعد $\vec{B}$ على الحجم، كما فعلنا في حالة تباعد $\vec{D}$، أنّ:

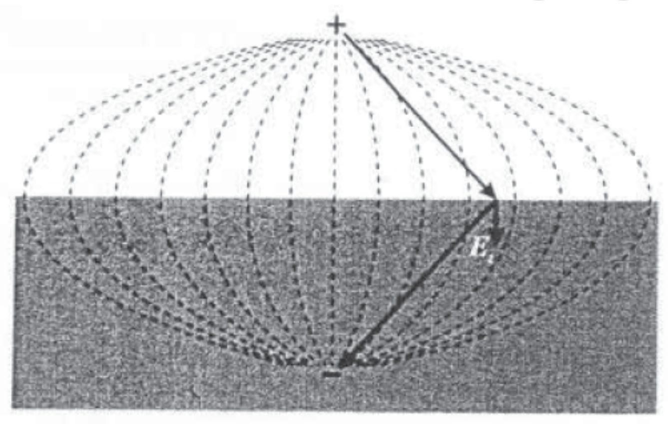
$$\left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right) \cdot \hat{n} = 0 \tag{94.5}$$

ويكون المكوّن العمودي لـ $\vec{B}$ متواصلاً عبر تمفصل السطح المشترك، وهنا أيضاً يعطينا تكامل تدوّر $\vec{H}$ على السطح، بدل تدوّر $\vec{E}$:

$$\left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) \times \hat{n} = J_s \tag{95.5}$$

حيث J_s كثافة التيار عند تمفصل السطح المشترك. وإن المكون المماسي $\vec{H}$ يتغير من خلال تغير كثافة تيار السطح عبر تمفصل السطح المشترك.

إنّ حلَّ معادلة لابلاس هو حل فريد، ما يعني أنّ أيّ حل يلبي الحالات عند الحدود، بغضّ النظر كيف نجده، يكون حلاً لمعادلة لابلاس. هذه الملاحظة تجعل طريقة الصور (Method of Images) ممكنة ومفيدة. لتكن شحنة نقطة فوق مسطّح قاعدة لامتناهي (الشكل 7.5) ولنتخيّل صورة شحنة (Image Charge) أو افتراضية تبعد نفس المسافة عن المسطّح من تحت، كما هو مبيّن في الشكل 7.5، فتكون خطوط الحقل الكهربائي عمودية على سطح المسطّح بسبب التناظر.



الشكل 7.5: حلّ على شكل صورة شحنة لحقل الشحنة فوق المسطّح.

هذا هي تماماً الحالة عند الحدود لموصّل مثالي أن يلتزم بها، عليه لإيجاد الحقل فوق المسطّح أن يستبدل كثافة الشحنة السطحية المتواصلة بصورة نقطة وحيدة إن أمكن. وهناك أشكال هندسية، مثل هذه، تسمح بسبب تناظرها باللجوء إلى صورة شحنة، مما يسهّل إيجاد حل الحقول. أمّا للأشكال الهندسية الأكثر تعقيداً تُستعمَل صورة شحنة كتقنية توسيع تركيز على تكامل صورة شحنة محثة من مصدر صورة الشحنة.

الجدول 2.5: المعادلات في نظامي MKS وCGS.

MKS	CGS
$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$
$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$	$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}$
$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho$
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$
$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\nabla \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$	$\vec{F} = q\vec{E} + q\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}$

الجدول 3.5: التحويلات بين {MKS} و{CGS}. كلّ الثوابت السابقة المساوية لـ 3 هي بالحقيقة ...2.99792، مستخرجة من سرعة الضوء.

الكمّية	الرمز	MKS	CGS
الشحنة	q	كولوم واحد	3×10^9 ستاتكولوم
التيار	I	أمبير واحد	3×10^9 ستاتأمبير

الكمون	V	ڤولط واحد	$^{1}/_{300}$ ستاتڤولط
الاستقطاب	P	كولوم واحد بالمتر المربّع	3×10^{5} عزم ثنائي القطب بالسم المكعّب
الحقل الكهربائي	E	ڤولط واحد بالمتر	$\frac{1}{3} \times 10^{-4}$ ستاتڤولط بالسم
الإزاحة	D	كولوم واحد بالمتر المربّع	$4\pi \times 3 \times 10^{5}$ ستاتڤولط بالسم
المقاومة	R	أوم واحد	$\frac{1}{3^{2}} \times 10^{-11}$ ثانية بالسم
السعة	C	فاراد واحد	$3^{2} \times 10^{11}$ سم
الدفق المغناطيسي	φ	ڤيبر واحد	10^{8} غاوس ضرب سم مربّع
الحث المغناطيسي	B	تسلا واحد	10^{4} غاوس
الحقل المغناطيسي	H	أمبير واحد بالمتر	$4\pi \times 10^{-3}$ أورستد
المغنطة	M	أمبير واحد بالمتر	10^{-3} عزم مغناطيسي بالسم المكعّب
المحاثة	L	هنري واحد	$\frac{1}{3^{2}} \times 10^{-11}$ ستاتهنري

3.3.5 الوحدات الكهرومغناطيسية

هناك نظامان شائعان للوحدات الكهرومغناطيسية هما: MKS الذي استعملناه حتى الآن والنظام الغاوسي أو CGS. نستعمل في MKS كمّيات ماكروسكوبية اعتيادية (ڤولط، أمبير، أوم)، وعليه فهو يتلاءم أكثر مع الظواهر الماكروسكوبية المستعملة في الهندسة. أمّا CGS فيرتبط أكثر بالظواهر الميكروسكوبية، ونلجأ إليه أكثر في الفيزياء. يعرض الجدول 2.5 المعادلات الحاكمة في النظامين، أمّا الجدول 3.5 (الأقلّ بديهية) فيلخّص مُعامِلات التحويل بينهما. هناك العديد من الأنظمة الأخرى التي يمكن اللجوء إليها، وتتراوح بين إدخال تعديلات طفيفة على هذين النظامين وبين النظام الأحب إلى

النظريين الذي تكون فيه كلّ الثوابت الأساسية تساوي 1 وحيث يُعاد إدخال الوحدات في نهاية الحسابات أخذاً بالاعتبار التحليل البُعدي (Jackson, 1999) قد ضمّن نقاشاً عميقاً يتناول فيه منطق الأنظمة والعلاقات بينها.

4.5 الإشعاعات والطاقة

1.4.5 الموجات

ربّما تكون ميّزة معادلات ماكسويل الأهمّ لكونها تتضمّن حلّاً موجيّاً. ولبيان ذلك نبدأ بالمعادلات في الفضاء الحر:

$$
\begin{aligned}
&\nabla \cdot \vec{D} = 0 \\
&\nabla \cdot \vec{B} = 0 \\
&\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\
&\nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}
\end{aligned}
\tag{96.5}
$$

لنحسب تدوّر المعادلتين الأخيرتين:

$$
\begin{aligned}
&\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{H} \\
&\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{E}
\end{aligned}
\tag{97.5}
$$

يمكن تبسيط ذلك بالمتطابقة التالية (المسألة 1.5):

$$
\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}
\tag{98.5}
$$

ليعطينا:

$$
\begin{aligned}
&-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{H} \\
&-\nabla^2 \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{E}
\end{aligned}
\tag{99.5}
$$

لنلاحظ أنّ تدوّر $\vec{E}$ وتدوّر $\vec{B}$ يساويان 0 حيث يعطي استبدالهما في المعادلة 96.5:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\nabla^2 \vec{H} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \tag{100.5}$$

وهما معادلتان موجيّتان شكل حلّهما موجة مسطحة للحقل الكهربائي:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)} \tag{101.5}$$

حيث يتّجه $\vec{k}$، متّجه الموجة، في اتّجاه انتشار الموجة ومقداره $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ وسرعة الانتشار:

$c = \omega \quad |k| = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$. دع النور يعبر إلى هناك.

إذا أخذنا $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}$ و$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}$ نجد:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$
$$i\vec{k} \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H}$$
$$\frac{k}{\omega\mu_0} \hat{k} \times \vec{E} = \vec{H} \tag{102.5}$$
$$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \hat{k} \times \vec{E} = \vec{H}$$

كذلك:

$$-\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \hat{k} \times \vec{H} = \vec{E} \tag{103.5}$$

إنّ الحقل المغناطيسي والحقل الكهربائي لموجة كهرومغناطيسية مسطحة متعامدان بعضهما على بعض وعلى اتجاه الانتقال $\widehat{k}$. أمّا نسبتهما إلى بعض فهي:

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377\Omega \qquad (104.5)$$

فتقاس بوحدة المقاومة وتحدّد ممانعة الفضاء الحرّ (Impedance of Free Space). ستعود هذه النسبة في الفصل السابع في المانعة الفعلية للهوائيات.

بما أنّه من المنطقي افتراض وجود مادة وسيطة لانتقال الموجات أدّى قبول معادلات ماكسويل إلى البحث عن "الأثير" الذي من شأنه أن يحمل الموجات الكهرومغناطيسية. ثمّ أدّى فشل تجربة ميكلسون - مورلي (Michelson-Morely) في عام 1887، التي كان هدفها كشف حركة الأرض داخل الأثير إلى نثر بذور اكتشاف الفيزياء الكموميّة والنسبية الخاصة. وكان حلّ المفارقة هو، أنّ الموجات الكهرومغناطيسية تحملها فوتونات التي هي جسيمات تنتقل في الفضاء الحرّ، ولكنّها تتصرّف أيضاً كأنّها موجات. ولعل إحدى السبل لفهم الانتشار الكهرومغناطيسي تكون بتذكّر أنّه من المستحيل أن تنتقل أي معلومة أسرع من الضوء. فإذا حرِّكَتْ شحنة بشكل فوري، يحدث التواءً (Kink) في حقلها الكهربائي وينتقل هذا الالتواء بسرعة الضوء: هذه رزمة كهرومغناطيسية موجية. أمّا تحريك الشحنة المتكرّر فيخلق موجة.

2.4.5 الطاقة الكهرومغناطيسية

إذا كان بإمكان الموجات الكهرومغناطيسية الانتقال، وإذا كان بإمكان الحقول الكهرومغناطيسية أن تُعجّل شحنة ثابتة بالأصل، فلا بدّ أن يكون ممكناً تخزين ونقل الطاقة في هذه الحقول، سنقوم في هذا القسم بحساب هذه الطاقة.

تخضع الشحنة داخل حقل كهربائي لقوة تساوي $\vec{F} = q\vec{E}$. فإذا تحرّكت الشحنة لمسافة $d\vec{x}$ فإنّها تقوم بعمل $dW = q\vec{E} \cdot d\vec{x}$ ضد هذه القوة. وإذا كانت سرعتها $\vec{v}$ يكون معدل القيام بالعمل، أو القدرة المُستهلَكة، $W = q\vec{E} \cdot \vec{v}$. أمّا إذا كانت هناك كثافة تيار متواصل $\vec{J}$ فيكون معدل مجمل هذا العمل هو تكامل هذه الكمّية المكاني:

$$W = \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV \tag{105.5}$$

لا يقوم الحقل المغناطيسي لوحده بأيّ عمل على شحنات القوة المغناطيسية العمودية على السرعة:

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = \left(q\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \vec{v} = 0 \tag{106.5}$$

وبما أنّ:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{dt} \Rightarrow \vec{J} = \nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{107.5}$$

يمكن إعادة صياغة المعادلة 105.5 على الشكل التالي:

$$W = \int_V \left[\vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H}) - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right] dV \tag{108.5}$$

وهذا بدوره يمكننا من إعادة كتابة المعادلة باستخدام متجه المتطابقة:

$$\nabla \cdot \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) = \vec{H} \cdot \left(\nabla \times \vec{E}\right) - \vec{E}\left(\nabla \times \vec{H}\right) \tag{109.5}$$

كما أن:

$$W = \int_V \left[\vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \nabla \cdot \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right] dV \tag{110.5}$$

وبإدخال $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$ على المعادلة أعلاه:

$$W = -\int_V \left[\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H}) + \vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right]dV \qquad \textbf{(111.5)}$$

وبما أنّ $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ فإن:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vec{E}\cdot\vec{D}) = \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{D} + \vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad \textbf{(112.5)}$$
$$= 2\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

وبالمثل:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vec{B}\cdot\vec{H}) = 2\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \textbf{(113.5)}$$

ومن هنا، إذا عرّفنا:

$$U = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{B}\cdot\vec{H})\ \left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}\right) \qquad \textbf{(114.5)}$$

من ثم تصبح المعادلة 5.111

$$W = -\int_{\mathrm{V}} \left[\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H}) + \frac{\partial U}{\partial t}\right]dV \qquad \textbf{(115.5)}$$

مع:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \textbf{(116.5)}$$

وبمزيدٍ من التعريف:

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right) \tag{117.5}$$

يمكن تحويل حدّ المعادلة الأوّل إلى تكامل سطحي:

$$W = -\int_S \vec{P} \cdot d\vec{A} - \int_V \frac{\partial U}{\partial t}\, dV \tag{118.5}$$

تملك هذه المعادلة تفسيراً طبيعياً، حيث يمثّل حدّ المعادلة الأوّل دفقاً طاقيّاً ينقله الحقل عبر حدود حجم التكامل، أمّا حدّ المعادلة الثاني فيمثّل تغيير الطاقة المخزنة في الحجم في الحقل. ويسمّى $\vec{P}$ متّجه بوينتينغ (Poynting Vector) وU كثافة الطاقة. ويجب أن نلاحظ أنه لا علاقة لمتّجه بوينتينغ $\vec{P}$ بمتّجه الاستقطاب $\vec{P}$، فقط بتشابه الرمزين لا أكثر. حيث يعطي تكامل $\vec{P}$ على مساحة معيّنة الطاقة التي تحملها موجة كهرومغناطيسية بينما يعطي تكامل U على حجم معيّن الطاقة المخزّنة في حقل ساكن.

لما كانت الطاقة المخزنة في حقل كهربائي أو مغناطيسي تساوي التكامل الحجمي لمربّع الحقل، فإن خطوط الحقل تتصرّف مثل ربطات مطاطية فروية (Furry Rubber Bands) في محاولة لإيجاد توزيع الطاقة الأضعف. فخطوط الحقل تميل لتكون أقصر شيء ممكن لتخفيض حجم التكامل، ولتكون أبعد شيء ممكن عن بعضها البعض لتخفيض كثافة الحقل وبالتالي الكثافة التربيعيّة للطاقة.

5.5 مراجع مختارة

[Jackson, 1999] Jackson, John David. (1999). *Classical Electrodynamics*. 3rd edn. New York: Wiley.

المرجع الذي لا بدّ منه لفهم الإلكتروديناميكا.

[Heald & Marion, 1995] Heald, Mark A., & Marion, Jerry B. (1995). *Classical Electromagnetic Radiation*. 3rd edn. Fort Worth: Saunders.

أقلّ عمقاً من كتاب جاكسون ولكنّه يمنح مقدّمة أسهل للإلكتروديناميكا.

6.5 تمارين ومسائل

(1.5) برهن (ي) قاعدة $BAC - CAB$:

$$A \times (\vec{B} \times \vec{C}) = B(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}) \qquad (119.5)$$

عبر صياغتها بالاعتماد على الاصطلاح الجمعي، ثمّ استعملها(يها) لبرهنة:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \qquad (120.5)$$

(2.5) (أ) استعمل(ي) قانون غاوس لإيجاد السعة بين صفيحتين متوازيتين مساحة كلّ منهما A، وفرق الكمون بينهما V، وتفصل بينهما مسافة d. تجاهل(ي) الحقول على أطرافهما باعتبار أنّهما مقطعان من مكثّف لامتناهٍ.

(ب) بيّن(ي) أنّه بمرور تيار في المكثّف يكون التكامل على تيار الإزاحة الداخلي يساوي التيار الكهربائي الخارجي.

(ج) احسب(ي) تكامل كثافة الطاقة لإيجاد الطاقة المخزنة في حالة كمون ثابت. يجب صياغة الجواب بالاعتماد على السعة.

(د) تُقيَّم البطاريات بأمبير - ساعة، أي التيار الذي تستطيع تزويده في ساعة. لتكن بطارية حاسوب محمول 10 V تزوّد تيار 10A h ولتكن المسافة بين الصفائح $10^{-6}\text{m} \equiv 1\mu\text{m}$ ومعزولة بالفراغ، ما المسافة اللازمة لمكثّف كي يستطيع تخزين هذه الطاقة؟ إذا كان عرض الصفائح 10 سنتمتر وكانت مكوّمة عمودياً ما طول الكومة التي من شأنها تأمين هذه المساحة؟

(3.5) (أ) استعمل(ي) قانون ستوك لإيجاد الحقل المغناطيسي داخل ملف كهربائي يحمل تياراً يساوي أمبيراً واحداً ويعدّ n دورات بالمتر.

(ب) احسب(ي) تكامل كثافة الطاقة لإيجاد الطاقة المخزّنة في ملف نصف قطره r وطوله l. هنا أيضاً يمكن تجاهل الحقول على الأطراف.

(ج) ليكن مغناطيس MRI T10 تسلا (القسم 4.9) نصف قطر تجويفه متر واحد وطوله متران. ما هي القوّة المتّجهة نحو الخارج المارَسة على المغناطيس؟ تذكّر(ي)

أنّه في حالة قوّة محافظة فإنّها تساوي تدرّج كمون.

(4.5) احسب القوّة بالمتر بين سلكين متوازيين يفصل بينهما متر واحد ويحمل كل منهما تيار يساوي أمبيراً واحداً (هذا تعريف الأمبير).

(5.5) (أ) لو فرضنا أنّ ضوء الشمس له كثافة قدرة طاقيّة تساوي 1 kW/m^2 (هذه قيمة متطرفة، إنّ القيمة الوسطية العادية في الولايات المتحدة بحدود 200~ W/m^2) قدّر(ي) شدّة الحقل الكهربائي الموافق لهذا الشعاع.

(ب) إذا ركزنا قدة تساوي واط واحد في إشعاع لايزر على ملليمتر مربّع واحد ماذ تكون شدّة الحقل؟ وماذا لو ركزناه على حدود الحيود 1~ μm^2؟

الفصل السادس

الدوائر الكهربائية، وخطوط النقل الكهربائي وموجّهات الموجات

تملك الحقول الكهربائية والمغناطيسية طاقة يمكن نقلها، وهي ما تشكّل المكوّنات اللازمة للاتّصالات. سنتطرّق في هذا الفصل إلى كيفية توجيه الطاقة الكهرومغناطيسية، حيث نبدأ بدوائر الترددات الضعيفة ثمّ نلقي نظرة على خطوط الإرسال لننتهي مع موجّهات الموجات العالية التردد.

1.6 الدوائر الكهربائية

لا بدّ أن تتقيّد كل أجزاء الدوائر الكهربائية بمعادلات ماكسويل. وهذا القيد يقدّم تفسيراً أساسياً لمعادلات الدوائر التي يمكننا اللجوء إليها ما دامت الترددات منخفضة لدرجة يبقى معها حجم الدائرة أصغر بكثير من طول الموجات الكهرومغناطيسية. يسيطر فوق ذلك نظام معقد يبدو فيه وكأنّ الدائرة ككل هي عبارة عن هوائي موَزَّع، وعندها، عندما يكون طول الموجة صغيراً مقارنة مع حجم الدائرة تصبح الأمور أسهل (هذا موضوع الفصل الثامن عن البصريات).

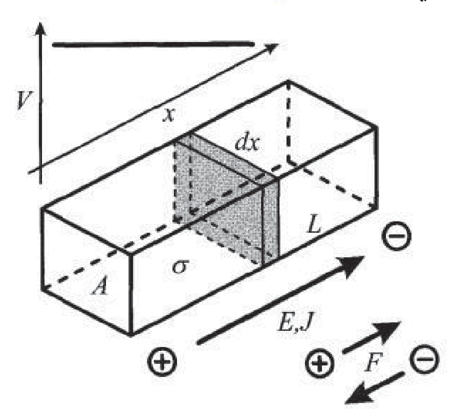
1.1.6 التيّارات والڤولطية

يُعرَّف فرق الكمون (Potential Difference)، أو الڤولطية، بين نقطتين من دائرة كهربائية بالتكامل الخطي للحقل الكهربائي:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.6)$$

وطالما $d\vec{B}/dt = 0$ فإن $\nabla \times \vec{E} = 0$، مما يعني أنّ الحقل الكهربائي هو تدرّج كمون، وأنّ قيمة تكامله الخطي مستقلّة عن مساره، فقد ينتقل حسب الحاجة، من خلال الأسلاك أو الفضاء الحر، محافظاً على نفس القيمة. والعكس بالعكس، إذا كانت هناك حقول مغناطيسية متغيرة مع الزمن، فإنّ الحقل الكهربائي يتأثر بمساره، ولا يعود ممكناً تعريفه بصفته دالة المكان فحسب.

يعرّف الحقل الكهربائي بأنه يتّجه من الشحنات الموجبة إلى الشحنات السالبة، فيزداد بذلك فرق الكمون على طول المسار من الشحنة السالبة باتّجاه الموجبة. وتخضع شحنة ما، لنقل q مثلاً إلكترون في سلك، لقوّة $\vec{F} = q\vec{E}$، وانطلاقاً من هذه التعريفات تنتقل الإلكترونات من الكمون المنخفض إلى الكمون المرتفع (الشكل 1.6). ويساوي التيار I، الذي نقيسه بالأمبير، عند نقطة معينة من السلك عدد كولومات الشحنات التي تمرّ بهذه النقطة بالثانية، وهو يُعرَّف بنفس اتّجاه الحقل الكهربائي فيكون بعكس حركة الإلكترونات. وأخيراً تساوي كثافة التيار $\vec{J}$ قسمة التيار على مساحته العَرْضية $\vec{J} = \vec{I}/A$.



الشكل 1.6: عنصر مقاوم، يبين العلاقة ما بين ڤولطية، والحقل الكهربائي، والتيار وحركة الشحنة.

2.1.6 قوانين كيركوف

هناك قانونا كيرشوف (Krichhoff's Law) سيمكن استعمالهما لتحليل جريان التيار في دائرة كهربائية ما:

- **لا بدّ أن يكون مجموع التيارات الداخلة على والخارجة من عقدة دائرة كهربائية مساوياً لصفر.** إذا التقت عدّة أسلاك عند نقطة ما، يجب أن يكون مجموع تياراتها صفر. وهذا مجرّد تعبير عن قانون حفظ الشحنة.

- **إنّ مجموع فرق الكمونات في مجمل الدائرة الكهربائية لا بدّ وأن يساوي صفراً.** يأتي هذا القانون من أنّ التكامل الخطي للحقل الكهربائي على طول مسار مغلق يساوي صفراً بغياب دفق مغناطيسي متغيّر مع الزمن الذي يربط الدائرة الكهربائية.

$$V = -\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \qquad (2.6)$$

3.1.6 المقاومة

يرتبط التيار بالحقل الكهربائي في موصّل متجانس (Isotropic Conductor) في كلّ الاتجاهات عبر:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad (3.6)$$

حيث تمثّل σ موصلية المادة. فبالنسبة إلى حالة الحقول الكبيرة جداً قد تظهر انحرافات غير خطية من هذه العلاقة الخطية، كما أنّه في المواد المعقّدة قد تأخذ الموصلية شكل موتّر يعتمد على الاتّجاه. فهبوط الفولطية في المقاوم، كما في الشكل 1.6، والذي طوله L ومساحته العرضية (Cross-Sectional Area) A، وموصليته σ والتيار الجاري فيه I، هو:

$$V = -\int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{x} = -\int_{-}^{+} \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{x} = \int_{-}^{+} \frac{I}{\sigma A}\, dx = \frac{IL}{\sigma A} \equiv IR \qquad (4.6)$$

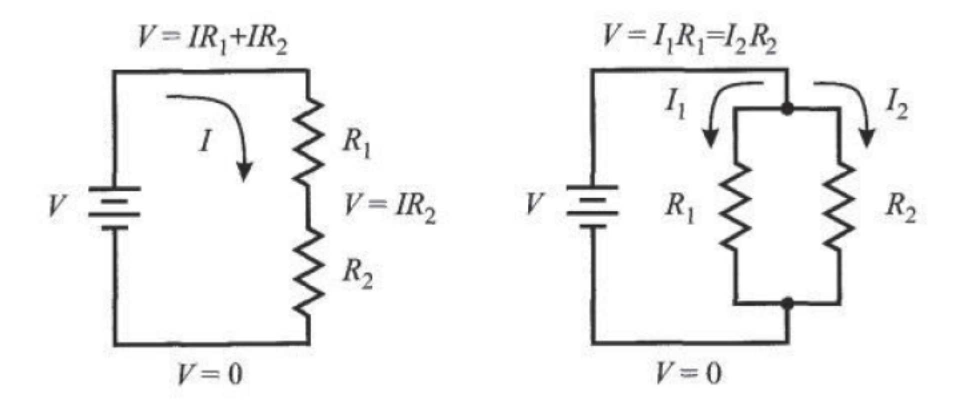
لنتذكر أنّ التكامل يتّجه من الكمون المنخفض إلى المرتفع، بينما يجري التيار من الكمون المرتفع إلى المنخفض، ولذا $-\vec{J} \cdot d\vec{x} = J\, dx = I\, dx/A$. وهذا ما هو إلّا قانون أوم (Ohm's Law) الذي يعرِّف المقاومة بالنسبة إلى الموصلية σ، حيث وحدتها القياسية هي سيمنز (Siemens) بالمتر (S/m)، أو إنه يعرِّف المقاومية ρ ، والتي وحدتها القياسية أوم متر (Ω.m).

$$R = \frac{L}{\sigma A} = \frac{\rho L}{A} \tag{5.6}$$

في حالة غشاء (فيلم) سماكته T تكون مقاومة جزء طوله L وعرضه W:

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{L}{A} \\ &= \rho \frac{L}{TW} \\ &= \frac{\rho}{T} \frac{L}{W} \\ &\equiv R_{\square} \frac{L}{W} \end{aligned} \tag{6.6}$$

تعرّف هذه المعادلة مقاومية الرقاقة (Sheet Resistivity) $R_{\square}$، (وتُقرأ مربّع R) (R Square). وبما أنّ L/W بدون بُعد(*)، تكون وحدة $R_{\square}$ وحدة مقاومة.



الشكل 2.6: دوائر كهربائية متوالية ومتوازية الربط.

يمكن استخدام قانونَي كيركوف لتبسيط الدوائر الكهربائية في الشكل 2.6، فبالنسبة لدائرة الربط التوالي (يسار الشكل 2.6) لدينا:

(*) أي أنّها مجرّد عدد بحكم أنّ وحدتي L و W تلتغيان عند قسمتهما على بعض (المترجم).

$$V = IR_1 + IR_2 \quad (7.6)$$

أو:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad (8.6)$$

ولذا تكون المقاومة الشاملة هي ببساطة جمع المقاومات المتتالية.

$$R_{\text{total}} = R_1 + R_2 \quad (9.6)$$

ولحساب المقاومة الشاملة لمقاومات موصولة على التوالي نجمع قيمة كلّ واحدة منها بكلّ بساطة. أمّا بالنسبة للدائرة الكهربائية المربوطة على التوازي (على يمين الشكل 2.6)، يجب أن يكون هبوط الڤولطية متساوياً في القسمين (أي عبر R_1 وR_2) بما أنّ الكمون مستقلّ عن مساره، ما يعطينا:

$$V = I_1R_1 = I_2R_2 \quad (10.6)$$

بينما يجب أن يكون مجموع التيارين مساوياً للتيار الشامل:

$$I_1 + I_2 = \frac{V}{R_{\text{total}}} \quad (11.6)$$

وبالتالي:

$$\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R_{\text{total}}} \quad (12.6)$$

أو:

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{\text{total}} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \quad (13.6)$$

إنّ معكوس المقاومة الشاملة لمقاومات متوازية يساوي مجموع معكوسات المقاومات. بالإمكان دائماً تبسيط شبكات مقاومات أكثر تعقيداً بالتطبيق المتكرّر لهذه القواعد.

4.1.6 القدرة

لنفترض الآن لوح شحنة (Slab of Charge) مساحته العرضية A وسماكته dx يتحرّك من خلال المقاوم كما في الشكل (1.6). فإذا كانت كثافة الشحنة هي ρ_q، فإن الشحنة الكاملة في اللوح ستكون $Q = \rho_q dx\, A$ وتخضع لمحصلة قوّة $\vec{F} = Q\vec{E}$. وبما أنّ التيار جارٍ، فتكون الشحنة متحرّكة بالنسبة إلى هذه القوة، وعليه سيكون هناك عمل مبذول. وقد يساوي العمل المرتبط بحركة اللوح من أحد طرفَي المقاوم إلى الطرف الآخر تكامل القوة مضروبة بالإزاحة، هذا بالنسبة إلى الشحنة السالبة:

$$dW = \int_{-}^{+} \vec{F} \cdot d\vec{x} = -Q \int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{x} = -QV = -\rho_q\, dx A V \qquad (14.6)$$

قد يتبدّد النقص في الطاقة في المقاوم؛ وتساوي القدرة معدّل القيام بالعمل:

$$P = -\frac{dW}{dt} = \rho_q \frac{dx}{dt} AV = JAV = IV = I^2 R \qquad (15.6)$$

وتساوي القدرة المبدّدة في المقاوم، التيار الجاري فيه مضروباً في هبوط الفولطية عبره، والتي تساوي حسب قانون أوم مربّع التيار مضروباً في المقاومة، وهي تظهر على شكل حرارة في المقاوم.

5.1.6 السعة

هناك حقل كهربائي القطب الكهربائي ذو شحنة Q+ والقطب الكهربائي الآخر ذو الشحنة Q-، وبالتالي يوجد بين القطبين الكهربائيين فرق كمون. وتُعرّف السعة على أنها نسبة الشحنة إلى فرق الكمون:

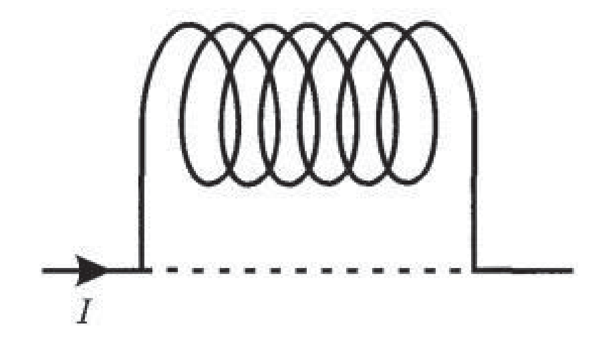
$$C = \frac{Q}{V} \qquad (16.6)$$

إنّ وحدة السعة في قياسات MKS هي الفاراد (F, Farad)، حيث تتراوح السعة بين بضعة بيكوفاراد (Picofarad) في أجزاء الدوائر الكهربائية، وبضعة فاراد في المكثفات الفائقة (Supercapacitors) المعتمدة على ظواهر إلكتروكيميائية (Conway, 1991).

تعطي المعادلة التالية التيار الذي يجري عبر المكثّف:

$$C\frac{dV}{dt} = \frac{dQ}{dt} = I \qquad \textbf{(17.6)}$$

والمكثّف هو جهاز يخزّن الطاقة الموجودة في حقل كهربائي عبر تخزينه الشحنات على صفائحه. لقد رأينا في المسألة 2.5 أنّ هذه الطاقة المخزّنة تساوي $CV^2/2$.



الشكل 3.6: ملف لولبي كهربائي (Solenoid): الخط المنقط يقفل مسار التكامل.

إنّ التيار عبر المكثّف هو تيار إزاحة (Displacement Current): من وجهة نظر الدائرة الكهربائية الكاملة يُعتبَر هذا تياراً حقيقياً، ولكنّه يتولّد من الحقل الكهربائي المتغيّر مع الزمن المرتبط بتخزين الصفائح وتفريغها للشحنات، وليس ناتجاً عن حركة شحنات فعلية عبر المكثّف.

إذا كانت الڤولطية المستعملة هي $V = e^{i\omega t}$، فيكون التيار:

$$I = C\frac{dV}{dt} = i\omega C e^{i\omega t} \qquad \textbf{(18.6)}$$

نعرّف المانعة (مقاومة مركبة) بصفتها نسبة الڤولطية إلى التيار عند تردد ثابت:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{e^{i\omega t}}{i\omega C e^{i\omega t}} = \frac{1}{i\omega C} \quad (19.6)$$

يتقدّم التيار على الڤولطية بانزياح طور $i = 90°$. وعندما تكون $\omega = 0$، تكون المانعة لامتناهية (لا يجري أي تيار في المكثف في حالة تيار مستمر)، وعندما تكون $\omega = \infty$ تكون المانعة صفراً (يتصرّف المكثّف كأنّه سلك عادي).

6.1.6 المحاثة

يخزّن المُحث الطاقة الموجودة في حقل مغناطيسي متولّد عن تيار يجري في ملف حلقي (Coil)، ونعرّف المحاثة (Inductance) بصفتها نسبة الدفق المغناطيسي الذي يربط الدائرة الكهربائية،

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (20.6)$$

بالتيار الذي ينتجه:

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (21.6)$$

إنّ وحدة المحاثة في MKS هي هنري (Henry، يرمز له بـ H).

يبين الشكل (3.6)، أنّ الحقل الكهربائي يتلاشى على طول الخط المنقّط إذا كانت اللفة الحلقية مثالية، ولذا يكون تكامل الحقل الكهربائي على طول الخط المنقط وحول الملف مساوياً لهبوط الڤولطية عبر الملف. كما يتلاشى الحقل المغناطيسي خارج اللفة في حال اعتبرناها قطعة من ملف لولبي لامتناهية، وعليه فإنّ تكامل الحقل المغناطيسي عبر المساحة المحدودة بالمسار يساوي الدفق الذي يربط الملف مضروباً بعدد حلقاتها، وهذا يسمح لنا بربط الدفق بالكمون. لو فرضنا أنّ هذا الملف المثالي مؤلّف من حلقة واحدة نجد أنّ:

$$-V = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(LI) = -L\frac{dI}{dt} \quad (22.6)$$

وبالتالي:

$$V = L\frac{dI}{dt} \tag{23.6}$$

تضاف الحلقات الإضافية بالتوالي، فمحث مؤلّف من N حلقة تكون محاثته مساوية لمحاثة حلقة واحدة مضروبة بعدد الحلقات، مفترضين أنّ الدفق نفسه يتدفق في الحلقات كلّها. وبما أنّ الحقل المغناطيسي لملف نصف قطره r وطوله l ويملك n حلقة بالمتر هو $H = nI$، فإن محاثته ستكون:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N}{I}\int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \frac{nl}{I}\mu nI\pi r^2 = \mu n^2 l\pi r^2 \tag{24.6}$$

توضح المسألة 3.5، أنّ الطاقة المخزّنة في ملف حلقي هي $LI^2/2$.

إذا كان التيار في المحث $I = e^{i\omega t}$ يكون هبوط الڤولطية $V = Lie^{i\omega t}$ وبالتالي تكون الممانعة:

$$Z = \frac{Li\omega e^{i\omega t}}{e^{i\omega t}} = i\omega L \tag{25.6}$$

يتأخر التيار عن الڤولطية بسبب $90°$ $(-i)$.

2.6 الأسلاك وخطوط النقل الكهربائي

لقد ركزنا حتى الآن على التوصيل في حدود الترددات المنخفضة؛ وسنستخدم في هذا القسم معادلات ماكسويل للنّظر عن قرب في كيفية تنفيذ حقول التيارات المتناوبة في الموصلات وكيف تُوَجه عند الترددات العالية.

1.2.6 عمق الجلد

لنفترض أنّ الموصّل يوصف من خلال $\vec{J} = \sigma\vec{E}, \vec{D} = \epsilon\vec{E}, \vec{B} = \mu\vec{H}$، فإذا كان الحقل الكهربائي دورياً مثل: $\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}(\vec{x})e^{i\omega t}$، فيكون تدوّر الحقل المغناطيسي هو:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu\sigma\vec{E} + \mu\epsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (26.6)$$
$$\nabla \times \vec{B}(x) = (\mu\sigma + i\omega\mu\epsilon)\vec{E}(\vec{x})$$

وبما أنّ تباعد التدوّر سيتلاشى، فإن:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{B} = 0 = (\mu\sigma + i\omega\mu\epsilon)\nabla \cdot \vec{E} \quad (27.6)$$
$$\Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} = 0$$

وهذا يتطلّب رد فعل المُعامِلات الخطية، لعدم وجود أي شحنة حرّة.

لنحسب الآن تدوّر التدوّر في الحقل $\vec{E}$:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\nabla \times \vec{B} \quad (28.6)$$
$$\nabla\underbrace{\left(\nabla \cdot \vec{E}\right)} - \nabla^2\vec{E} = -\mu\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

ينجم حدّ المعادلة الأوّل من الجهة اليمنى لهذه المعادلة عن التوصيل الفعلي، بينما ينجم عن الحدّ الثاني للمعادلة عن تيار الإزاحة. وبما أنّ σ كبيرة جداً في موصّل جيد، حيث يمكنها أن تبلغ ترددات عالية (بصرية)، فيمكن إسقاط حدّ المعادلة الناتج عن تيار الإزاحة:

$$\nabla^2\vec{E} = \mu\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (29.6)$$

فيصبح لدينا الآن معادلة انتشار بدلًا من معادلة موجة. وفي حالة حقل كهربائي

دوري (Periodic Electric Field)، تلبي تلك المعادلة الشق المكاني منه:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}) = i\omega\mu\sigma\vec{E}(\vec{x}) \equiv k^2\vec{E}(\vec{x}) \tag{30.6}$$

وبما أنّ:

$$\sqrt{i} = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \tag{31.6}$$

(لنحاول النظر في مربّع المعادلة):

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{i\omega\mu\sigma} \\ &= (1+i)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \\ &\equiv \frac{1+i}{\delta} \end{aligned} \tag{32.6}$$

وهذا ما يعرّف عمق الجلد (Skin Depth)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\nu\mu\sigma}} \tag{33.6}$$

بالنسبة إلى التردد ν والنفاذية μ والموصلية σ:

إذا أخذنا الآن حلّ المعادلة 30.6 لموجة مسطحة ساقطة على سطح موصّل نجد، بسبب التناظر، أنّ المسافة z داخل الموصّل هي كل ما يهمنا:

$$\frac{d^2E}{dz^2} = k^2E \tag{34.6}$$

E هو مقدار الحقل الكهربائي الذي هو في حالة الموجة المسطحة عرضاني بالنسبة لاتجاه z. حلّ هذه المعادلة هو:

$$E(x) = E_0e^{-kz} = E_0e^{-z/\delta}e^{-iz/\delta} \tag{35.6}$$

حيث E_0 هو المقدار عند سطح الموصل، بينما قد استبعدنا الحل المحتمل غير

الفيزيائي e^{kz} . فالتيار الشامل في وحدة عرض الناتج عن هذا الحقل عبر تكامل كثافة التيار على العمق هو:

$$I = \int_0^\infty J dz = \int_0^\infty \sigma E dz = \int_0^\infty \sigma E_0 e^{-kz} dz = \frac{\sigma E_0}{k} \tag{36.6}$$

ولذا:

$$E_0 = \frac{kI}{\sigma} = \frac{1+i}{\sigma\delta} I = \left(\frac{1}{\sigma\delta} + i\frac{1}{\sigma\delta}\right) I \equiv (R_S + \omega L_S) I \tag{37.6}$$

يتناسب التيار الشامل مع الحقل المستعمل على السطح. ويمثّل الجزء الحقيقي لهذه النتيجة مقاومة السطح (Surface Resistance) الفعلية، R_S، بينما الجزء الخيالي يمثّل محاثة السطح (Surface Inductance)، L_S. هناك تبدّد مرتبط بهذا التيار، ففي حجم صغير مساحته العرضية A وطوله عند السطح L، يكون التبدّد في وحدة الحجم مساوياً إلى:

$$\frac{I^2_{\text{volume}} R}{AL} = \frac{1}{AL} J^2 A^2 \frac{L}{\sigma A} = \frac{J^2}{\sigma} \tag{38.6}$$

وإذا كان التيار دورياً، يؤدي حساب التكامل إلى مُعامِل آخر $\langle \sin^2 \rangle = 1/2$:

$$\langle \frac{I^2 R}{AL} \rangle = \frac{|J|^2}{2\sigma} \tag{39.6}$$

أمّا حساب تكامل هذه النتيجة من 0 z إلى ∞، فيعطي الطاقة التي يبدّدها الحقل في وحدة مساحة:

$$\int_0^\infty \frac{|J|^2}{2\sigma} dz = \int_0^\infty \frac{\sigma^2 E_0^2}{2\sigma} e^{2z/\delta} dz = \frac{\sigma E_0^2 \delta}{4} \tag{40.6}$$

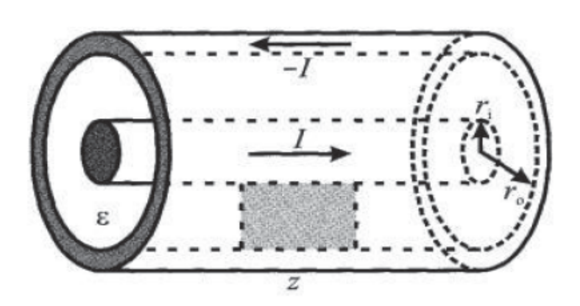
يتضاءل مقدار الحقل والتيار أسياً مع عمق الجلد، فعلى سبيل المثال، يملك النحاس الصافي في ظل درجة حرارة عادية موصلية تساوي $5.8 \times 10^7 \text{S/m}$ ما يعطي $\delta \sim 7$ cm عند 1 Hz و 2 mm عند 1 kHz و 70 μm عند 1 MHz و 2 μm عند 1 GHz. وبما أنّ عمق الجلد صغير جداً حتى في حالة الترددات المنخفضة، نحتاج إلى سماكة صغيرة لحجب

الحقل. وهذا ما يفسر أن إمكانية افتراض تلاشي الحقل عند السطح هو افتراض جيد، كما أنّا قد وجدنا أنّ هذه هي الحالة عند الحدود لموصّل مثالي. إنّ القسم من الحقل الذي ينفذ في الموصل يولّد فيه تياراً، ويؤدي هذا التيار إلى تبدد مقاوميّ، ولذا بالجوء إلى هذه المقاربة نغض النظر عن آليات تخميد الحقل في محيط الموصل. هذا مهم جداً في فجوات الرنين الكهرومغناطيسية المصمَّمة بحيث تملك شحنة Q عالية (معدّل تخميد منخفض).

تملك حزمة أسلاك رفيعة مقاومة أصغر للتيارات المتغيرة من المقاومة التي يملكها سلك وحيد غليظ، وذلك بسبب عمق الجلد. ولأنّ هناك مساحة أكبر لينفذ منها التيار، تكون المقاومة الكلية متناسبة عكسياً مع المساحة العرضية للحزمة. وهذا هو السبب الذي يجعلنا نستعمل أسلاكاً مجدولة لتحمل إشارات عالية الترددات بدلاً من أسلاك صلبة.

2.2.6 خطوط النقل الكهربائي

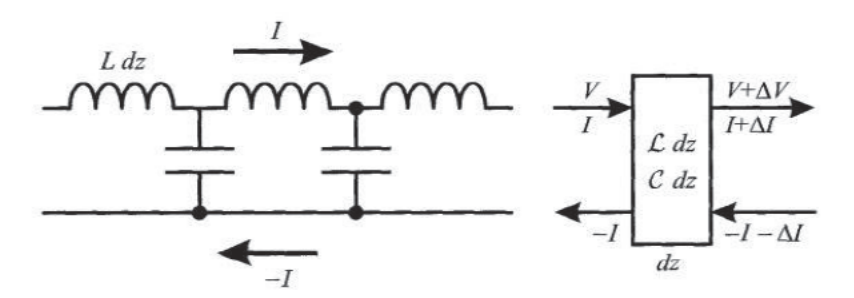
مع أنّ الحقول الكهرومغناطيسية لا تستطيع أن تنفذ عميقاً في الموصلات الجيدة يمكن توجيهها على مسافات طويلة عبر الموصلات. وقد تخزّن أشياء موزّعة طاقة في الحقول الكهربائية عبر السعة أو المغناطيسية عبر المحاثة، والتفاعل بين هذه الأشياء يؤدي إلى دفق طاقيّ. لنفترض، كمثل أوّل عن خطوط النقل الكهربائي (Transmission Line)، كابل موحد المحور (الشكل 4.6)، من الأشكال الهندسية الأخرى المهمة لخطوط النقل الأسلاك أو القطع المتوازية (المسألة 4.6) أو قطعة فوق مسطّح أرضي (تُسمّى قطعة طولية (Stripline)).



الشكل 4.6: حقل كابل موحد المحور بعازلية.

بما أنّ خطوط النقل تعمل في دائرة كهربائية مغلقة، فلا يكون هناك أي نقل شحنات صافٍ عند طرفي الدائرة. لذا سنفترض في هذا القسم أنّه بمقابل كلّ تيار I في الموصل الداخلي يوجد تيار I− في الموصل الخارجي، ما لا يمكن افتراضه في القسم

اللاحق عندما ندرس أنماط الترددات العالية. هناك حقل كهربائي بين الموصل الداخلي والموصل الخارجي ما يؤدي إلى سعة موزّعة بينهما. كما ينتج عن التيار الجاري في الموصل الداخلي حقل مغناطيسي حوله، وبالتالي محاثة موزّعة على طوله. طالما أنّ أطوال الترددات منخفضة كفاية بحيث يمكن مقارنتها بحجم المساحة العرضية يتصرّف الكابل موحد المحور (Coaxial Cable)، وكأنّه مجموعة محاثات موصولة بالتوالي ومكثّفات موصولة بالتوازي (الشكل 5.6). يمكن تطبيق نموذج الدوائر الكهربائية هذا على أيّ خط نقل كان؛ وسيعود حلّه يظهر في القسم اللاحق كنمط أساسي لمعادلات ماكسويل في الأشكال الهندسية الأسطوانية.



الشكل 5.6: دائرة كهربائية فاعلة لخط نقل ولعنصر متناهي الصغر.

نستنتج من قانون ستوك أنّ الحقل المغناطيسي بين الموصلين هو:

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad \textbf{(41.6)}$$

ويختفي الحقل خارج الموصل الخارجي لأنّ التيار الصافي يساوي 0. كما يعطينا تكامل هذا الحقل على مساحة طولها z (الشكل 4.6) الدفق بين الموصلين.

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = z \int_{r_i}^{r_o} \mu_0 \frac{I}{2\pi r} dr = z \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{r_o}{r_i} \quad \textbf{(42.6)}$$

وبما أنّ العازل غير - مغناطيسي نفترض أن $\mu_r \sim 1$. وعليه تكون المحاثة بوحدة طول هي

$$\mathcal{L} = \frac{\Phi}{zI} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_o}{r_i} \quad \left(\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}\right) \tag{43.6}$$

وبالمثل نستنتج الحقل الكهربائي من قانون غاوس:

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \tag{44.6}$$

حيث Q هي الشحنة بوحدة طول ويختفي الحقل خارج الموصل الخارجي. أمّا التكامل فيعطينا فرق الكمون:

$$V = -\int_{r_i}^{r_o} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_o}{r_i} \tag{45.6}$$

ما يعطينا السعة بوحدة طول:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(r_o/r_i)} \quad \left(\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right) \tag{46.6}$$

3.2.6 الحلول الموجية

لنعتبر الآن الطول التفاضلي (Differential Length) الصغير لخط النقل dz المبيّن في الصورة الشكل (5.6)، مع مكثّف متوازٍ Cdz ومحث متوالٍ $\mathcal{L}\, dz$. فإذا ازداد التيار الجاري فيه:

$$\Delta I = \frac{\partial I}{\partial z} dz \tag{47.6}$$

فيجب أن يرافق هذه الزيادة تناقص في الشحنة المخزّنة في المكثّف:

$$\Delta I = -Cdz \frac{\partial V}{\partial t} \tag{48.6}$$

ولذا:

$$\frac{\partial I}{\partial z} dz = -C dz \frac{\partial V}{\partial t} \tag{49.6}$$

أو:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial V}{\partial t} \tag{50.6}$$

بالمقابل، إذا كان هناك تزايد في الكمون عبر هذا الجزء:

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial z} dz \tag{51.6}$$

يجب أن يرافقه تناقص في التيار الجاري عبر المحث:

$$\Delta V = -\mathcal{L} dz \frac{\partial I}{\partial t} \tag{52.6}$$

يجري التيار من الكمون العالي إلى الكمون المنخفض، فالهبوط المتزايد للكمون عبر المحث يملك علامة عكس علامة التيار المتناقص، ما يعطينا المعادلة التالية:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\mathcal{L} \frac{\partial I}{\partial t} \tag{53.6}$$

والآن لنشتقّ المعادلة (50.6) زمنياً:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} = -C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \tag{54.6}$$

ولنشتق أيضاً المعادلة (53.6) على

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\mathcal{L} \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t} \tag{55.6}$$

وبتبديل مراتب الاشتقاق لمعادلة البنود المختلطة (حيث إن التبديل مسموح في حالة الدوال الحسنة السلوك):

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \mathcal{L}C\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \equiv \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (56.6)$$

حيث:

$$v \equiv \frac{1}{\sqrt{\mathcal{L}C}} \quad (57.6)$$

هذه معادلة موجية للڤولطية في خط النقل، ونحلّها عبر توزيع عشوائي يسير بسرعة $\pm v$:

$$\begin{aligned} V(z,t) &= f(z - vt) + g(z + vt) \\ &= V_+ + V_- \end{aligned} \quad (58.6)$$

إذا تبعنا نقطة ثابتة في التوزيع $z - vt = 0 \Rightarrow z = vt$ ،$f(0)$، فسيكون الحل V_+ يسير إلى جهة اليمين وV_- إلى جهة اليسار، لموجة جيبية $V = e^{i(kz-\omega t)},\ k = \omega/v$:

وإذا أخذنا الاشتقاق بترتيب معاكس نحصل على معادلة مشابهة للتيار:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \quad (59.6)$$

أمّا لربط الڤولطية بالتيار فيستعاض عن V في المعادلة (50.6) بقيمتها في المعادلة (58.6):

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C[-vf'(z - vt) + vg'(z + vt)] \quad (60.6)$$

ونحسب التكامل على:

$$
\begin{aligned}
I &= C\upsilon[f(z-\upsilon t) - g(z+\upsilon t)] \\
&\equiv \frac{1}{Z}[f(z-\upsilon t) - g(z+\upsilon t)] \\
&= \frac{1}{Z}[V_+ - V_-] \\
&= I_+ + I_-
\end{aligned}
\tag{61.6}
$$

حيث:

$$Z = \frac{1}{C\upsilon} = \sqrt{\frac{\mathcal{L}}{C}} \quad (\Omega) \tag{62.6}$$

يتناسب التيار مع الڤولطية، بينما يأتي الفرق بالعلامة بين حدّ المعادلة والفرق بين الحل الذي يسير باتجاه اليمين والحل الذي يسير باتجاه اليسار. ويمثّل ثابت تناسب الممانعة المميزة (Characteristic Impedance)، Z لخط النقل. إنّ السرعة والممانعة في خط نقل يرتبطان ببساطة بالسعة والمحاثة بوحدة الطول. ففي كبل حقيقي يتم تخميد الترددات المختلفة بوتائر مختلفة، ما يغيّر شكل النبض في مساره، وإذا كان هناك تأثيرات لاخطية يمكن أن تسير الترددات المختلفة بوتائر مختلفة، وهو ما يؤدي إلى تشتّت: سينتشر النبض الحاد. ويحدد التشتت مدى قرب النبضات من بعضها مع بقائها مفترقة بعد أن تقطع مسافة طويلة.

4.2.6 الانعكاسات والأطراف [النهايات]

لننظر في خط النقل مع الممانعة المميزة، Z_0، الذي ينتهي عند حمل ممانعته Z_L. ويمكن أن يكون الحمل مقاوماً أو خط نقل آخر. وترتبط ممانعة المقاوم بالطاقة المبددة بالتسخين الأومي، بينما ترتبط ممانعة خط النقل بالطاقة المنقولة، في الحالتين يكون هبوط الڤولطية عبر هذا العنصر مساوياً للتيار المطبّق مضروباً بالممانعة.

يقبل خط النقل الداخل مرور الإشارات في الاتجاهين (المعادلة 58.6) ولذا تكون الڤولطية عند الانقطاع هي المجموع لتلك الڤولطيات:

$$V_L(t) = V_+(t) + V_-(t) \tag{63.6}$$

وبالمثل فإنّ التيار عبر الحمل هو:

$$I_L(t) = I_+(t) + I_-(t) \tag{64.6}$$

ويساوي التيار عند النهاية التيار ما قبل النهاية مباشرة

$$\frac{V_L}{Z_L} = \frac{V_+}{Z_0} - \frac{V_-}{Z_0} \tag{65.6}$$

يعطي إلغاء المتغيّرات بين هذه المعادلة والمعادلة (63.6) النسبة بين الڤولطية الداخلة والمنعكسة ونسميها مُعامِل الانعكاس (Reflection Coefficient):

$$R = \frac{V_-}{V_+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \tag{66.6}$$

أمّا النسبة بين الإشارات الداخلة والمنقولة فنسمّيها مُعامِل الانتقال (Transmission Coefficient):

$$T = \frac{V_L}{V_+} = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0} \tag{67.6}$$

بسبب الحمل، لا يمكن اختيار V_+ وV_- عشوائياً، حيث إن كليهما يخضع إلى الحالة عند الحدود. ويملك مُعملا الانعكاس والانتقال عدة خصائص مهمة. فإذا كانت ممانعة الحمل 0 (دائرة قِصر)، يكون الْمُعامِل $R = -1$ أي أنّه الإشارة المنعكسة لها هي نفس شكل الإشارة الداخلة ولكن علامتها مغايرة. أمّا إذا كانت ممانعة الحمل لامتناهية (دارة مفتوحة) يكون $R = 1$ والإشارة المنعكسة تملك نفس علامة الإشارة الداخلة. ونستخدم هذه الانعكاسات في مقياس الانعكاس لنطاق الزمن (Time Domaine Reflectometer) (TDR) وذلك من أجل تعيين موضع فشل الكابلات عبر قياس وقت وصول النبض المرتجع. أخيراً إذا كانت $Z_L = Z_0$ في بالتالي $R = 0$: لا انعكاس. من أجل هذا ننهي الكابلات التي تنقل إشارات عالية التردد بمقاوم يملك نفس ممانعة الكابل المميزة. حيث تكون النهايات التي هي من هذا النوع مهمة للتخلص من ضجيج الإشارات المنعكسة في شبكات ونواقل الحواسيب.

وإذا كان $V_+(z) = V_0 e^{ikz}$ الداخل إلى الحمل:

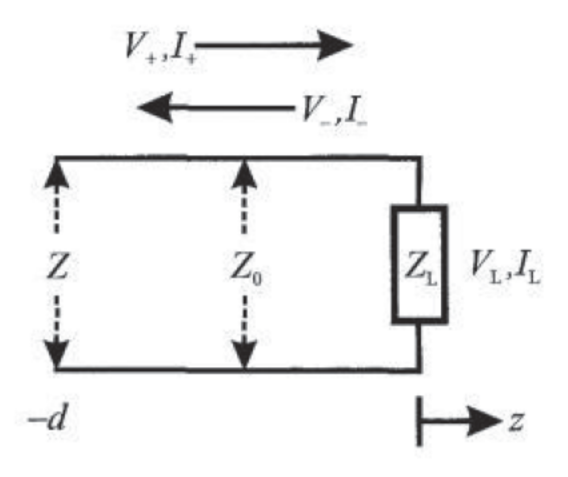
$$V(z) = V_+(z) + V_-(z) \\ = V_0\left(e^{ikz} + Re^{-ikz}\right) \tag{68.6}$$

ولكونها دوال z فتُضاف الموجات الموجبة والسالبة إلى بعضها أو تُطرح من بعضها دورياً. وعبر نسبة القيمة القصوى إلى القيمة الصغرى لهذا المجموع نعرّف نسبة الجهد الكهربائي إلى الموجة المستقرّة (Voltage Standing-Wave Ratio (VSWR)):

$$\text{VSWR} \equiv \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} \\ = \frac{1+|R|}{1-|R|} \tag{69.6}$$

أو

$$|R| = \frac{VSWR-1}{VSWR+1} \tag{70.6}$$



الشكل 6.6: خط نقل بممانعة z ينتهي بحمل z^1

تشكّل نسبة الجهد الكهربائي إلى الموجة المستقرة (VSWR) أحد أهم القياسات في أنظمة الترددات الراديوية (Radio Frequency (RF)) وتستعمل هذه الترددات لمطابقة الممانعات بحيث تذهب القدرة كاملة في الاتجاه المرجو.

لنفترض الآن ممانعة خط نقل من وجهة نظر مصدر دوري على مسافة d من النهاية، كما هو مبيّن في الشكل (6.6):

$$\begin{aligned} Z(-d) &= \frac{V(-d)}{I(-d)} \\ &= \frac{V_+ e^{-ikd} + V_- e^{ikd}}{Z_0^{-1}(V_+ e^{-ikd} - V_- e^{ikd})} \\ &= \frac{V_+(e^{-ikd} + Re^{ikd})}{V_+ Z_0^{-1}(e^{-ikd} - Re^{ikd})} \\ &= Z_0 \frac{(e^{-ikd} + Re^{ikd})}{(e^{ikd} - Re^{-ikd})} \end{aligned} \tag{71.6}$$

تعيير هذه المعادلة بالممانعة المميزة لخط النقل يعطي:

$$\begin{aligned} \frac{Z(-d)}{Z_0} &= \frac{e^{-ikd} + Re^{ikd}}{e^{-ikd} - Re^{ikd}} \\ &= \frac{1 + Re^{i2kd}}{1 - Re^{i2kd}} \\ r + ic &\equiv \frac{1 + (x + iy)}{1 - (x + iy)} \\ &= \frac{1 - (x^2 + y^2)}{(1 - x)^2 + y^2)} + i \frac{2y}{(1 - x)^2 + y^2} \end{aligned} \tag{72.6}$$

تربط هذه المعادلة الجزئين الحقيقي والتخيلي من ممانعة المدخل:

$$r + ic = \frac{Z}{Z_0} \tag{73.6}$$

وبالنسبة إلى نظيريهما في مُعامِل انعكاس الإشارة في الاتجاهين:

$$x + iy = Re^{i2kd} \tag{74.6}$$

ويمكن إعادة كتابة المعادلة الحقيقية على الشكل التالي:

$$\begin{gathered}
r = \frac{1 - (x^2 + y^2)}{(1 - x)^2 + y^2} \\
\frac{r(1 - x)^2 + x^2}{1 + r} + y^2 = \frac{1}{1 + r} \\
x^2 - 2x\frac{r}{1 + r} + \frac{r}{1 + r} + y^2 = \frac{1}{1 + r} \\
x^2 - 2x\frac{r}{1 + r} + \left(\frac{r}{1 + r}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{1 + r} + \left(\frac{\mathrm{r}}{1 + \mathrm{r}}\right)^2 - \frac{r}{1 + r} \\
\left(x - \frac{r}{1 + r}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{(1 + r)^2}
\end{gathered} \tag{75.6}$$

في المسطّح التخيلي (x, y)، يقع مُعامِل الانعكاس على دائرة نصف قطرها $1/(1 + r)$ ومركزها $(r/(1 + r), 0)$ يضبطها الجزء الحقيقي r من ممانعة المدخل.
وبطريقة مماثلة يمكن إعادة كتابة المعادلة التخيلي على الشكل التالي:

$$\begin{gathered}
c = \frac{2y}{(1 - x)^2 + y^2} \\
(1 - x)^2 + y^2 = \frac{2y}{c} \\
(1 - x)^2 + y^2 - 2y\frac{1}{c} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{c^2} \\
(1 - x)^2 + \left(y - \frac{1}{c}\right)^2 = \frac{1}{c^2}
\end{gathered} \tag{76.6}$$

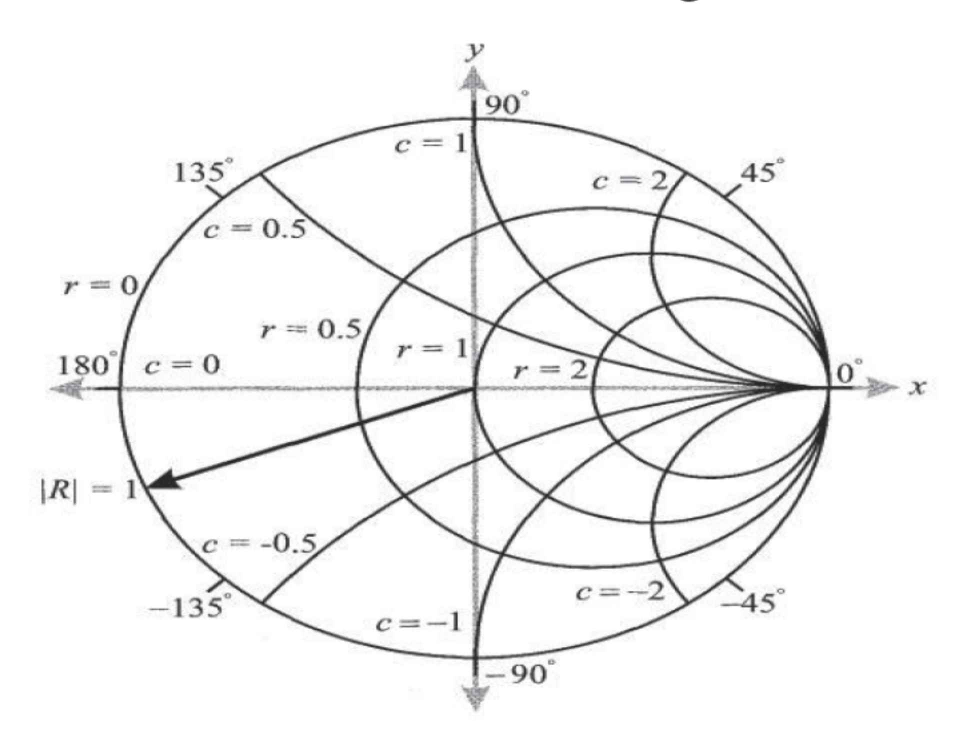
يقصر مُعامِل الانعكاس على دائرة نصف قطرها $1/c$ ومركزها $(1, \pm 1/c)$

ويحددها الجزء التخيلي $\{c\}$ من ممانعة المدخل. ويربط تقاطع هاتين الدائرتين ممانعة المدخل بمُعامِل الانعكاس، وعادةً نحدد هذا التقاطع بشكل بياني على مخطط سميث (Smith Chart) (الشكل (7.6)).

عندما يقترب طول موجة الإشارة في خط النقل من حجم الخط العَرْضي تظهر تهيجات أكثر تعقيداً ولا يعود ممكناً استعمال نموذج الدائرة الذي رأيناه في القسم السابق، عندها نحتاج إلى حلّ كامل لمعادلات ماكسويل. سنجد أنّ بعض أنماط هذه التهيجات سيكون مرغوباً بها والبعض الآخر لا. تقوم موجّهات الموجات (Waveguide)، بدون أية مفاجأة، بتوجيه الموجات الكهرومغناطيسية.

3.6 موجّهات الموجات

وبإماكانها أو لا، حسب الأشكال الهندسية، نقل تيار ثابت، حيث إنّه من الممكن توجيه الموجات بدون مسار رجوع التيار المستمر. عادةً ما تملك موجّهات الموجات تناظراً حول محورها؛ من النماذج الشائعة الاستعمال أنبوب مستطيل.



الشكل 7.6: مخطط سميث (The Smith Chart).

1.3.6 المعادلات المُتحكّمة

لنبدأ بالشكل الموجي لمعادلات ماكسويل بدون أي مصدر:

$$\nabla^2\vec{E} = \mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad \nabla^2\vec{H} = \mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} \tag{77.6}$$

إنّا نبحث عن موجات تنتقل دورياً على طول محور موجّه الموجة $e^{i\omega t-\gamma z}$، حيث إن جزء γ الحقيقي هو معدل تحلل الموجة أمّا الجزء التخيلي فهو متّجه الموجة $2\pi/\lambda$. بحذف دالة الوقت نحصل على:

$$\nabla^2\vec{E} = -\omega^2\mu\epsilon\vec{E} \equiv -k^2\vec{E} \qquad \nabla^2\vec{H} = -k^2\vec{H} \tag{78.6}$$

بالإمكان فصل اللابلاسي إلى مكوّنات عرضانية متعامدة مع محور موجّه الموجة وأخرى محورية، سنعتبر هنا أنّ المحور يتّجه في اتّجاه $\vec{z}$:

$$\begin{aligned}\nabla^2\vec{E} &= \nabla_T^2\vec{E} + \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2} \\ &= \nabla_T^2\vec{E} + \gamma^2\vec{E}\end{aligned} \tag{79.6}$$

تحوّل هذه المعادلة المعادلات (78.6) إلى معادلات هيلمهولتز (Helmholtz's Equation) بما يخص الاعتماد العرضاني للحقل:

$$\nabla_T^2\vec{E} = -(\gamma^2 + k^2)\vec{E} \equiv -k_c^2\vec{E} \qquad \nabla_T^2\vec{H} = -k_c^2\vec{H} \tag{80.6}$$

وبذلك نعرّف متّجه الموجة المميز k_c. بالإضافة إلى ذلك تملك معادلة التدور لإشارة دورية:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \tag{81.6}$$

وتمتلك المكونات العرضانية:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \underbrace{\frac{\partial E_y}{\partial z}}_{-\gamma E_y} = -i\omega\mu H_x \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \underbrace{\frac{\partial H_y}{\partial z}}_{-\gamma H_y} = i\omega\mu E_x$$

$$\underbrace{\frac{\partial E_x}{\partial z}}_{-\gamma E_x} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu H_y \qquad \underbrace{\frac{\partial H_x}{\partial z}}_{-\gamma H_x} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\mu E_y \qquad \textbf{(82.6)}$$

ويمكن إعادة ترتيبها لتعطي:

$$E_x = -\frac{1}{k_c^2}\left(\gamma\frac{\partial E_z}{\partial x} + i\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \quad H_x = \frac{1}{k_c^2}\left(i\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} - \gamma\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \qquad \textbf{(83.6)}$$

$$E_y = \frac{1}{k_c^2}\left(-\gamma\frac{\partial E_z}{\partial x} + i\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \quad H_y = -\frac{1}{k_c^2}\left(i\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)$$

إذا كانت المكونات المحورية E_z وH_z مستنتجة من المعادلة (80.6) فهي تحدد كلياً المكونات العرضانية من خلال المعادلات (83.6).

تقبل مجموعة المعادلات هذه ثلاثة أنواع من الحلول هي: كهربائية مستعرضة (Transverse Electric) (TE) مع $E_z = 0$، ومغناطيسية مستعرضة (Transverse Magnetic) (TM) مع $H_z = 0$ وكهرومغناطيسية مستعرضة (Transverse Electromagnetic) (TEM) مع $E_z = H_z = 0$. ففي حالة الكهرومغناطيسية المستعرضة، وبسبب بسط الكسر، الذي يلغى في معادلات (6.83) تكون الطريقة الوحيدة لتكون المكونات المستعرضة غير مساوية لصفر، هي عندما يلغى مقام الكسر أيضاً. هذا يعني أن تكون $k_c^2 = \gamma^2 + k^2$، $\gamma = \pm ik = \pm i\omega\sqrt{\mu\epsilon} = \pm\, i\omega/c$، وعليه تنتقل الكهرومغناطيسية المستعرضة بسرعة الضوء في المادة الوسطية. كما أنّ $k_c = 0$ تختزل معادلات هيلمهولتز إلى معادلة لابلاس، وتعطي حل الحقل الساكن الذي استعملناه في دراسة خطوط النقل. وبسبب الحدود في موصل أجوف متساوية الجهد، تفترض معادلة لابلاس أن لا يكون هناك أي وجود للحقل داخل الموصل، ولذا لا يمكن حمل موجة كهرومغناطيسية مستعرضة. وذلك من شأن إضافة موصل آخر مثل الرصاص المركزي في كابل موحد المحور يجعل ممكناً حل كهرومغناطيسية مستعرضة (TEM).

2.3.6 موجهات الموجات المستطيلة

لننظر الآن في موجّه موجة مستطيل عرضه w في اتّجاه x وعلوّه h في اتّجاه y، فتكون المعادلة المستعرضة لموجة مغناطيسية مستعرضة (TM):

$$\nabla_T^2 E_z = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = -k_c^2 E_z \quad \textbf{(84.6)}$$

حل هذه المعادلة من خلال إخضاع لحالة الحدود أي حالة تلاشي الحقل عند الأسطح الموصّلة $x = 0, w$ و$y = 0, h$ تمكننا من أن نحصل على:

$$E_z = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \quad \textbf{(85.6)}$$

حيث:

$$\begin{aligned} k_c^2 &= k_x^2 + k_y^2 \\ k_x w &= m\pi \\ k_y h &= n\pi \end{aligned} \quad \textbf{(86.6)}$$

التأشير على الأنماط الممكنة كدالّة أعداد صحيحة m, n. إذا عرّفنا تردد مميز ω_c يرتبط بكلّ من الأنماط:

$$\omega_c(m,n) = \frac{k_c(m,n)}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}\left[\left(\frac{m\pi}{w}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2\right]^{1/2} \quad \textbf{(87.6)}$$

ومن ثم يمكننا إيجاد ثابت الانتشار:

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= k_c^2 - k^2 \\ &= k_c^2\left(1 - \frac{k^2}{k_c^2}\right) \\ &= k_c^2\left(1 - \frac{\omega^2 \mu\epsilon}{\omega_c^2 \mu\epsilon}\right) \\ &= k_c^2\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right) \end{aligned} \quad \textbf{(88.6)}$$

ولذا:

$$\gamma = k_c(m,n)\left[1-\frac{\omega^2}{\omega_c(m,n)^2}\right]^{1/2} \quad \omega < \omega_c(m,n)$$

$$\gamma = ik_c(m,n)\left[\left(\frac{\omega}{\omega_c(m,n)}\right)^2 - 1\right]^{1/2} \quad \omega > \omega_c(m,n) \qquad (89.6)$$

عندما يكون التردد ω أصغر من تردد القطع (Cut off Frequency)، ω_c لنمط ما، أي بشكل مساوٍ عندما يكون طول الموجة λ أكبر من طول موجة القطع (Cut off Wavelength)، λ_c، يكون ثابت الانتشار γ حقيقياً صرفاً، وبالتالي يتحلل النمط أسياً. أمّا عندما يكون التردد ω أكبر من تردد القطع ω_c لنمط ما يكون γ تخيلياً صرفاً. تُوسَم هذه الأنماط TM_{mn}. وبتكرار هذا التحليل لموجة كهربائية مستعرضة (TE) بدءاً بمعادلة H_z المستعرضة نجد أنّ موجات كهربائية مستعرضة وموجات مغناطيسية مستعرضة منحلّة مع تردد القطع نفسه. لا شيء ينتشر عندد الترددات المنخفضة، أمّا مع ارتفاع الترددات فيزداد عدد الأنماط المستثارة وتكون الطاقة موزّعة بينها تبعاً لموجّه الموجة.

3.3.6 الموجهات الدائرية

إنّ اللابلاسي المستعرض لنمط مغناطيسي مستعرض وموجّه موجة أسطواني التناظر هو:

$$\nabla_T^2 E_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial E_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} = -k_c^2 E_z \qquad (90.6)$$

ونجد حلّه عبر دالة بيسل (Bessel Function) لأوّل نوع (J_n) وثاني نوع (N_n) (Gershenfeld 1999a):

$$E_z(r,\theta) = [AJ_n(k_c r) + BN_n(k_c r)][C\cos(n\theta) + D\sin(n\theta)] \qquad (91.6)$$

إنّ أنماط TM_{nl} هي المؤشر من خلال المرتبة n لدالة بيسل التي جذرها l اللازم ليتلاشى الحقل عند الحدود. ومع أنّه لا يمكننا إيجاد هذه الترددات تحليلياً، إلا إننا نستطيع

في حالة كابل موحد المحور مقاربة أنماط مغناطيسية مستعرضة باشتراط أن يكون طول الموجة مضاعفاً للمباعدة القطرية (Radial Spacing):

$$\lambda_c \approx \frac{2}{n}(r_o - r_i) \quad n = 1,2,3, \ldots \tag{92.6}$$

ولنمط الكهربائية المستعرضة (TE) أن يكون هناك عدد دورات سمتية (Azimuthal Cycles) صحيحة:

$$\lambda_c \approx \frac{2\pi}{n}\frac{a+b}{2} \tag{93.6}$$

لقد درسنا في القسم المتعلّق بخطوط النقل نمطاً كهرومغناطيسياً مستعرضاً (TEM) أساسياً. وبما أنّ هذه الأنماط ذات المراتب العالية تملك سرعات مختلفة ستنتشر في حال هُيّجَت الإشارةَ، وبالتالي ستحدّ من منفعة الكابل ولذلك تُصمَّم موجّهات الموجات عادةً لتعمل على نمط واحد.

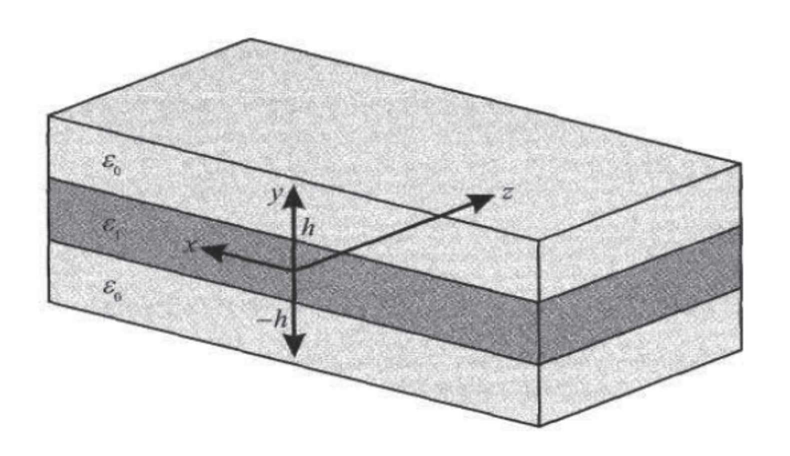
4.3.6 موجهات الموجات العازلة والألياف البصرية

من حسن حظ الاتصالات عن بعد، أنّ يكون بالإمكان توجيه الموجات في العوازل بدلاً من الموصلات الموجّهة. وتمثّل مقاومة السطح التي تطرقنا إليها في القسم (1.2.6) عائقاً كبيراً أمام الموجة المنتقلة في الموجّه وتحدّ مسافة منفعته. كما أنّه من السهل التقيّد بشرط أن يكون البُعد المستعرض للموجّه قابلاً للمقارنة مع طول الموجة عند الموجات الميكروية 1~ إلى 100 GHz (~ 10 cm to 1 mm)، ولكنّه من غير العملي عند ترددات أعلى اللجوء إلى أبعاد ميكروسكوبية للعمل على أشياء ماكروسكوبية. ويمكن تفادي هاتين المشكلتين عبر نقل الضوء في ألياف زجاجية بدلاً من نقل الترددات الراديوية في علب معدنية.

لرؤية كيف يمكن توجيه الموجة في عازل، ليكن الشكل الهندسي اللوحي المبيّن في الشكل (8.6). سننظر إلى نمط محصور في اتّجاه y مع اعتماد دوري على z، $e^{-\gamma z} \equiv e^{-i\beta z}$.

لنبدأ بنمط كهربائية مستعرضة (TE)، عندها تصبح معادلة H_z المستعرضة بسبب عدم وجود تغيير في اتّجاه x، هي:

$$\frac{d^2H}{dy^2} = -(\gamma^2 + k^2)H_z = (\beta^2 - k^2)H_z \tag{94.6}$$



الشكل 8.6: موجه موجة لوحي عازل

وتبعاً للمقادير النسبية لكلٍ من β وk، يمكن أن يكون حلّ هذه المعادلة اهتزازياً أو أُسّياً. ليكون الحل مختصراً، ولِّيكن عكس تناظر البنية، عندها يتطلب الحل أن تكون الموجة مخمّدة أسياً خارج اللوح ويكون دورياً عبره:

$$\frac{d^2H_z}{dy^2} = \begin{cases} (\beta^2 - k_0^2)H_z & (|y| > h) \\ -(k_1^2 - \beta^2)H_z & (|y| < h) \end{cases} \tag{95.6}$$

أما الحل التناظري لهذه المعادلة فهو:

$$H_z = \begin{cases} Ae^{-(\beta^2 - k_0^2)^{1/2}(|y|-h)} \equiv Ae^{-a(|y|-h)} & (|y| > h) \\ B\cos\left((k_1^2 - \beta^2)^{1/2}y\right) \equiv B\cos(by) & (|y| < h) \end{cases} \tag{96.6}$$

الآن، حالات الحدود تتطلّب أن يكون الحقل متواصلاً عند تمفصل الأسطح، لذا:

$$A = B\cos(bh) \tag{97.6}$$

وعليه يمكن إيجاد المكونات المستعرضة من المعادلة (83.6) التي ستكون بالنسبة إلى E_x هي:

$$E_x = -i\frac{\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$
$$= -i\frac{\omega\mu}{k^2-\beta^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$= \begin{cases} -i\dfrac{\omega\mu}{a}Ae^{-a(y-h)} & (y > h) \\ i\dfrac{\omega\mu}{b}B\sin(by) & (|y| < h) \\ i\dfrac{\omega\mu}{a}Ae^{-a(-y-h)} & (y < -h) \end{cases} \tag{98.6}$$

وعند مساواة المعادلة أعلاه مرة أخرى مع الحدود تُعطينا:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b}\sin(bh) \tag{99.6}$$

وإذا قسمنا المعادلة (99.6) على المعادلة (97.6) نجد:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}\tan(bh) \tag{100.6}$$

هذه معادلة متسامية تربط a و b ببعضهما ولها عدة تفرّعات بسبب دورية $\tan(bh)$.
وكما تنشأ علاقة أخرى من تعريفات a و b:

$$\begin{aligned} a^2 &= \beta^2 - k_0^2 \\ b^2 &= k_1^2 - \beta^2 \\ \Rightarrow a^2 + b^2 &= k_1^2 - k_0^2 \end{aligned} \tag{101.6}$$

ينحصر a وb في إطار دائرة نصف قطرها يساوي الفرق بين تربيعَي $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$ في المواد الموسطة، وحتى يكون a و b حقيقيين يجب أن يملك اللوح المركزي أكبر ثابت عازل. ويعطي تقاطع هذه الدوائر مع تفرّعات المعادلة (6.100)، إن وجدناها بيانياً أو عددياً، فهي أنماط موجّه الموجة.

إنّ التحليل في حالة ألواح مستطيلة تحصر الأنماط في الاتّجاهين، وفي حالة موجّه موجة دائري هو نفسه، غير أنّ فرض الحالات عند الحدود هذه يصعّب الحسابات (Yariv, 1991). ونتيجة الشكل الدائري هي، أنّه هناك نمطان مع مكونين محوريين هما، H و E ، الأوّل يسمّى HE مع H مهيمن والآخر EH مع E مهيمن.

تُصنّع موجّهات الموجات العازلة، من أجل حصر الضوء، عبر ترسيب مواد إشابة لبّ داخل زجاج مُغلّف ثمّ تُسحَب على ليف بصري (Optical Fiber) رفيع. في بداياتها كانت الألياف متعددة الأنماط (Multi-Mode Optical Fibers) وكان قطرها أكبر من طول الموجات البصرية بعدّة مرّات، ما نتج عنه اتّصالات كثيرة التشتت. يمكن فهم هذا كما سنرى في الفصل اللاحق، نظراً لأن عدّة أطوال مسارات تعكس على تمفصل سطح صفيحة مع اللب. وبما أنّها سهلة التصنيع والتوصيل مازالت تُستعمَل في الوصلات القصيرة والمجساسات البصرية (Optical Sensors) التي تقيس اقتران داخل أو خارج الليف لتقصّي خصائص موضعية في المواد (Merzbacher et al., 1996)، ولكن للاتّصالات البعيدة المدى نستعمل أليافاً فردية النمط (Single-Mode Optical Fibers). يحصل الامتصاص الأدنى في الزجاج البصري عند طول موجة تحت حمراء. ولقد قُلّص هذا الامتصاص باستعمال مواد عالية النقاوة إلى ماتحت $0.2\ \mathrm{dB/km}$ عند $1.55\ \mu\mathrm{m}$ (Miya et al., 1979; Takahashi, 1993). ما يساوي خسارة 10^{-3} على مسافة $150\ \mathrm{km}$ وما جعل الاتّصالات البعيدة المدى ممكنة من دون مكررات فاعلة.

لقد درسنا حتى الآن أليافاً ذات مؤشر – خطوة (Step-Index Fiber) التي لديها ثابت عزل ثابت في اللب، ولكنّه من الممكن عبر تغيير إشابة اللب كدالة معتمدة على السماكة تصنيع ألياف بصرية ذات قرينة متدرّجة (Graded-Index Optical Fibers) تستعمل مقطعاً شعاعياً لتشكّل الأنماط. بينما ينتج عن إضافة فراغ لاتناظري ليف بصري محافظ على الاستقطاب (Polarization Preserving Fiber) يُبقي على جهة استقطاب الضوء الأساسية (Galtarossa et al., 1994). لقد افترضنا حتى الآن أيضاً أنّ المادة الوسطية

خطية غير أنّه من شأن حقول شديدة جداً أن تثير تأثيرات غير خطية في لب الألياف الصغيرة. سنرى المزيد بهذا الخصوص في الفصل الثامن، حيث إنّ أحد أهم التطبيقات الناتجة عن هذا هو خلق الموجات المنعزلة (Solitons) (Zabusky, 1981). وتشكّل هذه الموجات نبضات من شأنها أن توازن في المواد المستعملة لتشتّت التردد الذاتي المعتمد على الزمن عبر استجابة غير خطية، مهمتها تضييق النبض ما يؤدّي إلى شكل مستقرّ يمكنه الانتقال على مسافات طويلة دون أن يتغيّر. بالفعل يمكن إرسال هذه الموجات المنعزلة عبر المحيطات بمعدّل جيغابِتّ بالثانية (1 Gbits/second) بدون أخطاء (Nakazawa et al., 1993; Mollenauer et al., 1996). بإمكان الوصلات الليفية الاستفادة من هذه التحايلات، بلوغ سرعات تفوق الترابِتّ بالثانية (1 Tbit/second) مقتربةً من بِتّ بالثانية بالهيرتز (1 bit/second per hertz) لعرض النطاق البصري [Ono & Yano, 1998; Cowper, 1998].

4.6 مراجع مختارة

[Ramo et al., 1994] Ramo, Simon, Whinnery, John R. & Duzer, Theodore Van. (1994). *Fields and Waves in Communication Electronics*. 3rd edn. New York: Wiley

مقدّمة جيدة للكهرومغناطيسية التطبيقية.

[Hagen, 1996] Hagen, Jon B. *Radio-Frequency Electronics: Circuits and Applications*. New York: Cambridge University Press.

[Danzer, 1999] Danzer, Paul (ed). (1999). *The ARRL Handbook for Radio Amateurs*. 76th edn. Newington, CT: American Radio Relay League.

تفاصيل عملية عن كل أوجه تصميمات التردد الراديوي.

5.6 تمارين ومسائل

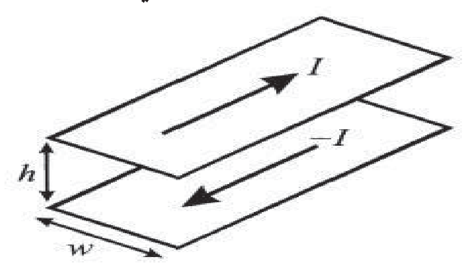
(1.6) غالباً ما تتألّف الكابلات المصممة لتحمل إشارات منخفضة الترددات مع التقاط متدن للتداخل من أسلاك زوجية ملتوية محاطة بدرع مؤرّض. ما نفع الالتواء؟ وما نفع الدرع؟

(2.6) يملك الماء المالح موصلية $\sim 4\ S/m$. ما عمق السطح عند 10^4 Hz؟

(3.6) احسب (ي) تكامل متّجه بوينتينغ $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ لإيجاد القدرة المتدفقة

عبر مساحة مستعرضة لكابل موحد المحور وقُم/ قومي بربط الجواب بالتيار والجهد في الكابل.

(4.6) ما هي الممانعة المميزة وسرعة الإشارة لخط نقل مؤلّف من شريطين متوازيين عرض كل واحد منهما w والمسافة بينهما h (الشكل 9.6)؟ يمكن تجاهل الحقول عند الأطراف بافتراض أنّهما قطعتين من موصلين لامتناهيي العرض.



الشكل 9.6: خط الانتقال للمسألة رقم (4.6).

(5.6) الكابل الأكثر شيوعاً، RG58/U ، يملك عازلاً سماحيته النسبية 26.2، ونصف قطر داخلي 0.406 mm ونصف قطر خارجي 1.48 mm.

(أ) ما هي ممانعته المميزة؟

(ب) وما سرعة النقل؟

(ج) ليكن حاسوب سرعة ساعته نانوثانية واحدة، ما طول RG58/U الممكن بحيث يتمكّن من تسليم نبض خلال دورة واحدة من الساعة؟

(د) من المفضّل دائماً استعمال كابلات أرفع لتقليص الحجم والوزن ولكن مع الإبقاء على نفس الممانعة لـRG58/U (لتقليص الانعكاسات). إذا كان لهكذا كابل نصف قطر خارجي 30 مِل (1 مِل يساوي واحد على ألف من البوصة)، ما نصف قطره الداخلي؟

(هـ) بالنسبة لـRG58/U، عند أي تردد يصبح طول الموجة قابلاً للمقارنة مع القطر؟

(6.6) لتكن إشارة إيثرنت 10 ميغابِتّ بالثانية (10 Mbit/s) في كابل RG58/U.

(أ) ما طول البِتّ الفعلي (الفيزيائي)؟

(ب) تأمّل(ي) الآن ما قد يحصل إذا استُعملت وصلة على شكل T لتصل كابل إيثرنت موحد المحور بكابلين آخرين. قدّر(ي) مُعامِل الانعكاس لإشارة داخلة إلى T.

الفصل السابع

الهوائيات

لقد رأينا في الفصل الخامس أنّ بإمكان الموجات الكهرومغناطيسية الانتقال في الفضاء الحر، وفي الفصل السادس رأينا أنّه من الممكن توجيهها في الدوائر الكهربائية. أمّا الآن فنحن بحاجة لإقامة تلك الصلة المهمة بين هذين التوصيفين: كيف يمكن لإلكترونات داخل دائرة كهربائية ما أن تثير موجات في الفضاء الحر، والعكس بالعكس؟ هذه وظيفة الهوائيات (Antennas) الأساسية.

هناك عدة أنواع من الهوائيات، تقريباً عددها بقدر ما يوجد من مصممّي هوائيات. نظرياً، قد غطينا في دراستنا كل ما يلزم لفهم الهوائيات. أمّا تطبيقياً، نجد أنّه كلّما تعاظم حجم الدائرة الكهربائية ليصبح قابلاً للمقارنة بطول موجة الإشارة التي تحمل، ازدادت صعوبة شرح وظيفتها بسبب كثرة التحايلات والمقاربات التي نلجأ إليها في هذه المنظومات المعقّدة. ولعله، كلما سرنا قُدُماً في فهمها، من المفيد أن لا ننسى ما الهدف من الهوائيات: مطابقة ممانعة الدائرة الكهربائية مع ممانعة الفضاء الحر، نحتاجها لإشعاعات ذات ترددات واتّجاه واستقطاب مرغوبة. وإذا تمّت هذه المطابقة بشكل جيد يقرن الهوائي بفعالية بين الإشارات عبر عدّة أمتار أو على مسافات تجاور أحجام أنظمة شمسية، وإلاّ يكون الهوائي مجرّد عاكس يسخّن مولّد الإشارة.

1.7 كمونات متغيرة مع الزمن

إنّ الكمون الكهرومغناطيسي مناسب جداً لدراسة الهوائيات، ولكن علينا أن نفهم سلوكه مع حقول متغيّرة مع الزمن. فإذا أدخلنا تعريف الكمون المتّجهي $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ على $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$ نحصل على:

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \tag{1.7}$$

تُظهِر المعادلة (13.5) أنّ هذا مقبول في حال كان حدّ المعادلة داخل المزدوجين تدرّج دالة ما:

$$\bar{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla\Phi \tag{2.7}$$

أو:

$$\vec{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{3.7}$$

لحقل متغير مع الزمن، يجب إضافة مشتق الكمون المتجهي إلى تدرّج الكمون السلمي كي نجد $\vec{E}$. وبما أنّ $\vec{B}$ هو تدوّر $\vec{A}$ فيمكننا إضافة تدرّج كمون آخر على $\vec{A}$ دون تغيير الحقل المغناطيسي:

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \nabla\psi \tag{4.7}$$

هذا من شأنه أن يغيّر $\vec{E}$، حيث بالإمكان إلغاء هذا التغيير عبر استبدال Φ بـ:

$$\Phi \rightarrow \Phi - \frac{\partial \psi}{\partial t} \tag{5.7}$$

وتسمى هذه بتحويلات مقياسية (Gauge Transformation)، ويمكن استخدامها لتبسيط الكمونات السلمية والمتّجهية. وعلى مدى اضطلاع الكمونات، تصبح معادلة بواسون $\nabla \cdot \vec{D} = 0$ في الفضاء الحر كالآتي:

$$\nabla \cdot \epsilon_0 \left(-\nabla\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = \rho \tag{6.7}$$

$$\nabla^2\Phi + \frac{\partial}{\partial t}\nabla \cdot \vec{A} = -\frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

العلاقة الأخرى بين $\vec{A}$ وΦ يمكن إيجادها من خلال معادلة ماكسويل لتدوّر $\vec{H}$، والتي هي في الفضاء الحر:

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\vec{B}=\vec{J}+\epsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\underbrace{\nabla\times\left(\nabla\times\vec{A}\right)}_{\nabla(\nabla\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A}}=\mu_0\vec{J}+\underbrace{\mu_0\epsilon_0}_{c^{-2}}\frac{\partial}{\partial t}\left(-\nabla\Phi-\frac{\partial\vec{\mathrm{A}}}{\partial \mathrm{t}}\right) \tag{7.7}$$

$$\nabla^2\vec{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}-\nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)=-\mu_0\vec{J}$$

وإذا حوّلنا إلى قياس لورنتز (Lorentz Gauge) الذي فيه ترتبط الكمونات عبر:

$$\nabla\cdot\vec{A}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t}=0 \tag{8.7}$$

تأخذ المعادلتان (6.7) و(7.7) لنشكل معادلتي موجتين مثارتين بالشحنة والتيار على التوالي:

$$\nabla^2\Phi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}=-\frac{1}{\epsilon_0}\rho$$
$$\nabla^2\vec{\mathrm{A}}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^{2\vec{\mathrm{A}}}}{\partial t^2}=-\mu_0\vec{J} \tag{9.7}$$

وهما معادلتان تفاضليّتان جزئيّتان خطّيّتان. فإذا افترضنا تغيراً دورياً مع الزمن $\Phi(\vec{x},t)=\Phi(\vec{x},t)e^{i\omega t}$، ومثله لـ $\vec{A}$ و ρ و $\vec{J}$ يلتغي التغير مع الزمن:

$$\nabla^2\Phi(\vec{x})+k^2\Phi(\vec{x})=-\frac{1}{\epsilon_0}\rho(\vec{x})$$
$$\nabla^2\vec{A}(\vec{x})+k^2\vec{A}(\vec{x})=-\mu_0\vec{J}(\vec{x}) \tag{10.7}$$

حيث $k^2=\omega^2/c^2$. يمكن إيجاد حل لاعتماد عشوائي على الزمن عبر تراكب فورييه:

في الفصل الخامس أُنجز حلّ معادلة لابلاس بدالة غرين؛ ويمكننا هنا استخدام نفس التقنية لإيجاد دالة غرين $G(\vec{x},\vec{x}')$ التي بإمكانها أن تحلّ معادلة هيلمهولتز:

$$\nabla^2 G(\vec{x},\vec{x}') + k^2 G(\vec{x},\vec{x}') = -4\pi\delta(|\vec{x}-\vec{x}'|) \tag{11.7}$$

لنُعرّف $r = |\vec{x}-\vec{x}'|$. وبما أنّ دالة دلتا تعتمد فقط على r، فإنه عبر تناظر G لن تعتمد r على الزاوية ما بين $\vec{x}$ و$\vec{x}'$، تاركةً فقط حدّ المعادلة القطري (وحدة قطر الدائرة) وحده في توسيع اللابلاسي في إطار نظام إحداثيات كروي (المعادلة 20.5):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rG) + k^2 G = -4\pi\delta(r) \tag{12.7}$$

حين تكون $r \neq 0$ نتمكن من اختزال ذلك بالمعادلة المتجانسة الآتية:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rG) + k^2 rG = 0 \tag{13.7}$$

والتي يمكن حلّها مباشرة لإيجاد:

$$rG = \alpha e^{ikr} + \beta e^{-ikr} \tag{14.7}$$

أو:

$$G = \alpha\frac{e^{ikr}}{r} + \beta\frac{e^{-ikr}}{r} \tag{15.7}$$

α وβ ثابتان عشوائيان. عند نهاية $r \to 0$ تُختصر دالة غرين بالشكل الآتي:

$$G = \frac{\alpha+\beta}{r} \tag{16.7}$$

وبما أنّا نعرف من المعادلة (43.5):

$$\nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta(r) \quad (17.7)$$

فإنّ هذا يعني أنّ المُعامِلات يجب أن تلتزم $\alpha + \beta = 1$. وبالتالي نجد الكمونات عبر تكامل دالة غرين على توزيع المصدر هي:

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{x})\left(\alpha e^{ik|\vec{r}-\vec{x}|} + \beta e^{-ik|\vec{r}-\vec{x}|}\right)}{|\vec{r}-\vec{x}|} d\vec{x} \\ \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{x})\left(\alpha e^{ik|\vec{r}-\vec{x}|} + \beta e^{-ik|\vec{r}-\vec{x}|}\right)}{|\vec{r}-\vec{x}|} d\vec{x}\end{aligned} \quad (18.7)$$

تمثّل الأسّس في بسط الكسر المعادلة أعلاه إزاحة الطور في انتشار موجة كروية عن المصدر. وإذا ساوينا هذه الإزاحة بالتأخير الزمني $e^{\pm ik\Delta x} = e^{i\omega\Delta t}$ نجد أنّ $\Delta t = \pm k\Delta x/\omega = \pm \Delta x/c$. ولكن هناك مشكلة في كلّ هذا: الحلول الموجبة تتوافق مع موجات تنتقل إلى الوراء مع الزمن. وبما أنّه، وبحدود معلوماتنا، مستحيلٌ فستتجاهل حلول الكمون المتقدم (Advanced Potential) ونقتصر على الكمون المتخلف السببي (Retarded Potential) الذي يوافق $\beta = 1$ (Anderson, 1992):

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{x}) e^{-ik|\vec{r}-\vec{x}|}}{|\vec{r}-\vec{x}|} d\vec{x} \\ \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{x}) e^{-ik|\vec{r}-\vec{x}|}}{|\vec{r}-\vec{x}|} d\vec{x}\end{aligned} \quad (19.7)$$

تتغيّر هاتان المعادلتان في الأوساط المتجانسة عبر إدخال السماحية والنفاذية النسبيتين.

يتعلق استبدال $\vec{A}$ وΦ الدوري بالزمن، بمقياس لورنتز الذي يربطهما ببعض عبر:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{A} &= -\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \\ &= -i\omega\mu_0\epsilon_0\Phi\end{aligned} \quad (20.7)$$

ما يعني أنّه من الممكن إعادة صياغة الحقل الكهربائي الدوري بعلاقة مع الكمون المتّجهي وحده:

$$\vec{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{21.7}$$
$$= -\nabla\Phi - i\omega\vec{A}$$
$$= \frac{1}{i\omega\mu_0\epsilon_0}\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - i\omega\vec{A}$$

وعليه فإن حلّنا المعادلة (19.7) يمكننا من إيجاد $\vec{A}$ وهو ما يجعلنا نستطيع إيجاد بقية الحلول انطلاقاً من هنا.

هناك أمر أخير دقيق متعلّق باستعمال كمونات كهرومغناطيسية متغيرة مع الزمن، فقد كتبناها حتى الآن بدون نتائج سيئة ككمّيات مركبة $A = A_0 e^{i\theta_A} e^{i\omega t}$ حيث تتبعت زاوية الطور المكونات الجيبية والتمام-جيبية كل على حدة. تنفع هذه التقنية للتحويلات الخطية، مثل الجمع والتكامل، ولكنّها تفشل للعمليات غير الخطية مثل الضرب لأنّها تخلط الأجزاء الحقيقية بالخيالية. وليكن المعدل الزمني للأجزاء الحقيقية لكمّيتين مركبتين A و B حيث يمكن إيجاده عبر:

$$\langle \mathrm{Re}[A]\mathrm{Re}[B]\rangle = \left\langle \frac{(A + A^*)}{2}\frac{(B + B^*)}{2} \right\rangle \tag{22.7}$$
$$= \frac{1}{4}\langle AB + A^*B + AB^* + A^*B^*\rangle$$
$$= \frac{1}{4}A_0B_0\langle e^{i(\theta_A+\theta_B+2\omega t)} + e^{-i(\theta_A+\theta_B+2\omega t)} + e^{i(\theta_A-\theta_B)} + e^{-i(\theta_A-\theta_B)}\rangle$$
$$= \frac{1}{2}A_0B_0\left[\cos(\theta_A - \theta_B) + \underbrace{\langle\cos(\theta_A + \theta_B + 2\omega t)\rangle}_{0}\right]$$
$$= \frac{1}{2}A_0B_0\cos(\theta_A - \theta_B)$$

هذا لا يساوي $\mathrm{Re}\langle AB\rangle$، ولكن نلاحظ أنّه مماثل لـ:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\mathrm{Re}[A^*B] &= \frac{1}{4}(A^*B + AB^*)\\ &= \frac{1}{4}A_0B_0\left(e^{i(-\theta_A+\theta_B)} + e^{i(\theta_A-\theta_B)}\right)\\ &= \frac{1}{2}A_0B_0\cos(\theta_A - \theta_B)\\ &= \langle \mathrm{Re}[A]\mathrm{Re}[B]\rangle \\ &= \frac{1}{2}A_0B_0\cos(\theta_B - \theta_A)\\ &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}[AB^*]\end{aligned} \tag{23.7}$$

ما يعني أنّه يمكننا الاستمرار بإيجاد قيم ملاحظة باللجوء إلى أجزائها الحقيقية في آخر حساب ينطوي على كمّيات مركبة، إذا ما استُبدِل المعدل الزمني لنتيجة عملية ضرب بنصف أحد طرفَيه مضروباً بالعدد المركب المرافق للطرف الآخر. أهم استعمالات هذه التقنية سيكون لتقييم متّجه بوينتينغ للحقول الدورية:

$$\begin{aligned}\langle \vec{P}\rangle &= \langle \vec{E}\times\vec{H}\rangle\\ &= \frac{1}{2}Re\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]\end{aligned} \tag{24.7}$$

2.7 إشعاع ثنائي القطب

1.2.7 الطول متناهي الصغر

أصبحنا جاهزين الآن لإيجاد الحقول المشعّة بذبذبات الشحنات والتيارات. الحالة الأبسط هي سلك رفيع يحمل تياراً متردداً دورياً ذا مطال ثابت $\vec{J} = I_0\delta(x,y)\hat{z}$. وإذا افترضنا أيضاً أنّ طول السلك d متناهي الصغر في اتّجاه $\hat{z}$، يمكننا استنتاج الكمون المتّجهي من المعادلة (19.7):

$$\vec{A}(r) = \mu_0\frac{I_0de^{-ikr}}{4\pi r}\hat{z} \tag{25.7}$$

حيث تمثل $r = |\vec{x} - \vec{x}'|$ المسافة من المصدر. يسمّى هذا قطب هيرتز الثنائي

(Hertz Dipole) لأنّه يجب ربط التيار بـ شحنات نقطية متغيّرة دورياً -(Periodically
Varying Point Charges) عند نهايات السلك. وبما أنّ وحدة المتعامد $\hat{z}$ في نظام إحداثيات كروي هي (r, θ, φ) هي $\hat{z} = \cos\theta\,\hat{r} - \sin\theta\,\hat{\theta}$ يكون الكمون المتّجهي حول السلك هو:

$$A_r = \mu_0 \frac{I_0 d e^{-ikr}}{4\pi r} \cos\theta \qquad A_\theta = -\mu_0 \frac{I_0 d e^{-ikr}}{4\pi r} \sin\theta \tag{26.7}$$

حدّ المعادلة الوحيد الذي لا يساوي 0 في المعادلة (21.5) هو:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ &= \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial}{\partial\theta}A_r\right]\hat{\varphi} \end{aligned} \tag{27.7}$$

ما يعطي:

$$B_\varphi = \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi} e^{-ikr}\left(\frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta \tag{28.7}$$

ويمكن استعمال المعادلة (21.7) لإيجاد الحقل الكهربائي الموافق (المسألة 1.7):

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{I_0 d}{4\pi} e^{-ikr}\left(\frac{i\omega\mu_0}{r} + \frac{1}{r^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} + \frac{1}{i\omega\epsilon_0 r^3}\right)\sin\theta \\ E_r &= \frac{I_0 d}{4\pi} e^{-ikr}\left(\frac{2}{r^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} + \frac{2}{i\omega\epsilon_0 r^3}\right)\cos\theta \end{aligned} \tag{29.7}$$

هناك ثلاثة أُسّات للعلاقة القطرية. حدّ المعادلة r^{-3} يكون هو المهيمن عند $r \to 0$، مختزلًا المعادلة للحقل الكهربائي ثنائي القطب الساكن $I_0 d = p$ (المعادلة 69.5). هذا ما نسمّيه إشعاعات الحقل القريب (Near-Field Radiation) أو المنطقة الساكنة (Static Zone). بينما الطرف r^{-1} هو الذي يهيمن عند $r \to \infty$، و نسمّيه الحقل البعيد -(Far Field) أو منطقة الإشعاعات (Radiation Zone). فيما يكتسب حدّ المعادلة r^{-2} أهمية

ما بين هاتين النهايتين أو في ما نسمّيه منطقة الحث (Induction Zone). انطلاقاً من أهمية r^{-1} في الحقل البعيد يكون متّجه بوينتينغ:

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*]$$
$$= \hat{r}\frac{1}{2}\mathrm{Re}[E_\theta H_\varphi^*] \qquad \textbf{(30.7)}$$
$$= \hat{r}\frac{I_0^2 k^2 d^2}{32\pi^2 r^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\sin^2\theta$$

يمكن حساب التكامل على كرة ليعطي كامل الطاقة المُشَعّة:

(31.7)

$$W = \int \vec{P} \cdot d\vec{A}$$
$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} P_r r^2 \sin\theta \, d\theta d\varphi$$
$$= \int_0^{\pi} 2\pi P_r r^2 \sin\theta \, d\theta$$
$$= \int_0^{\pi} 2\pi \frac{I_0^2 k^2 d^2}{32\pi^2 r^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\sin^2\theta \, r^2 \sin\theta \, d\theta$$
$$= \frac{I_0^2 k^2 d^2}{16\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\int_0^{\pi}\sin^3\theta \, d\theta$$
$$= \frac{I_0^2 k^2 d^2}{12\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$
$$= \frac{I_0^2 \pi}{3}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2$$

إنّ الارتباط بـ r^{-1} في $\vec{E}$ و$\vec{H}$ يؤدي إلى اضمحلال r^{-2} بحيث يلتقي بمساحة السطح r^2 ما يجعل كامل الطاقة المشَعّة في كلّ الاتجاهات غير مرتبطة بالمسافة.

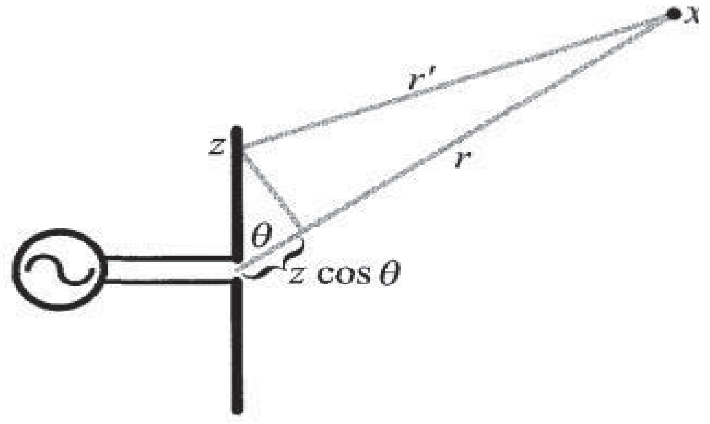
كما أنّ استهلاك القدرة في مقاوم مدفوع دورياً هو:

$$\begin{aligned} W &= \langle I^2 R \rangle \\ &= I_0^2 \underbrace{\langle \sin^2(\omega t) \rangle}_{1/2} R \\ &= \frac{I_0^2 R}{2} \end{aligned} \tag{32.7}$$

إذا قلبنا هذه المعادلة لنحدّد المقاومة تكون القدرة المشعّة مرتبطة بمقدار التيار الذي يثيرها عبر:

$$\begin{aligned} R_{\text{rad}} &= \frac{2W}{I_0^2} \\ &= \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \end{aligned} \tag{33.7}$$

وهذا هو ما يسمّى بـ مقاومة الإشعاع (Radiation Resistance). فإذا كانت صغيرة تكون المانعات الحقيقية في الدائرة الكهربائية التي تغذي الهوائي هي المهيمنة، ما يؤدي إلى تبديد أغلب الطاقة بدل إشعاعها. وسيكون هذا صحيحاً لأنّ d متناهية الصغر.



الشكل 1.7: هوائي ثنائي القطب مغذى مركزياً.

2.2.7 الطول المحدود

الهوائي الأكثر فعالية يقدم نمطاً رنينياً لثنائي قطب أطول، بحيث تبقى الطاقة المتذبذبة في الهوائي. لنفترض الآن، تبعاً للأنماط الرنينية التي وجدناها في الفصل السابق:

$$\vec{J}(\vec{x}) = I_0 \delta(x, y) \sin\left[k\left(\frac{d}{2} - |z|\right)\right]\hat{z} \qquad (34.7)$$

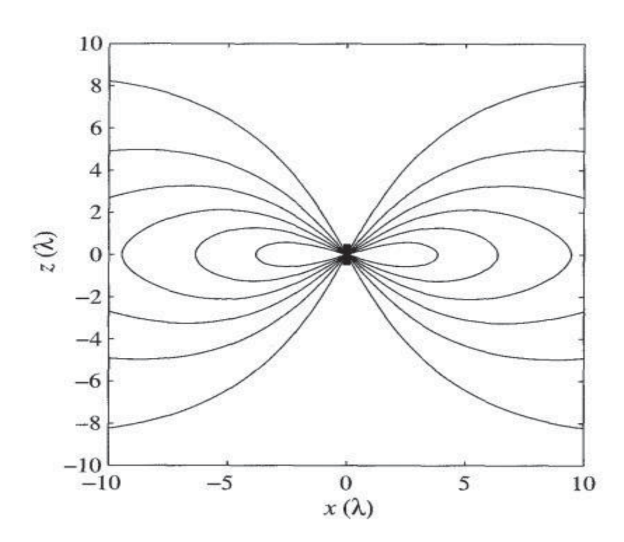
لتوزيع التيار في ثنائي قطب طوله d مغذّى مركزياً، أي أنّه يملك قيمة قصوى في مركزه وتتلاشى متّجهةً نحو الأطراف. هذا من شأنه إهمال التصحيحات الطفيفة على توزيع التيار الناتجة عن تخميد الإشعاع والسُمك العَرضي المحدود للسلك.

إنّ الشكل الهندسي المبيّن في الشكل (1.7)، يجعلنا نهتم الآن بنموذج إشعاعات الحقل البعيد حيث $r \gg z$، ولذا يمكن مقاربة فرق المسار كدالة للموضع في الهوائي $\{r' \approx r - z\cos\theta$. يكتسب هذا الفرق أهمية في طور الموجة الكروية $e^{ikr'}$ على طول الهوائي، ولكن لا أهمية له في اضمحلال المطال r'^{-1}، حيث سيكون هنالك فرقٌ ضئيلٌ جداً بالنسبة إلى نصف القطر الكبير. انطلاقاً من هذه المقاربات يمكن حساب تكامل المعادلة (19.7) بسهولة لتعطي:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-d/2}^{d/2} I_0 \sin\left[k\left(\frac{d}{2} - |z|\right)\right]\frac{e^{ik(r - z\cos\theta)}}{r}dz \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} I_0 \frac{e^{ikr}}{kr}\frac{\cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kd}{2}\right)}{\sin^2\theta}\hat{z}\end{aligned} \qquad (35.7)$$

بالعودة إلى التدوّر في نظام إحداثيات كروية، المعادلة (21.5)، تتضمن كل البنود علاقة بـ r'^{-1}، وبالتالي يمكن تجاهلها، ما عدا حدّ المعادلتين:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \to -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)\hat{\varphi} \qquad (36.7)$$



الشكل 2.7: نصف موجة الإشعاع من ثنائي القطب

وإذا كتبنا $\hat{z} = \cos\theta\,\hat{r} - \sin\theta\,\hat{\theta}$ وحسبنا التدوّر:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{2\pi} I_0 \frac{ie^{ikr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kd}{2}\right)}{\sin\theta}\hat{\varphi} \quad \textbf{(37.7)}$$

ومن هذه النتيجة يمكن إيجاد الحقل الكهربائي:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\,\hat{k}\times\vec{H} \\ &= -\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I_0 \frac{ie^{ikr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kd}{2}\right)}{\sin\theta}\hat{\theta}\end{aligned} \quad \textbf{(38.7)}$$

ومتّجه بوينتينغ:

$$\begin{aligned}\langle\vec{P}\rangle &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right] \\ &= \frac{1}{8\pi^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\frac{I_0^2}{r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kd}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2\hat{r}\end{aligned} \quad \textbf{(39.7)}$$

إنّ الملامح العريضة للثابِتّ $\vec{P}$ قد تكون في شريحة عرْضيّة، معروضة في الشكل 2.7 لـ قطب ثنائي هوائي نصفيّ الموجة (Half-Wave Dipole Antenna)، $kd/2 = \pi/2$. حيث يمثّل الفرق بين هذه المنحنيات والدوائر التي من شأنها وصف الموجات الكروية الاتّجاهية (Directivity): الهوائي يرسل طاقة أكثر في الاتّجاه المرغوب على حساب الاتّجاهات الأخرى. والقدرة الكاملة المشعة هي:

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{P} \cdot d\vec{A} \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P_r r^2 \sin\theta \, d\theta d\varphi \\ &= \int_0^{\pi} 2\pi P_r r^2 \sin\theta \, d\theta \\ &= \frac{I_0^2}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \int_0^{\pi} \frac{\cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kd}{2}\right)}{\sin\theta} d\theta \end{aligned} \tag{40.7}$$

يمكن كتابة التكامل بعلاقته بدوال كروية كما يمكن تقديره عددياً؛ وفي حالة $kd = \pi$ يكون التكامل:

$$W \approx \frac{I_0^2}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} 1.22 \tag{41.7}$$

ما يعطي مقاومة إشعاع:

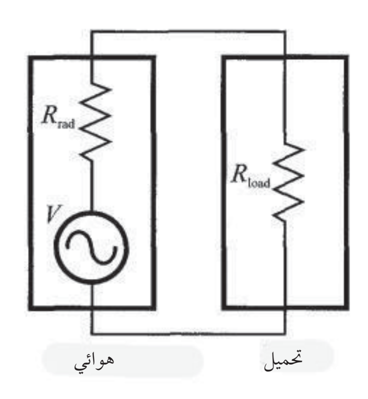
$$\begin{aligned} R_{\text{rad}} &= \frac{2W}{I_0^2} \\ &= \frac{2.44}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ &\approx 73\ \Omega \end{aligned} \tag{42.7}$$

وهو فرق ملحوظ بالنسبة إلى الحالة المتناهية الصغر. تشرح هذه القيمة شيوع استعمال خطوط نقل $75\ \Omega$، مع أنّ مقاومة الإشعاع تختلف عن هذه القيمة بسبب التحميل من أشياء

قريبة (مثل الأرض) كما أنّها تملك مكوّناً تخيلياً ناتجاً عن أبعاد الهوائي غير متناهية الصغر.

3.7 الثنائية والتبادلية

تمتلك معادلات ماكسويل في الفضاء الحر، المعادلة (69.5)، تناظراً مثيراً للاهتمام: فهي لا تتغيّر في حال استبدلنا $\vec{E}$ بـ $\vec{H}$ أو $\vec{H}$ بـ $\vec{E}$ـ، كما يمكننا إبدال μ وϵ. تسمى هذه بـ العلاقة الثنائية (Duality) وتعني أنّ أي حلّ في الفضاء الحر يؤدي مباشرة إلى حلّ آخر ثنائي عبر إبدال الحقلين المغناطيسي والكهربائي. وبما أنّنا قد رأينا أن الحقل الساكن لثنائي قطب كهربائي (المعادلة 69.5) والحقل الساكن لثنائي قطب مغناطيسي (المعادلة 78.5) يملك كلٌّ منهما الشكل نفسه، نستنتج أنّه بالإمكان إبدال الحقلين الكهربائي والمغناطيسي في المعادلة (29.7) من أجل إيجاد الإشعاع من مصدر ثنائي قطب مغناطيسي.



الشكل 3.7: دائرة فعالة لتلقي الهوائي

هناك خاصية تناظر أعمق تنتج عن الملاحظة الشكلية وهي، أنّ أي مجموعتي حقول $(\vec{E}_1,\vec{H}_1)$ و$(\vec{E}_2,\vec{H}_2)$ دوريتين مع تردد ω يجب أن تتقيدا بـ:

(43.7)

$$\begin{aligned}
&\nabla\cdot(\vec{E}_1\times\vec{H}_2-\vec{E}_2\times\vec{H}_1)\\
&=\vec{H}_2\cdot(\nabla\times\vec{E}_1)-\vec{E}_1\cdot(\nabla\times\vec{H}_2)-\vec{H}_1\cdot(\nabla\times\vec{E}_2)+\vec{E}_2\cdot(\nabla\times\vec{H}_1)\\
&=\vec{H}_2\cdot\left(-\frac{\partial\vec{B}_1}{\partial t}\right)-\vec{E}_1\cdot\left(\vec{J}_2+\frac{\partial\vec{D}_2}{\partial t}\right)-\vec{H}_1\cdot\left(-\frac{\partial\vec{B}_2}{\partial t}\right)+\vec{E}_2\cdot\left(\vec{J}_1+\frac{\partial\vec{D}_1}{\partial t}\right)\\
&=-i\omega\vec{H}_2\cdot\vec{B}_1-\vec{E}_1\cdot\vec{J}_2-i\omega\vec{E}_1\cdot\vec{D}_2+i\omega\vec{H}_1\cdot\vec{B}_2+\vec{E}_2\cdot\vec{J}_1+i\omega\vec{E}_2\cdot\vec{D}_1\\
&=-i\omega\mu\vec{H}_2\cdot\vec{H}_1-\vec{E}_1\cdot\vec{J}_2-i\omega\epsilon\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2+i\omega\mu\vec{H}_1\cdot\vec{H}_2+\vec{E}_2\cdot\vec{J}_1+i\omega\epsilon\vec{E}_2\cdot\vec{E}_1\\
&=\vec{E}_2\cdot\vec{J}_1-\vec{E}_1\cdot\vec{J}_2
\end{aligned}$$

بالنسبة إلى المصدرين $\vec{J}_1$ و$\vec{J}_2$. أمّا إذا حسبنا تكاملهما على حجم كروي فنجد:

$$\int (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2) dV = \int \nabla \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) dV \tag{44.7}$$

ويحوّل قانون غاوس الجهة اليمنى من هذه المعادلة إلى تكامل سطحي:

$$\int (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2) dV = \int (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot d\vec{A} \tag{45.7}$$

وعند الحدود، عندما يتّجه نصف القطر إلى اللانهاية، فإن حلول الحقل القريب ستُلغى، مبقية على $\vec{E}$ و$\vec{H}$ كمكوّنين مستعرضين لموجة كروية خارجة مع متّجه الموجة المحلي $\vec{k} = k\hat{r}$ في اتّجاه محور المسافة الشعاعية وهو ما يعطينا:

$$\int (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2) dV = \int \left[\vec{E}_1 \times \left(\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{k} \times \vec{E}_2 \right) - \vec{E}_2 \times \left(\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{k} \times \vec{E}_1 \right) \right] \cdot d\vec{A} = 0 \tag{46.7}$$

هذا أحد أشكال مبادلة مبرهنة لورينتز (Lorentz Reciprocity Theorem) ما يؤمّن الصلة بين خصائص الإرسال والاستقبال للهوائي.

الدائرة الفعّالة لهوائي مُستعمَل كجهاز استقبال مبيّنة في الشكل (3.7). يحث الإشعاع الجهد V عِبر أطراف الهوائي، ما يبدو من وجهة نظر الحمولة كمّولّد مثالي موصول بالتوالي مع مقاومة الإشعاع للهوائي. سنرى في المسألة 3.7 أنّ الحمولة تتلقى قدرة قصوى $W = |V|^2/8R_{\text{load}}$ إذا كانت $R_{\text{load}} = R_{\text{rad}}$.

يمكن تطبيق المعادلة 46.7 على زوج هوائيات لإيجاد كيف يرتبط V بمصدر التيار في هوائي الإرسال. حيث يتلاشى التكامل ما عدا عندما يكون التيار غير مساوٍ للصفر، ما يمكن تقديره بسهولة لثنائي قطب متناهي الصغر:

$$\int \vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 dV = \int \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 dV$$
$$\int \vec{E}_2(\vec{x}_1) \cdot d\vec{l}\, J_1 dA = \int \vec{E}_1(\vec{x}_2) \cdot d\vec{l}\, J_2 dA$$
$$V_2(\vec{x}_1) I_1 = V_1(\vec{x}_2) I_2 \tag{47.7}$$
$$\frac{I_1}{V_1(\vec{x}_2)} = \frac{I_2}{V_2(\vec{x}_1)}$$

إنّ نسبة تيار المصدر I_1 في الهوائي 1 إلى الجهد $V_1(\vec{x}_2)$ الذي يحثه في الهوائي 2 وهي تساوي النسبة في حال انتقلت الإشعاعات في الاتّجاه المعاكس. ويمكن توسيع هذه النتيجة، والتي نسمّيها التبادلية (Reciprocity)، لتشمل أزواج هوائيات عشوائية. وهذا مفاجئ، حيث: تستقبل الهوائيات عادةً إشعاعات موجات مسطحة لحقول بعيدة، ولكنّها تُشعّ حلولاً ذات نماذج حقول قريبة أكثر تعقيداً؛ ولا يوجد أي سبب مسبق لتوقّع أي تناظر بين هذه العمليات.

تقدّم التبادلية صلة مساعدة بين عدّة خصائص للهوائيات. نعرّف الكسب G للهوائي كالقيمة القصوى لمتّجه بوينتينغ، والذي نقيّمه على سطح وحدة كروية، مقسومة على القدرة الكاملة المشعّة على مساحة الوحدة الكروية:

$$G \equiv \max_{\theta,\varphi} \frac{P(r = 1, \theta, \varphi)}{W/4\pi} \tag{48.7}$$

وبإمكان الهوائيات الاتّجاهية الحصول على كسب يفوق 1 بكثير، حيث إن قيمة مشع متجانس هي زاوية البث.

إذا أرسل هوائيٌّ قدرة W_1، تكون قدرة الحقل البعيد W_2 المُستَقبَل من قِبَل هوائي آخر:

$$W_2 = A_2 \frac{G_1}{4\pi r^2} W_1 \tag{49.7}$$

تتناقص القدرة المرسلة كموجة كروية، ولكنّها تتزايد بسبب الكسب، A تمثّل مساحة هوائي الاستقبال التي هي المقطع العرْضي التي تلتقط كثافة القدرة الداخلة. ونسبة القدرة المرسلة إلى المستقبلة هي:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{4\pi r^2} A_2 G_1 \qquad (50.7)$$

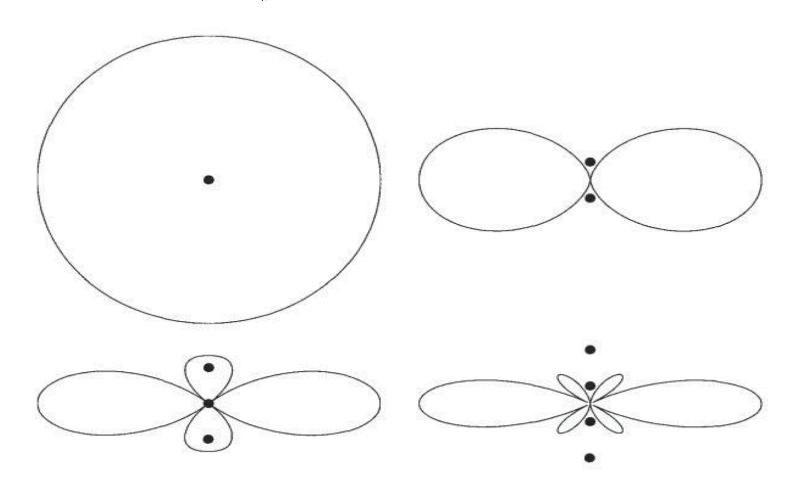
إذا كان الهوائي 1 هو المستقبِل بينما الهوائي 2 هو المرسِل فإن الأدوار ستنقلب:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{4\pi r^2} A_1 G_2 \qquad (51.7)$$

ولكن، بسبب التبادلية لا بد أن تكون هاتان النسبتان متساويتين:

$$\begin{aligned} \frac{W_1}{W_2} &= \frac{W_2}{W_1} \\ A_1 G_2 &= A_2 G_1 \\ \frac{A_1}{G_1} &= \frac{A_2}{G_2} \end{aligned} \qquad (52.7)$$

وبما أنّ هذين الهوائيين عشوائيان، نستنتج أنّ نسبة مساحة هوائي إلى كسبه ثابتة ومستقلّة عن تصميمه، سنرى في المسألة 4.7 أنّ قيمتها هي $\lambda^2/4\pi$.



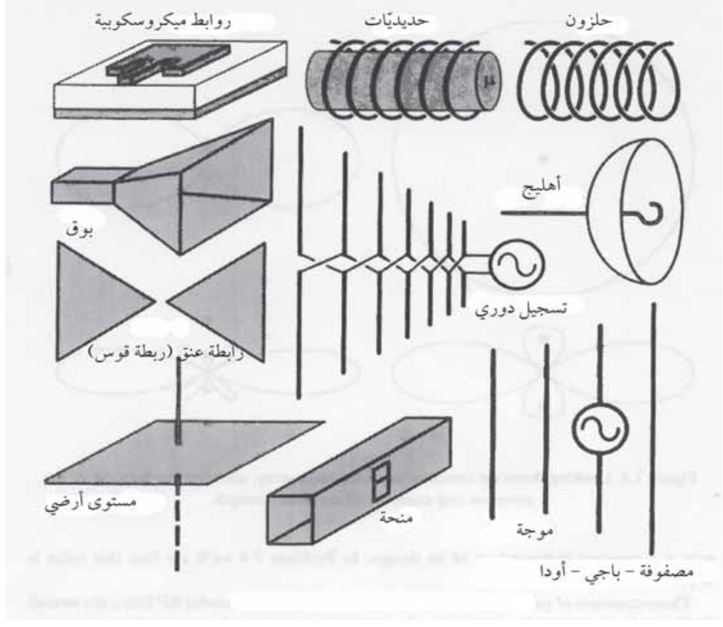
الشكل 4.7: النظر من أعلى إلى أسفل على هوائيات في مصفوفة واسعة تظهر موقع الهوائيات وخطوط الكفاف لقوة الحقل.

إنّ مفهومي الكسب والمساحة أساسيان لتصميم وصلات جيدة للترددات الراديوية: يمكن تحسين نسبة الإشارة إلى الضوضاء عبر تقوية قدرة الهوائي المرسِل، وكسب الهوائي

المرسل، ومساحة الهوائي المستقبِل أو حساسية المضخّم المستقبِل. ما يؤثر بطرق مختلفة في حجم/ وزن/ تبديد/ تعقيد/ وتكلفة النظام التي يمكن تخصيصها بالشكل الأمثل.

4.7 أنواع الهوائيات

من شأن كسب الهوائي توجيه الطاقة إلى حيث نريدها ما يوفّر في القدرة ويخفّف من التداخل. ولكن كيف نزيد منها؟ إحدى المقاربات مبيّنة في الشكل (4.7) الذي يعرض نموذج إشعاعات الحقل البعيد في نفس المسطح لمصفوفات ثنائيات أقطاب، ننظر إليها من أعلى. حيث تنتج عن ثنائي قطب وحيد موجة كروية مع مكوّنات حقل ترتبط بالمسافة e^{ikr}/r. فإذا كانت هناك عدّة ثنائيات أقطاب مع مسافات بينها أصغر من r يمكن تجاهل ارتباط المطال بالمسافات بينها، كما هو مبيّن في الشكل (1.7)، كما يمكن مقاربة علاقة الطور بجمعها على مواضعها y_n على الشكل الآتي $\sum_n e^{ik(r-y_n\cos\theta)}/r$. تُضاف ثنائيات الأقطاب المتعامدة على محور المصفوفة إلى بعضها بصورة طورية، ولكن إذا وضعناها بحيث تفصل بينها مسافة نصف موجة يكون تراكمها المستعرض هدّاماً، ما يؤدّي إلى نماذج إشعاعات اتّجاهية أكثر كلّما أضفنا هوائيات أكثر.



الشكل 5.7: بعض أنواع الهوائيات

هذا ما نسمّيه مصفوفة ذات جانب عريض (Broadside Array) لأنّ حزمة

الإشعاع تأتي من الجانب العريض. بالمقابل إذا كانت أطوار الهوائيات النسبية متوافقة مع انزياح الطور في تباعدها يكون تراكمها بنّاءً في الاتّجاه المتعامد وهدّاماً في اتّجاه العمود، ما يؤدّي إلى هوائي ذي إشعاع بنفس اتجاه المصفوفة (End-Fire antenna Array). عادة ما نلجأ في محطات تضمين المطال الإذاعية (Amplitude Modulation Radio) (AM) إلى هذه الترتيبات بحيث يتّجه الهوائي في الاتّجاه الذي نريد البث إليه.

إنّ مصفوفة ياجي – أودا (Yagi-Uda Array) المبيّنة في الشكل (5.7) تكتسب اتّجاهيتها بذكاء، معتمدةً على هوائي مدفوع واحد عبر إثارة طفيلية باقي مكوّنات المصفوفة. تبعاً للمسافة بين الهوائيات الثانوية، قد تلعب هذه الهوائيات دور موجّهات (Directors) لتعطي تراكماً بنّاءً في اتّجاه مرغوب، أو دور عاكسات (Reflectors) لتعطي تراكماً هدّاماً في اتّجاه غير مرغوب.

تتخطى تصاميم الهوائيات حيز ثنائيات الأقطاب لتعكس تطبيقاتها المختلفة. فهوائي ذو روابط ميكروسكوبية (Micropatch) يستعمل قطعة طولية ليؤدي نمطاً رنينياً لموصّل فوق مستوى الأرضيّة. وبسبب بنيتها المسطّحة نستعمل هذا النوع من الهوائيات حيث نحتاجها لتتوافق مع مساحة مسطّحة. تؤمّن الشقوق في الهوائي ذي الروابط الميكروسكوبية في الشكل (5.7) وتتوافق الممانعة بين الرابط وخط التأدية (Driving Line). فهوائي على شكل بوق (Horn) يوافق الممانعة بين موجّه الموجة والفضاء الحر بزيادة المساحة بتدرّج، بحيث لا تكون هناك انتثارٌ يُذكر. طالما أنّ طول الموجة صغير جداً بالمقارنة مع حجم الهوائي، يمكننا توجيه الموجات هندسياً، كما في حالة الهوائي الإهليلجي (Parabolic) الذي يؤمّن المساحة الكبيرة اللازمة لإشارات الأقمار الصناعية الضعيفة. ومن الطرق الأخرى لزيادة فعالية الهوائي والمفيدة عند مستوى الترددات الضعيفة، استدراج الدفق المغناطيسي أكثر عبر إضافة فرّيت/ حديديّات (Ferrite) ما يزيد من النفاذية بدون التأثير على الموصلية (الفصل الثاني عشر). نلجأ إلى هذه الطريقة في مستقبلات موجات تضمين المطال الإذاعية. إنّ وظيفة الملف عند الترددات المنخفضة هي مجرّد تجميع الدفق المغناطيسي، أمّا عند ترددات أعلى بكثير تتبع الموجة بمسارها شكل الملف. تُستعمل هذه التقنية في الهوائيات الحلزونية (Helical) لإطلاق وكشف إشعاعات مستقطبة دائرياً، فنلغي بذلك اعتماد الإشارة على الاتجاه النسبي بين المرسل والمستقبل، كما تؤمن هذه التقنية قناتي استقطاب مستقلتين يمكن استعمالهما في نفس النطاق.

عادة ما نلجأ إلى الهوائيات للقيام بعملها على حيز ترددي محدد. ولتكون مستقلّة

عن طول الموجة يجب أن لا يتغيّر شكل الهوائي عند تغيير حجمه. أحد التصاميم الأكثر انتشاراً هو، هوائي الأربة الفراشية (Bow-Tie) الذي يملك بخلاف ثنائي القطب، طيف أنماط متواصل من شأنه أن يتمدد مع تدني الترددات. أحد أشكال هذا النوع من الهوائيات كثير الانتشار على أسطح البنايات كهوائي التلفزيونات هو الهوائي المرحلي اللوغاريتمي (Log-Periodioc) وهو عبارة عن قطعة محدودة من سلاسل لامتناهية من ثنائيات أقطاب ذات تسويات هندسية لأحجامها وتباعدها مترابطة بين بعضها بعضاً، ومتعاقبة التسلسل بحيث يُوجَّه الكسب باتّجاه الطرف المدبّب.

كما يمكن تعريف الهوائيات انطلاقاً من الحالات عند الحدود المفروضة عليها. فإذا وضعنا هوائي أحادي القطب فوق مستوى الأرض تقوم صورة الشحنة المحثة بدور التوافق مع ثنائي الأقطاب. كما يمكن استعمال هذه التقنية لتراكب عناصر إضافية على الهوائي ولحمايته من تداخل المواد المحيطة (مثل الأرض). وإذا قطعت فجوة في موجه الموجه سوف تتسرب موجة يمكن فهمها على أنها الإشعاع من التيارات التي تتوافق مع الحالات عند الحدود. وهذا مستعمل في هوائيات الفجوات الموزعة.

ربّما تكون الهوائيات الأكثر أهمية هي تلك التي لا معنى لشكلها. فهذه تعطي البحث اللوغارتمي [للإشارة] هيمنة حرة لاستشال البنية بحيث تلبي المواصفات المطلوبة، باستخدام المحاكاة العديدة والاختبارات التجريبية كمقياس للخطأ في توجيه البحث. والأشكال الناتجة عن ذلك قد لا يكون لها منطقٌ مفهومٌ لكن أداءها يغلب تصاميم الهوائيات الشائعة.

5.7 مراجع مختارة

[Ramo et al., 1994] Ramo, Simon, Whinnery, John R., & Duzer, Theodore Van. (1994). *Fields and Waves in Communication Electronics*. 3rd edn. New York: Wiley.

[Balanis, 1997] Balanis, Constantine. (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. 2nd edn. New York: Wiley

كلّ ما يجب معرفته عن الهوائيات وأكثر.

6.7 مسائل وتمارين

(1.7) ما هو الحقل الكهربائي لمشعّ ثنائي القطب متناهي الصغر؟

(2.7) ما مقدار متّجه بوينتينغ على مسافة 1 كلم من هوائي يشعّ بقدرة 1 كيلوواط، معتبرين أنّه مشعّ لا اتّجاهي الخواص وأنّ طول موجته أصغر بكثير من 1 كلم؟ ما قمّة شدّة الحقل الكهربائي عند هذه المسافة؟

(3.7) لأي قيمة R_{load} تُحوَّل القدرة القصوى إلى الحمولة (The load) في الشكل 3.7؟

(4.7) ما الكسب وما المساحة لهوائي ثنائي الأقطاب متناهي الصغر، وما نسبتهما إلى بعض؟

الفصل الثامن

البصريات

سنكمل في هذا الفصل جولتنا حول معادلات ماكسويل من خلال تفقّدنا ترددات الموجات الكهرومغناطيسية العالية، لدرجة يصبح طولها صغيراً مقارنة مع البنى التي تتداولها. بالتأكيد، سنجد في النهاية، معادلات البصريات الهندسية المألوفة عندما نوائم بين الحالات عند الحدود لهذه الموجات في هذا النظام. كما سيكون لهذه المعادلات تطبيقات من المعالجة المجهرية إلى معالجة المعلومات البصرية. وينتهي الفصل في النظر إلى بعض العقبات والفرص المرتبطة بتوسيع الافتراض المتعلق بأطوال موجات قصيرة في مادة وسيطة خطية، عبر دراسة البصريات الغاوسية وغير الخطية. مع أنّنا سنركّز على الضوء (لا ثورية مقصودة هنا)، يمكن تطبيق هذه الأفكار على موجات مع ترددات أدنى تملك مكونات ترددات راديوية شبه بصرية (Quasi-Optical)، كما يمكن تطبيقها على موجات مع ترددات أعلى، مثل الانعكاس في «بصريات الأشعة السينية» (X-Ray Optics)، كما يمكن استعمالها مع عدسات مغناطيسية في «بصريات الإلكترون» (Electron Optics).

1.8 الانعكاس والانكسار

لقد رأينا في الفصل الخامس أنّ موجة كهرومغناطيسية (TEM) مسطحة في مادة وسيطة متجانسة تنتقل على الشكل الآتي:

- $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$، حيث يكون $\hat{E}_0$ اتّجاه الحقل الكهربائي متعامداً على اتّجاه الانتقال $\hat{k}$.
- يكون الحقل المغناطيسي متناسباً مع ومتعامداً على الحقل الكهربائي، $\vec{H} = \sqrt{\epsilon/\mu}\,\hat{k} \times \vec{E}$.

• تكون سرعتها $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ ورقم موجتها $k = \omega/v = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$.

عادة ما نصف المواد بـ مؤشر الانكسار (Index of Refraction) n وهو نسبة سرعة الموجة في الفراغ إلى سرعتها في المادة الوسيطة المستعملة.

(1.8)

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\mu_0\mu_r\epsilon_0\epsilon_r}}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \sqrt{\mu_r\epsilon_r}$$

من القيم النموذجية للزجاج هو أن $n = 1.5$. لنلاحظ أن النسبة والتناسب مستقلّة عن المادة، وتتحدد فقط بالنسبة إلى التردد.

(2.8)

$$\frac{k}{n} = \frac{2\pi}{\lambda n} = \frac{\omega}{v}\frac{v}{c} = \frac{\omega}{c}$$

ما يعني أنّه لدى انتقال الضوء عبر عدّة مواد وسيطة تملك مؤشرات انكسار مختلفة لا يتغيّر التردد، لأنّ ذبذبات الموجة تحافظ على نفس المعدل، ولكن طولها هو الذي يتغيّر.

لقد رأينا أيضاً في الفصل الخامس أنّ الحالات عند الحدود عند سطح التمفصل بين مادتين وسيطتين a و b بغياب الشحنات والتيارات هي:

• إنّ مكوّن $\vec{D}$ و $\vec{B}$ العامودي متواصل عند السطح:

(3.8)

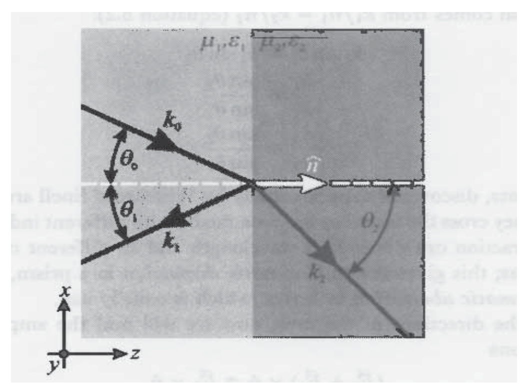
$$\left(\vec{D}_a - \vec{D}_b\right)\cdot\hat{n} = 0; \quad \left(\vec{B}_a - \vec{B}_b\right)\cdot\hat{n} = 0$$

• إنّ مكوّن $\vec{E}$ و $\vec{H}$ المماسّي متواصل عند السطح.

(4.8)

$$\left(\vec{E}_a - \vec{E}_b\right)\times\hat{n} = 0; \quad \left(\vec{H}_a - \vec{H}_b\right)\times\hat{n} = 0$$

حيث $\hat{n}$ عامودي على سطح التمفصل.



الشكل 1.8: الانعكاس والانكسار عند سطح التمفصل.

للنظر الآن في موجة مسطحة واردة على سطح التمفصل بين عازلين، سينتج عنها موجة منعكسة وأخرى نافذة يكون لهما زاويتين مختلفتين، كما هو مبيّن في الشكل 1.8.

يستلزم تواصل مكوّن الحقل الكهربائي المماسي:

$$\left[\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}_0\cdot\vec{r}-\omega_0 t)} + \vec{E}_1 e^{i(\vec{k}_1\cdot\vec{r}-\omega_1 t)} - \vec{E}_2 e^{i(\vec{k}_2\cdot\vec{r}-\omega_2 t)}\right] \times \hat{n} = 0 \quad \textbf{(5.8)}$$

حيث يجب أن تكون هذه المعادلة صحيحية بغض النظر عن الزمن، ولذا

$$\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 \quad \textbf{(6.8)}$$

كما يجب أن تكون صحيحة في كل أرجاء سطح التمفصل، ما يعني أنّ الموجات الثلاث لها نفس التغيير الدوري على طول السطح:

$$\begin{gathered}\vec{k}_0 \cdot \hat{x} = \vec{k}_1 \cdot \hat{x} = \vec{k}_2 \cdot \hat{x} \\ k_0 \sin\theta_0 = k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2\end{gathered} \quad \textbf{(7.8)}$$

وبما أنّ مقدار متّجِهَي الموجتين k_0 وk_1 متساويان لكون طول الموجتين هو نفسه، نجد أنّ زاوية الورود (Angle of Incidence) تساوي زاوية الانعكاس (Angle of Reflection):

$$\begin{gathered}k_0 \sin\theta_0 = k_0 \sin\theta_1 \\ \theta_0 = \theta_1\end{gathered} \quad \textbf{(8.8)}$$

الشرط الثاني الناتج عن $k_1/n_1 = k_2/n_2$ (المعادلة 2.8) هو:

(9.8)

$$k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2$$
$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

هذا قانون سنيل (Snell's Law)، الذي توصّل إليه ويلبرورد سنيل (Willebrord Snell) عن طريق التجربة عام 1621. حيث بدا له أن الأشعة الضوئية تنحني، عندما تعبر سطح التمفصل بين مواد وسيطة ذات مؤشرات انكسار مختلفة. ويتأثر مؤشر الانكسار بطول الموجة ولذا تنحني الألوان المختلفة في اتّجاهات مختلفة، ما يؤدّي إلى تشتت لوني (Chromatic Dispersion) عبر الموشور(*) (Prism)، وهو أمرٌ يوصف بالجيد عادةً. كما قد يؤدّي إلى زيغ لوني (Chromatic Aberration) عبر العدسات وهذا عادةً أمرٌ يوصف بغير الجيد.

بعد أن حددنا اتّجاه الشعاع الضوئي سنبحث الآن عن مقداره، مستخدمين معادلات التواصل:

(10.8)

$$(\vec{E}_0 + \vec{E}_1) \times \hat{n} = \vec{E}_2 \times \hat{n}$$

و:

(11.8)

$$(\vec{H}_0 + \vec{H}_1) \times \hat{n} = \vec{H}_2 \times \hat{n}$$

وترتبط مكوّنات $\vec{E}$ و $\vec{H}$ للموجة عبر المعادلة أدناه (بما أنّ $\mu_r \approx 1$ في أغلب المواد العازلة):

(*) بنية هندسية صلبة لها نهايتان مسطحتان متماثلتان ومتوازيتان ومتساويتان في وضع مستقيم متواز ويكونان على الجانبين مشكلين متوازي أضلاع (المترجم).

(12.8)

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\hat{k} \times \vec{E}$$
$$= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \times \vec{E}$$
$$= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\frac{1}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}}\vec{k} \times \vec{E}$$
$$= \frac{1}{\omega\mu}\vec{k} \times \vec{E}$$
$$\approx \frac{1}{\omega\mu_0}\vec{k} \times \vec{E}$$

وباستعاضة هذه النتيجة في المعادلة (11.8) نجد:

(13.8)

$$\left(\vec{k}_0 \times \vec{E}_0 + \vec{k}_1 \times \vec{E}_1\right) \times \hat{n} = \left(\vec{k}_2 \times \vec{E}_2\right) \times \hat{n}$$

يمكننا تقسيم أي موجة عشوائية واردة إلى مكوّنين، نحلل كل منهما على انفراد: المكون الأول حيث يكون الحقل الكهربائي عامودياً على سطح السقوط (يتّجه $\vec{E}$ في اتّجاه محور $\hat{y}$ كما هو مبين في الشكل 1.8)، وفي هذا المكوّن يكون الحقل الكهربائي في سطح السقوط ($E_y = 0$):

- $\vec{E}$ عامودي على سطح السقوط

وبما أنّ كل متّجهات الحقل الكهربائي تتّجه في اتّجاه $\hat{y}$، تصبح معادلة التواصل:

(14.8)

$$\left(\vec{E}_0 + \vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) \times \hat{n} = 0$$

وتصبح المعادلة السلمية وفق ما الآتي:

(15.8)

$$E_0 + E_1 = E_2$$

وباستخدام قاعدة $BAC - CAB$ أي $\vec{A} \times \left(\vec{B} \times \vec{C}\right) = \vec{B}\left(\vec{A} \cdot \vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A} \cdot \vec{B}\right)$، تمتد المعادلة (8.13) لتعطي:

(16.8)

$$[\vec{E}_0(\vec{k}_0\cdot\hat{n})-\hat{n}(\vec{k}_0\cdot\vec{E}_0)]+[\vec{E}_1(\vec{k}_1\cdot\hat{n})-\hat{n}(\vec{k}_1\cdot\vec{E}_1)]=[\vec{E}_2(\vec{k}_2\cdot\hat{n})-\hat{n}(\vec{k}_2\cdot\vec{E}_2)]$$

وبما أنّ هذه موجة كهرومغناطيسية عرضية (TEM) يتلاشى حدّ المعادلة $\vec{k}\cdot\vec{E}$ ونحصل عبر كتابة الضرب النقطي على:

(17.8)

$$\begin{aligned} E_0(\vec{k}_0\cdot\hat{n})+E_1(\vec{k}_1\cdot\hat{n}) &= E_2(\vec{k}_2\cdot\hat{n}) \\ E_0k_0\cos\theta_0-E_1k_1\cos\theta_1 &= E_2k_2\cos\theta_2 \\ E_0\cos\theta_0-E_1\cos\theta_1 &= \frac{k_2}{k_1}E_2\cos\theta_2 \qquad (k_0=k_1) \\ &= \frac{n_2}{n_1}E_2\cos\theta_2 \end{aligned}$$

وبما أنّا نعرف E_0 وθ_0 للموجة الواردة فإنّا نعرف θ_1. ومن قانون سنيل يمكننا معرفة θ_2، ما يتركنا مع مجهولين هما، (E_1 and E_2) ومعادلتين هما، (1.8 و 17.8) فنجد العلاقة بين مقدار الموجة الواردة والمنعكسة:

(18.8)

$$\begin{aligned} E_0\cos\theta_0-E_1\cos\theta_1 &= \frac{n_2}{n_1}E_2\cos\theta_2 \\ &= \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}E_2\cos\theta_2 \\ &= \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}(E_0+E_1)\cos\theta_2 \quad (Equation\ 8.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_0\cos\theta_0\sin\theta_2-E_1\cos\theta_1\sin\theta_2 &= (E_0+E_1)\cos\theta_2\sin\theta_1 \\ E_1 &= \frac{\cos\theta_0\sin\theta_2-\cos\theta_2\sin\theta_1}{\cos\theta_2\sin\theta_1+\cos\theta_1\sin\theta_2}E_0 \\ &= \frac{\cos\theta_0\sin\theta_2-\cos\theta_2\sin\theta_0}{\cos\theta_2\sin\theta_0+\cos\theta_0\sin\theta_2}E_0 \\ &= \frac{\sin(\theta_2-\theta_0)}{\sin(\theta_2+\theta_0)}E_0 \end{aligned}$$

ومن هذه النتيجة نجد مقدار الموجة النافذة:

$$E_2 = E_0 + E_1 = \left[1 + \frac{\sin(\theta_2 - \theta_0)}{\sin(\theta_2 + \theta_0)}\right] E_0 = \frac{\sin(\theta_2 + \theta_0) + \sin(\theta_2 - \theta_0)}{\sin(\theta_2 + \theta_0)} E_0 = \frac{2 \sin\theta_2 \cos\theta_0}{\sin(\theta_2 + \theta_0)} E_0 \quad \textbf{(19.8)}$$

ويمكن أن نلخّص النتائج على الشكل الآتي:

$$E_1 = \frac{\sin(\theta_2 - \theta_0)}{\sin(\theta_2 + \theta_0)} E_0 \qquad E_2 = \frac{2 \sin\theta_2 \cos\theta_0}{\sin(\theta_2 + \theta_0)} E_0 \quad \textbf{(20.8)}$$

$\vec{E}$ في مسطح السقوط.

يعطينا تواصل مكوّن $\vec{E}$ المماسي:

$$\left(\vec{E}_0 + \vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) \times \hat{n} = 0 \quad \textbf{(21.8)}$$

أو:

$$E_0 \cos\theta_0 - E_1 \cos\theta_1 = E_2 \cos\theta_2 \quad \textbf{(22.8)}$$

ولأنّ كلّ الضرب المتّجهي يؤشر باتّجاه $\hat{y}$. فتصبح المعادلة (13.8) بالمثل معادلة سلمية، لأنّ $\vec{k} \times \vec{E}$ يؤشر باتّجاه $\hat{y}$، و $\vec{y} \times \hat{n}$ باتّجاه $\hat{x}$:

$$k_0 E_0 + k_1 E_1 = k_2 E_2 \qquad E_0 + E_1 = \frac{k_2}{k_1} E_2 \quad (k_0 = k_1) \qquad = \frac{n_2}{n_1} E_2 \quad \textbf{(23.8)}$$

مرّة أخرى نجد أنفسنا أمام معادلتين تحتويان على مجهولين، حيث يمكن حلّهما

بشيء بسيط من استخدامنا للجبر لتبين لنا أن:

$$E_1 = \frac{\tan(\theta_0 - \theta_2)}{\tan(\theta_0 + \theta_2)} E_0$$
$$E_2 = \frac{2\cos\theta_0 \sin\theta_2}{\sin(\theta_0 + \theta_2)\cos(\theta_0 - \theta_2)} E_0 \quad \textbf{(24.8)}$$

إنّ المعادلتين (20.8) و(24.8) هما معادلات فرنيل (Fresnel Equations). لنلاحظ أنّ E_1 تزول في المعادلة (24.8) إذا تلاشى بسط الكسر، أي في حال كانت $\theta_0 = \theta_2$. وهو أمرٌ بدهي إذ يعني، أنّه في حال كانت المادتان متشابهتين لا يكون هناك انعكاس. كما قد تزول E_1 أيضاً عندما يتباعد مقام الكسر، وهو ما يحدث عندما تكون $\theta_0 + \theta_2 = \pi/2$، ما يعني أنّ الحزمة النافذة (Transmitted Beam) والحزمة المنعكسة (Reflected Beam) متعامدتان على بعضهما. تسّمى هذه الزاوية، زاوية بروستر (Brewster's Angle)، θ_B، ولربما يمكننا إيجادها في قانون سنيل لتكون:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_B}{\sin[(\pi/2) - \theta_B]} = \tan\theta_B \quad \textbf{(25.8)}$$

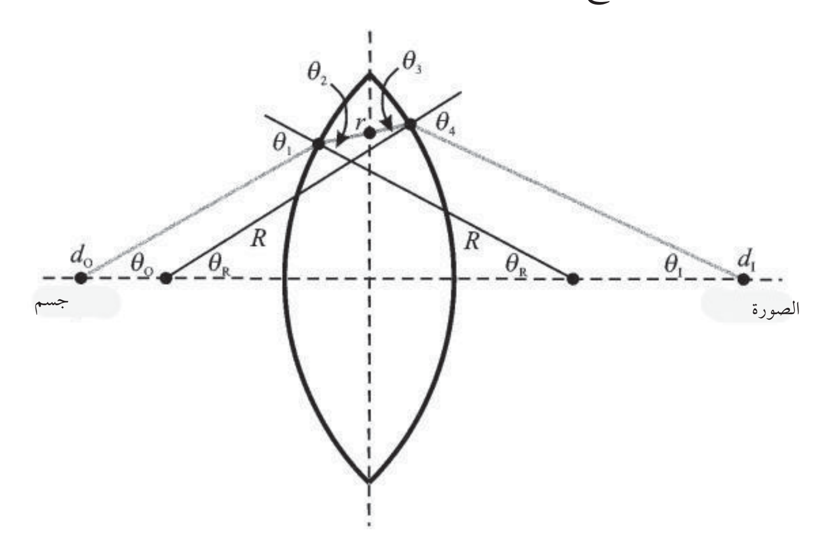
عند هذه الزاوية، إذا ورد شعاع ساقط حيث يشير الحقل في اتجاه عشوائي، فسينعكس الشعاع من دون مكوّن للحقل في مسطح السقوط. ويكون الشعاع المنعكس مستقطباً خطياً (Linearly Polarized) ويكون اتّجاه حقله موازياً لمسطح التمفصل بين المادتين الوسطتين. هكذا تعمل النظارات الشمسية المستقطِبة: بما أنّ الضوء المنعكس بقرب زاوية بروستر يكون مستقطباً خطياً تقريباً، تقوم النظارات التي تحوي مستقطبات عامودية بإيقاف أغلب الوهج المنعكس (Land, 1951). سندرس الاستقطاب بتفاصيل أكثر في الفصل الحادي عشر.

هناك زاوية أخرى مهمة في دراسة الانعكاس هي، الزاوية الحرجة (Critical Angle)، θ_c، التي ينتج عنها $\theta_2 = \pi/2$:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_c}{\sin\theta_2} = \frac{\sin\theta_c}{1} \Rightarrow \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \textbf{(26.8)}$$

بما أنّ الجيب $\sin\theta_2$ لا يمكنه أن يكون أكبر من 1، فإذا ورد الضوء على زاوية أقرب

إلى السطح من زاوية θ_c لا يمكنه التقيّد بالحالة عند الحدود للموجة النافذة، وبالتالي تنعكس الموجة كاملةً. تُسمّى هذه الظاهرة الانعكاس الداخلي التام (Total Internal Reflection) وتُستعمل لحجز الضوء في لوائح العرض (Display Panels)، وأنابيب الضوء (Light Pipes) والألياف البصرية المتعددة الأنماط. يرتدّ الضوء عدّة مرات داخل المادة العازلة ولكنّه لا يرشح طالما تبقى الزاوية أصغر من الزاوية الحرجة.



الشكل 2.8: العدسة الكروية

2.8 البصريات الهندسية

تهتم البصريات الهندسية بانتشار الضوء عندما يكون طول الموجة صغيراً جداً مقارنة بمرتبة القياس المعني للمسألة، بحيث يمكن تقريبها بانعكاس وانكسار الموجات المسطحة عند أسطح تمفصل مستقيمة موضعياً. لننظر في شعاع نافذ من خلال عدسة كروية نصف قطر تقوسها R ومؤشر انكسارها n، كما هو مبيّن في الشكل (2.8).

سندرس فقط الشعاعات الضوئية القريبة من محور العدسة، والتي تسمّى شعاعات شبه محورية (Paraxial Rays)، ولذا سنقارب زاويتها مع المحور الأفقي بـ $\sin\theta \approx \theta$، سنفترض أيضاً أنّها عدسة رقيقة (Thin Lens) بحيث يمكن اعتبار r نصف قطر العدسة، عندما يقطعها الشعاع الثابِتّ تقريباً. لإيجاد الكيفية التي تمكّن العدسة من تغيير الشعاع، يجب علينا اللجوء إلى علم المثلثات لتحليل الشكل (2.8)، آخذين بعين الاعتبار التقريبات

المذكورة أعلاه. وبما أنّ مجموع زوايا المثلّث يساوي $180°$ يمكننا ربط زاوية الورود، التي نقيسها إلى العامودي على السطح، ونصف قطر تقوس العدسة والمسافة من العدسة، بواسطة المعادلة الآتية:

(27.8)

$$\theta_O + \theta_R + (180° - \theta_1) = 180°$$
$$\theta_1 = \theta_R + \theta_O$$
$$\approx \tan^{-1}\left(\frac{r}{R}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{r}{d_O}\right)$$

في الحدود شبه المحورية $\tan\theta = \sin\theta/\cos\theta \approx \theta/1 \approx \theta$، يكون لدينا:

(28.8)

$$\theta_1 \approx \frac{r}{R} + \frac{r}{d_O}$$

بالمثل، تكون الزاوية الخارجة، والتي نقيسها أيضاً إلى العامودي على السطح:

(29.8)

$$\theta_4 = \theta_R + \theta_1 \approx \frac{r}{R} + \frac{r}{d_I}$$

إذا أضفنا المعادلة (28.8) إلى المعادلة (29.8) نجد:

(30.8)

$$\theta_1 + \theta_4 \approx r\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)$$

ترتبط هذه الزوايا بالزوايا داخل العدسة عبر قانون سنيل:

(31.8)

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \approx \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = n \qquad \frac{\theta_4}{\theta_3} = n$$

بافتراض $n = 1$ خارج العدسة وبتجميع النتائج السابقة نجد:

(32.8)

$$\theta_1 + \theta_4 = n(\theta_2 + \theta_3)$$

في النهاية إنّ الزوايا الداخلية ترتبط بالزوايا المحصورة عبر:

(33.8)

$$\theta_2 - \theta_R = \theta_R - \theta_3$$

وبالتالي:

(34.8)

$$\theta_2 + \theta_3 = 2\theta_R \approx 2\frac{r}{R}$$

وباستعاضة (32.8) و(34.8) في المعادلة (30.8) نحصل على:

(35.8)

$$2n\frac{r}{R} = r\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{d_O} + \frac{1}{d_I}\right)$$

$$\underbrace{(n-1)\left(\frac{2}{R}\right)}_{\frac{1}{f}} = \frac{1}{d_O} + \frac{1}{d_I}$$

حيث f في هذه معادلة تمثل "الطول البؤري" (Focal Length) للعدسة. وعليه، فإن هذه معادلة يمكن أن نسميها معادلة العدسة (Lens Equation)، فهي تُعطي العلاقة ما بين منشأ الشعاع على المحور في إحدى جهات العدسة وبين المكان الذي يتقاطع عنده الشعاع مع المحور في الجهة الأخرى. وعلينا أن نلاحظ أنّ الزوايا قد تم إسقاطها من المعادلات: كلّ الشعاعات المنطلقة قد بدأت من نفس المسافة من العدسة ومن نفس الجهة في مسطّح الجسم (Object Plane) لتلتقي في نفس المسطّح من الجهة الأخرى لـ مسطّح الصورة (Image Plane). تدرس المسألة رقم (4.8) التكبير المرافق لهذا.

إذا بدأ الشعاع في المسطّح البؤري (Focal Plane)، $d_O = f$، فيستلزم من معادلة العدسة أن تكون المسافة فيها $d_I = \infty$، ما يعني أنّ الشعاعات الخارجة من العدسة متوازية مسددة (Collimated)، ولا تلتقي إلاّ عند اللانهاية. ويمكن لنصف العدسات أيضاً بمفهوم الرقم البؤري (Focal Number)، F، أن يكون مساوياً إلى نسبة المسافة البؤرية إلى طول القطر. فإذا كانت المسافة البؤرية 10 سم وقطر العدسة 5 سم يكون الرقم البؤري بالتالي $10/5 = 2$ ويمكن كتابته بالصيغة، $f/2$. وهناك طريقة أخرى لتمييز العدسة بواسطة ما يسمى بـ الفتحة العددية (Numerical Aperture) (NA)، حيث تمثل في علم المثلثات التحليلي، جيب نصف زاوية التباعد مضروباً بمؤشر انكسار المادة التي ينتقل فيها الضوء.

1.2.8 مصفوفات الأشعة

لم تكن الحسابات المؤدية إلى معادلة العدسة صعبة للغاية، ولكنّها ستزداد تعقيداً في أنظمة تتضمّن عدة عناصر بصرية. ويمكن تسهيل هذه المهمّة عبر مصفوفات شعاعية

(Ray Matrices) التي تحدد كيف يحول عنصر بصري ما إلى شعاع ضوئي.

يتميز الشعاع الضوئي الهندسي عند نقطة معينة من محور نظام بصري ذي تناظر محوري بنصف القطر r من المحور والانحدار $r' = dr/dz$. يتحدد فعل عنصر بصري خطي عبر مصفوفة تشتغل على حالة المتّجه:

$$\begin{bmatrix} r_{\text{out}} \\ r'_{\text{out}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{\text{in}} \\ r'_{\text{in}} \end{bmatrix} \quad \textbf{(36.8)}$$

يكمن حسن هذا المنهج في أنّه من الممكن إيجاد فعل عدّة عناصر عبر ضرب مصفوفات أشعتها. لنأخذ مثلاً بسيطاً، إذا مرّ شعاع في وسط متجانس عرضه ω سيخرج منه على نفس الزاوية ولكن مع نصف قطر مختلف $r_{\text{out}} = r_{\text{in}} + r'\omega$ ، وبالتالي فإنّ المصفوفة المناسبة هي:

$$\begin{bmatrix} 1 & \omega \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(37.8)}$$

ولإيجاد مصفوفة الأشعة لعدسة ما، يجب أن نتنبّه أوّلاً أنّه يمكن إعادة صياغة المعادلة (35.8) على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{d_{\text{O}}} + \frac{1}{d_{\text{I}}} \\ &\approx \frac{1}{r}(\theta_{\text{I}} - \theta_{\text{O}}) \\ &\approx \frac{1}{r}(r'_{\text{in}} - r'_{\text{out}}) \end{aligned} \quad \textbf{(38.8)}$$

مع علامة سالبة لأنّ d_{I} على الجهة المعاكسة من العدسة بالنسبة إلى d_{O}. ويمكن إعادة ترتيب هذه المعادلة لتعطي:

$$r'_{\text{out}} = r'_{\text{in}} - \frac{r_{\text{in}}}{f}$$

وبالتالي تكون مصفوفة الأشعة للعدسة:

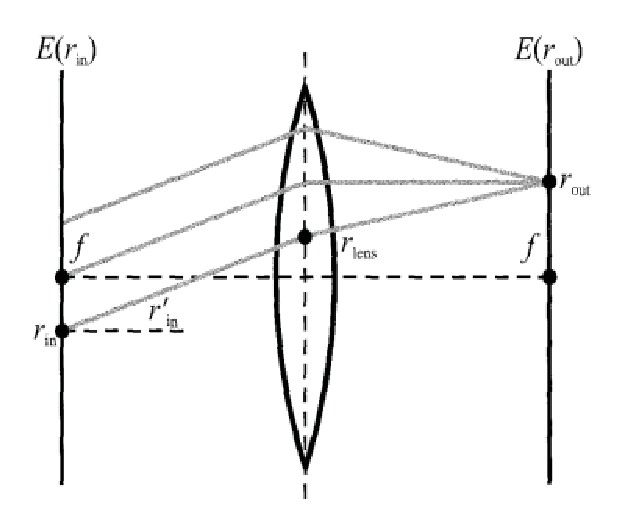
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(39.8)}$$

أمّا قانون سنيل عندما يمكن تمثيله على شكل مصفوفة شعاع فهو بكل بساطة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{bmatrix} \quad (40.8)$$

لنأخذ مثلاً أخيراً (Yariv, 1991)، إنّ مصفوفة الشعاع لقضيب طوله d ومؤشر انكسار يتأثر تربيعياً بنصف القطر $n = n_0[1 - \alpha r^2]$ هي:

$$\begin{bmatrix} \cos(\kappa d) & \frac{1}{\kappa}\sin(\kappa d) \\ -\kappa \sin(\kappa d) & \cos(\kappa d) \end{bmatrix} \quad (41.8)$$



الشكل 3.8: عدسة رقيقة تنفذ تحويل فورييه.

حيث $\kappa = \sqrt{2\alpha}$، يسمّى هذا بـ مؤشر انكسار متدرّج (Graded Index of Refraction) (GRIN) ويمكنها عند اختيار أطوال مختلفة تأدية حيز وظائف مفيدة مثل تسديد الضوء داخل أو خارج ليف بصري.

2.2.8 المحوّلات البصرية

الشعاعات التي درسناها حتى الآن تملك أيضاً طوراً يتأثر بطول المسارات ومؤشرات الانكسار، ما يؤدي إلى فعل تداخل، عندما تلتقي عدة شعاعات متلازمة (Coherent Rays) محتفظة كلّ منها بطورها النسبي. يبيّن الشكل (3.8) نتيجة غير

متوقّعة لهذا التداخل. وعليه، فإنّ توزيع الحقل الآتي من مسطّح المدخل البؤري، أي على مسافة f من العدسة الرقيقة، هو $E(x)$ وما يهمّنا هو التوزيع الناتج في مسطّح المخرج البؤري، من الجهة الأخرى من العدسة. تتألّف مصفوفة الشعاع لهذا النظام المركّب من انتقال في فضاء حر عرضه f، والعدسة، ثمّ فضاء حر آخر عرضه f.

$$\begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & f \\ -1/f & 0 \end{bmatrix} \tag{42.8}$$

ما يعني أنّ موضع الشعاع في مسطّح المخرج البؤري هو $r_{out} = f r'_{in}$ وهو يتأثر بزاوية الشعاع عند مسطّح المُدخل البؤري فقط دون أن يتأثر بموضعه. ولذا يكون الحقل عند r_{out} هو مجموع كل الشعاعات في مسطّح المُدخل البؤري الذي زاويته $r'_{in} = r_{out}/f$. وبما أنّ هذه الشعاعات تنتقل على مسارات مختلفة فسيكون هناك تداخل بينها وهذا ما سنحسبه الآن.

إذا أخذنا شكل هذه المسألة الهندسي بعين الاعتبار يكون موضع شعاع ما عند العدسة:

$$\begin{aligned} r_{lens} &= r_{in} + r'_{in} f \\ &= r_{in} + \frac{r_{out}}{f} f \\ &= r_{in} + r_{out} \end{aligned} \tag{43.8}$$

وبالتالي وباللجوء إلى المقاربة شبه المحورية، يمكن صياغة المسافة بين مسطّح المُدخل والعدسة على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \sqrt{f^2 + (r_{lens} - r_{in})^2} &= \sqrt{f^2 + r_{out}^2} \\ &= f\sqrt{1 + r_{out}^2/f^2} \\ &\approx f\left(1 + \frac{r_{out}^2}{2f^2}\right) \\ &= f + \frac{r_{out}^2}{2f} \end{aligned} \tag{44.8}$$

وبالمثل المسافة بين العدسة ومسطّح المُخرج هي:

$$\sqrt{f^2 + (r_{\text{lens}} - r_{\text{out}})^2} \approx f + \frac{r_{\text{in}}^2}{2f} \quad \textbf{(45.8)}$$

بالإضافة إلى إزاحة الطور الناتجة عن المسارات المختلفة هناك إزاحة طورية داخل العدسة. فإذا كانت سماكة العدسة $2d_0$ عند المحور البصري ونصف قطر تقوسها R، تكون سماكتها على مسافة r من المحور، حسب المقاربة شبه المحورية:

$$\begin{aligned}
[(R - d_0) + d]^2 + r^2 &= R^2 \\
R - d_0 + d &= \sqrt{R^2 - r^2} \\
&\approx R - \frac{r^2}{2R} \\
d &= d_0 - \frac{r^2}{2R} \\
2d &= 2d_0 - \frac{r^2}{R}
\end{aligned} \quad \textbf{(46.8)}$$

مفترضين أنّ مؤشر الانكسار خارج العدسة $n = 1$ لنجد أنّ متّجه الموجة داخل العدسة هو:

$$\frac{k_{\text{lens}}}{k_{\text{air}}} = \frac{n}{1} \Rightarrow k_{\text{lens}} = nk_{\text{air}} \quad \textbf{(47.8)}$$

الطور الإضافي الناتج عن الانتقال داخل العدسة بالمقارنة مع الطور في غياب العدسة هو:

$$\begin{aligned}
kn2d - k2d &= k(n-1)2d \\
&= k(n-1)\left(2d_0 - \frac{r^2}{R}\right)
\end{aligned} \quad \textbf{(48.8)}$$

وبما أنّه تعريفياً أن $R = 2f(n-1)$ سنجد:

$$k(n-1)2d = k(n-1)2d_0 - \frac{kr^2}{2f} \quad (49.8)$$

نحن على وشك الانتهاء. إنّ الحقل عند مسطّح المُخرج يمكن إيجاده عبر جمع إزاحات الأطوار وحساب تكاملها على مسطّح المُدخل:

$$\begin{aligned} E(r_{\text{out}}) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(f+r_{\text{out}}^2/2f)} e^{ik[(n-1)2d_0-r_{\text{lens}}^2/2f]} e^{ik(f+r_{\text{in}}^2/2f)} E(r_{\text{in}}) dr_{\text{in}} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(f+r_{\text{out}}^2/2f)} e^{ik[(n-1)2d_0-(r_{\text{in}}+r_{\text{out}})^2/2f]} e^{ik(f+r_{\text{in}}^2/2f)} E(r_{\text{in}}) dr_{\text{in}} \\ &= e^{i2k[f+(n-1)d_0]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik[r_{\text{out}}^2-(r_{\text{in}}+r_{\text{out}})^2+r_{\text{in}}^2]/2f} E(r_{\text{in}}) dr_{\text{in}} \\ &= e^{i2k[f+(n-1)d_0]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikr_{\text{in}}r_{\text{out}}/f} E(r_{\text{in}}) dr_{\text{in}} \end{aligned} \quad (50.8)$$

تبدو هذه النتيجة مألوفة: هذا هو متحوّل فورييه لتوزيع المُدخلات! إذا ورد على عدسة ما من مسطّح مُدخلها البؤري إضاءة متلازمة، فإنّها تنتج متحوّل فورييه عند مسطّح المُخرج البؤري مضروب بمُعامِل طوري إضافي. وبما أنّا نحوسب هذا بسرعة الضوء، حرفياً، وبما أنّه يعمل بنفس السرعة حتى في حالة المُدخل الثنائي الأبعاد، فإن المتحوّلات البصرية تكتسب أهمية في معالجة الصور والإشارات العالية السرعة. لقد تمّ إنجاز العديد من الخوارزميات التي يمكن التعبير عنها بمتحوّلات فورييه، مثل الالتواء والمرشحات في حواسيب بصرية من هذا النوع (رغم أنّ «حاسوب» تسمية خاطئة بسبب أنّه ليس هناك تفاعل غير خطي على المسارات المختلفة).

3.8 ما وراء البصريات الهندسية

وفقاً للبصريات الهندسية، يمكن تركيز موجة مسطحة على بقعة متناهية الصغر، وبالتالي سيؤدي ذلك إلى كثافة طاقة لا متناهية. ولكن هذا بالطبع مستحيل، ولا يمكن أنّ يحدث بحكم، أنّ تقريب الموجة المسطحة لا يعود مسوغاً عندما تصبح الأبعاد قابلة للمقارنة مع طول الموجة. ولذلك من الضروري مراجعة معادلة الموجة.

لننظر في مصدر نقطة انبعاث موجة كروية، e^{ikr}/r، فإذا كانت الموجة تسير إلى الخلف أي أنّها تتجه نحو المصدر، فإن الإشعاعات تصل من كل الجهات. وبسبب وحدانية حلول المعادلات التفاضلية الجزئية إذا كان الإشعاع محدوداً بزاوية تباعد مثبتة

بقطر العدسة المحدود، فلا يمكنه استيفاء الحالات عند حدود مصدر نقطة، وبالتالي لا بد أن يكون هناك بعض العرض للبؤرة.

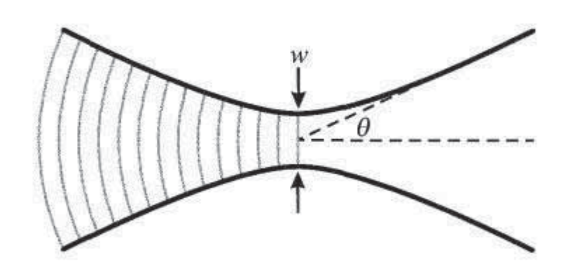
لربط هذا الحجم بزاوية التباعد بدلاً من مصدر نقطة سنفترض الآن أن هناك موجات كروية منبعثة بانتظام عبر فتحة عرضها ω. وسنعمل من أجل تبسيط المسألة في بعدين متوافقين مع توزيع مصادر خطية بدلاً من مصادر نقطة؛ وعليه فإن النتيجة لن تتغير في نظرية الحيود السلمي (Scalar Diffraction Theory) ثلاثية الأبعاد (Heald & Marion 1995). إنّ شكل هذه المسألة مماثل للشكل الهندسي للشكل 1.7، ولكن الاصطلاح البصري يفرض أن نقيس θ بالنسبة إلى العامودي إلى السطح، بينما يكون x الموضع في الفتحة بالنسبة إلى المحور z. ما يهمنا هو توزيع الحقل بعيداً عن المصدر، لذا سنلجأ هنا أيضاً إلى مقاربة المسافة من المصدر عند $(z = 0,\ x)$ إلى موضع الحقل عند $(r,\ \theta)$ بالنسبة إلى المركز عبر $r - \cos(90 - \theta) = r - x \sin\theta$، كما سنضمّن عملنا التأثر بـ x في الأطوار المناسبة ولكن ليس المطال عند الفتحة. بالتالي فإنّ تكامل e^{ikr} على المصدر يعطي:

$$\begin{aligned}\int_{-\omega/2}^{\omega/2} e^{ikr(x)}dx &= \int_{-\omega/2}^{\omega/2} e^{ik(r-x\sin\theta)}dx \\ &= e^{ikr}\int_{-\omega/2}^{\omega/2} e^{-ikx\sin\theta}dx \\ &= 2e^{ikr}\frac{\sin\left(k\frac{\omega}{2}\sin\theta\right)}{k\sin\theta} \\ &\approx e^{ikr}\omega\cos\left(k\frac{\omega}{2}\sin\theta\right)\end{aligned} \tag{51.8}$$

ينتج السطر الأخير عن اشتقاق بسط الكسر ومقام الكسر للحدود شبه المحورية عندما، $\sin\theta \to 0$. فإذا أردنا البحث عن الحدود حيث تساوي زاوية الجيب التام 1 نجد أن:

$$\begin{aligned}1 &= k\frac{\omega}{2}\sin\theta \approx k\frac{\omega}{2}\theta = \frac{2\pi n}{\lambda}\frac{\omega}{2}\theta \\ \theta &= \frac{\lambda}{\pi n\omega}\end{aligned} \tag{52.8}$$

إنّ زاوية التباعد متناسبة مع طول الموجة طردياً ومتناسبة عكسياً مع فتحة المصدر ومع مؤشر الانكسار. وتُظهِر المسألة 5.8 أنّ هذا التناسب يشكّل قيوداً مهمّة على ميز الأجهزة البصرية، وأنّه سبب رئيسي في استعمال الميكروسكوبات لعدسات التغطيس في الزيت، لأن حجم التيليسكوبات كبير، ولهذا تفضيل اللايزر الأزرق في التخزين البصري.



الشكل 4.8: جهة موجة حول بؤرة غاوسية.

لإيجاد توزيع الحقل في كل الفضاء يجب حلّ معادلات ماكسويل في نظام إحداثيات أسطواني لموجة متباعدة. ومن المستغرب أن تكون هذه الحسابات بدهية (Yariv, 1991)، ولكن تلك النتيجة المبيّنة في الشكل 4.8 الموضحة للنمط الشعاعي والزاوّيّ الأساسي المرموز له بـ TEM_{00} يدلل عن قرب كبير ممّا وجدناه من نتيجة. فعند التركيز، نجد أنّ جبهتي الموجتين عند البؤرة متوازيتان والمطال العرضي يملك تأثيراً غاوسياً انحرافه المعياري ω، ممثلاً خصر الشعاع (Beam Waist). وهذا بالذات هو سبب تسمية هذه الحدود بـ البـصريات الغاوسية (Gaussian Optics).ومن ثمّ بعد منطقة انتقالية ما يتباعد الشعاع مع جبهات أطوار كروية داخل مخروط مُعطى بالمعادلة 52.8. ويكون الضوء الموزّع على هذا الشكل يسمّى حدود الانكسار (Diffraction Limited). فهو يملك أضيق خصر ممكن من الشعاع، بالمقابل ينتج عن عدسة فيها عيوب توزيعٌ أوسع. وبينما كانت البصريات المحدودة بالحيود سابقاً محصورة في الأدوات العلمية المتقدّمة، تستطيع الآن العدسة البلاستيكية الزهيدة الثمن في قارئ الأقراص المدمج بلوغ هذه الحدود.

تروض البصريات الغاوسية كثافة الطاقة المرافقة لبؤرة متناهية الصغر في البصريات الهندسية، ولكن وكما ستبيّن المسألة 5.5 أن قوة الحقل لشعاع مركّز جداً لاتزال كبيرة جداً، وقد تفوق بالفعل قوة الحقول الذرّية، فيمكن بالتالي استعمالها لدفع الذرات إلى أحوال جديدة (Weinacht et al., 1999). بينما يتطلّب بلوغ هذه الحدود لايزرات قوية جداً

ينعدم فيها احتمال استجابة خطية للمواد قبل فترة طويلة من بلوغها. أمّا أدنى مستوى تصحيح للاستقطاب فهو:

$$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0\epsilon_r\vec{E} + \epsilon_0\vec{E}^T \cdot d_2 \cdot \vec{E} \quad (53.8)$$

يتأثر المُعامِل البصري غير الخطي d عادة بالاتجاه لاعتماده على محاور مادة الوسط. وعليه، ففي الحالة السلمية الأبسط يكون:

$$D = \epsilon_0\epsilon_r E + \epsilon_0 d_2 E^2 \quad (54.8)$$

ولأنّ المُعامِل البصري في المواد غير الخطية الاعتيادية صغير، 10^{-12} m/V تقريباً، يمكننا اعتباره اضطراباً طفيفاً على الاستقطاب. فإذا أعدنا اشتقاق معادلة الموجة 100.5 مع هذا الاستقطاب غير الخطي نحصل على حدّ معادلة إضافي:

$$\nabla^2 E - \mu_0\epsilon_0\epsilon_r \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0\epsilon_0 d_2 \frac{\partial^2 E^2}{\partial t^2} \quad (55.8)$$

إذا كان للحقل الكهربائي تأثر بالزمن $Ee^{i\omega t}$، تكون الجهة اليمنى من المعادلة $-\omega^2\mu_0\epsilon_0 d_2 e^{2i\omega t}$. وتعمل كدالة قسر، تولّد موجة لها ضعف تردد الإثارة. ما يعني ميكروسكوبياً انتقال بالإثارة لفوتونين بدل واحد. يسمّى هذا توليداً توافقياً ثانياً (Second Harmonic Generation) ويُستعمل لتوليد ضوء طول موجته قصير انطلاقاً من مصادر أقوى ذات طول موجة طويل. ومن المعتاد استعمال مزيج KDP (KH_2PO_4) لمضاعفة الطول الأساسي 1064 نانومتر الخاص بلايزر Nd:YAG ($Nd^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$) إلى 532 نانومتر. ويمكن توليد طول موجات بعد أقصر من توافقات أضعف وأعلى. وإذا سقط شعاع لايزر على بلورة غير خطية تولّد اللاخطية التربيعية ترددات تجميعية وترددات تفريقية. يُستعَمل هذا في التحويل الموسطي العلوي والسفلي (Parametric up & Down-Conversion) - لإزاحة الترددات، كما في كسب المضخّم البصري الوسطي (Optical Parametric Amplifier) (OPA).

هناك افتراض تقييدي أخير لجأنا إليه سابقاً، وهو أنّ العناصر البصرية تملك تناظراً محورياً، وأنّها غير نشِطة. يمكننا استعمال تقنيات التصنيع الميكروإلكترونية لإنتاج عدسات ذات أشكال عشوائية، تسمّى "بصريات ثنائية" (Binary Optics) (Stern,

(1996. فمثلاً يمكن تصنيع عدسة مع عدّة مسافات بؤرية عبر تداخل أشكال العدسات الفردية. حيث إنّ العناصر البصرية التجسيمية (Holographic Optical Elements (HOEs)) هي بنى مسطحة تقدّم نفس المرونة لضوء متلازم مُسْتَعْمِلَةً الآثار الانكسارية (وهو ما سنغطّيه في الفصل القادم).

بالطبع سيتأثر أداء أي نظام بصري مثالي بالتقلّبات في البيئة المحيطة، التي تفرض قيوداً قاسية على التليسكوبات المبنية على الأرض والوصلات البصرية البعيدة المدى. ولكن يمكننا، عبر تحليل مدى تدهور مصدر نقطة إعادة بناء نموذج الاضطرابات الجوية لتقليص تأثيرها بشكل ملحوظ، وتعويضها عبر التغيير الدائم لشكل «العناصر البصرية النشِطة» (Active Optical Elements) (Bortoletto et al., 1999).

وأفضل من ذلك، لنتصوّر ما قد يحدث في مادة وسط غير متجانسة لموجة شبه محورية، والتي يمكننا صياغتها على شكل موجة مسطحة مضمّنة $E(\vec{x}) = f_+(\vec{x})e^{i(kz-\omega t)}$. إذا أدخلنا هذه الصيغة على معادلة الموجة وفصلنا المكونات المحورية والمستعرضة في اللابلاسي نحصل على:

(56.8)

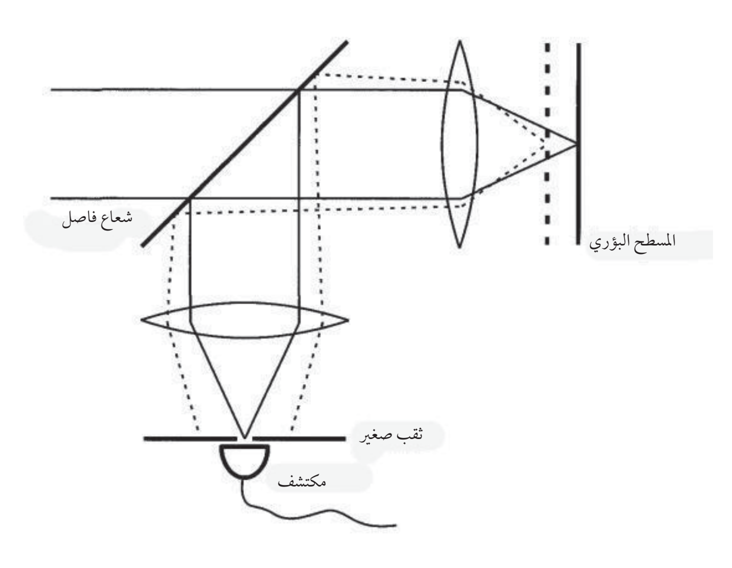
$$\begin{aligned} 0 &= \nabla^2 E + \omega^2 \mu \epsilon(\vec{x}) E \\ &= \nabla_T^2 E + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon(\vec{x}) E \\ &= \nabla_T^2 f_+ + \frac{\partial^2 f_+}{\partial z^2} + 2ikf_+ - k^2 f_+ + \omega^2 \mu \epsilon(\vec{x}) f_+ \end{aligned}$$

هذه النتيجة تملك مرافقاً مركّباً (Complex Conjugate):

(57.8)

$$0 = \nabla_T^2 f_+^* + \frac{\partial^2 f_+^*}{\partial z^2} - 2ikf_+^* - k^2 f_+^* + \omega^2 \mu \epsilon(\vec{x}) f_-$$

(مفترضين أنّ استجابة المادة حقيقية، دون كسب أو خسارة).



الشكل 5.8: تصوير موحد البؤر.

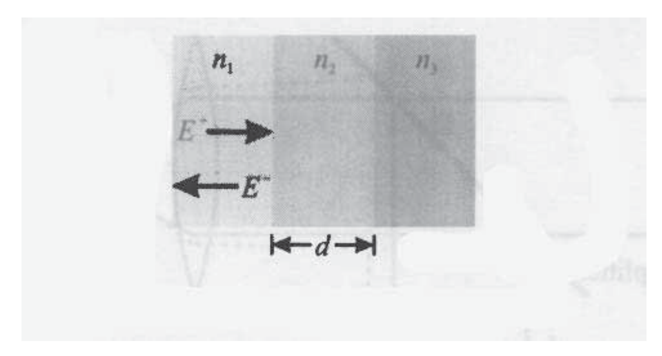
فإذن، بدلاً من أعلاه، بدأنا بحل موجة تنتقل في الاتجاه المعاكس $E(\vec{x}) = f_{-}(\vec{x})e^{i(-kz-\omega t)}$، بالتالي تخضع الموجة للمعادلة:

(58.8)

$$0 = \nabla_T^2 f_+^* + \frac{\partial^2 f_+^*}{\partial z^2} - 2ikf_+^* - k^2 f_+^* + \omega^2 \mu\epsilon(\vec{x}) f_-$$

لنُقارن بين المعادلتين (57.8) و(58.8) سنجد أنّ f_- وf_+^* تخضعان لنفس المعادلة الحاكمة. وهذا يعني أنه من الممكن انتقال حزمة ضوء عبر مادة وسط. ثم يمكن إرسال المرافق المركب بالاتجاه العكسي عبر مادة الوسط لتصحيح التشوه (Yariv, 1987; Peper, 1977) وتُدعى هذه العملية بصريات الأطوار المرافقة (Phase Conjugate Optics) ويمكن تحقيقه بالمزج غير الخطي.

في الختام، لقد رأينا أنّه يمكن استعمال العدسات لتكوين صور ثنائية الأبعاد، ولكن علمنا ثلاثي الأبعاد. فلذا لا يمكننا استعمال عدسة للرؤية داخل جسم ثلاثي الأبعاد، حتى لو كان الضوء ينفذ فيه لأنّ الضوء النافذ في العدسة الآتي من مصادر بعيدة عن مسطّحها البؤري سيشوّش الصورة.



الشكل 6.8: الانعكاس على مسطح تمفصل عازل

ولكن تصوّروا ما يمكن أن يحصل في حال تركيز الضوء على كاشف عبر ثقب صغير مثل الشكل الهندسي المبيّن في الشكل 5.8 (Minsky, 1957; Lichtman, 1994). في هذه الحالة سيكون أغلب الضوء المتناثر بعيداً عن المسطّح البؤري، وسينحرف بعيداً عن الثقب، وعليه يمكننا عبر مسح العيّنة إعادة بناء صورة ثلاثية الأبعاد. كما يمكن تحسين الميز الفضائي والحساسية الكيميائية باللجوء إلى عملية فوتونين للإضاءة (Denk et al., 1990). هذا النوع من المجهرية الموحدة البؤر أصبح العمود الفقري للتصوير في مجال الطب الحيوي.

4.8 مراجع مختارة

[Born & Wolf, 1999] Born, Max, & Wolf, Emil. (1999). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interferences and Diffraction of Light*. 7th edn. New York: Cambridge University Press.

مرجع كلاسيكي عن البصريات.

[Yariv, 1999] Yariv, Ammon. (1991). *Optical Electronics*. 4th edn. Philadelphia: Saunders College Pub.

مرجع جيد في الأنظمة البصرية النشطة وغير النشطة الحديثة.

5.8 مسائل

(1.8) يمكن اشتقاق الظواهر البصرية (والظواهر الفيزيائية بشكل عام) من قوانين

شاملة أو من قوانين محلية، في هذه الحالة مبدأ فيرما (Fermat's Principle): يختار الشعاع الضوئي المنتقل بين نقطتي المسار الذي يستغرق أقل وقت ممكن، طبّق هذا المبدأ على نقطتين في جهتين مقابلتين من سطح عازل لاشتقاق قانون سنيل.

(2.8) (أ) استخدم معادلات فرينيل ومتّجه بوينتينغ لإيجاد الانعكاسية والنفاذية لسطح عازل، المعرّف بنسبتي الطاقة الواردة والطاقة الخارجة.

(ب) ما هي الانعكاسية في حالة شعاع وارد عمودياً على سطح تمفصل بين الزجاج والهواء؟

(ج) ما زاوية بروستر؟

(د) ما الزاوية الحرجة؟

(3.8) لتكن موجة واردة عامودياً على طبقة عازلة مؤشر انكسارها n_2 بين طبقتين بمؤشرين n_1 وn_3 (الشكل 6.8).

(أ) ما انعكاسيتها؟ فكّر في تلبية الحالات عند الحدود، أو الانعكاسات المتعددة.

(ب) هل تستطيع إيجاد قيمة لـn_2 وd بحيث لا يكون هناك انعكاس؟

(4.8) لتكن موجة تبدأ من علوّ r_0 مع بعض الميل، على مسافة d_1 من عدسة رقيقة مسافتها البؤرية $\{f\}$. استعمل مصفوفات الشعاع لإيجاد مسطّح الصورة حيث تلتقي كل الشعاعات المنطلقة من هذه النقطة، وناقش تكبير العلوّ r_0.

(5.8) تستعمل مشغّلات الأقراص المدمجة الشائعة لايزر AlGaAs طول موجته 790 nm.

(أ) التجويفات التي تُقرأ على القرص لها قطر 1 μm تقريباً والبصريات محدودة بالحيود، ما زاوية تباعد الشعاع؟

(ب) مفترضين نفس الشكل الهندسي، ما طول موجة اللايزر اللازم لقراءة تجويفات 0.1 μm؟

(ج) كم يجب أن يبلغ حجم مرآة التليسكوب ليتمكّن من قراءة لوحة تسجيل سيارة في الضوء المرئي ($\lambda \sim 600$ nm) من مدار أرضي منخفض علوّه $\{200$ km$\}$ ؟

الفصل التاسع

التصوير من دون عدسات والمسائل المعكوسة

أكملنا في الفصل السابق جولتنا على معادلات ماكسويل، ورأينا كيف تقوم أسطح تمفصل عازلة بدور العدسات لتشكيل صور. ففي الحين الذي تكون فيه القدرة والبساطة لمثل هذه العدسات ذات جاذبية، فهي أيضاً لها حدود. حيث يقوم الميكروسكوب ذو البؤرة العدسية بمسح موضع عيّنته، هناك ما لا يمكن القيام به في حال الصورة التي نشكل، لنقل مثلاً، صورة كوكب. تتيح البصريات تصوير جزء يسير من حيز الطاقات والآليات المفيدة لسبر الأجسام، ولكن حتى هنا توجد معلومات في التفاعل تمكنّه من الكشف عن معلومات وراء ما يُرى في الصورة التقليدية.

للتطرّق إلى هذه المشاكل سنُدخِل بعض الذكاء على الأجهزة، بدءاً بتجريد العمليات التي تؤديها العدسات للتوصّل إلى ما يمكن تنفيذه عبر قياس ومعالجة أنواع أخرى من الإشارات، مثل الإشارات الميكروية أو الصوت. ثمّ سننتقل إلى ما بعد الصور الثنائية الأبعاد لسبر تقنيات توموغرافيّة[*] (Tomographic) لاستعادة بنى ثلاثية الأبعاد، وسننهي الفصل بمقدّمة لمشكلة عكس مجموعة قياسات لاستنتاج مصادر الإشارات.

(*) ويسمى بالتصوير المقطعي الذي يشير إلى التصوير بواسطة الأقسام أو التقطيع، ويتم من خلال استخدام نوع من اختراق الموجات. وقد شاع هذا الأمر حتى أصبح اليوم مستخدماً في الأشعة بأنواعها، وعلم الآثار، وعلم الأحياء، وعلوم الغلاف الجوي والجيوفيزياء، وعلم المحيطات، وفيزياء البلازما، وعلوم المواد، والفيزياء الفلكية ومعلومات الكمّ، وغيرها من العلوم. ففي معظم الحالات يقوم هذا التصوير بإجراء حساب رياضي يسمى إعادة الإعمار الشعاعي الطبقي (المترجم).

1.9 المرشحات المتلائمة والعدسات المركّبة صناعياً

الخطوة الأولى لـ تصنيع العدسات المركبة (Synthesizing Lenses) هي إدخال مصطلح المرشحات المتلائمة (Matched filters)، ما يشكّل أفضل الكاشفات الخطية لإشارات معلومة. تقدّم المرشحات المتلائمة طريقة لتعميم ردود العدسة على مجالات أخرى.

لتكن إشارة $x(t)$ مع متحوّل فورييه $X(\omega)$ ولتمرّ عبر مرشح خطي يملك رداً نبضياً $f(t)$ (Gershenfeld, 1999a)، أو رداً ترددياً $F(\omega)$ مستنتجة من متحوّل فورييه للرد النبضي. يكون رد المجال الترددي $Y(\omega)$ عند مُخرجات المرشِح نتيجة الضرب بين متحوّلي فورييه:

$$Y(\omega) = X(\omega)F(\omega) \tag{1.9}$$

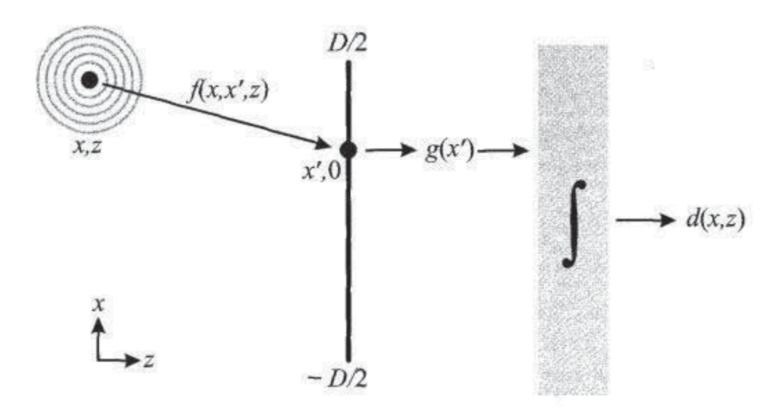
بينما يكون رد المجال الزمني هو الالتواء:

$$y(T) = x(T) * f(T) = \int_0^T x(T-t)f(t)dt \tag{2.9}$$

حيث تكون أطراف التكامل هي المدّة التي طُبِّقَت خلالها الإشارة على المرشِح.

يمكن تحديد حجم مخرجات المرشح عبر صيغة لا متساوية كوشي – شڤارتز التكاملية (Cauchy-Schwarz Inequality): مقدار التكامل لنتيجة ضرب أصغر من أو يساوي نتيجة ضرب تكاملات المقادير:

$$y^2(T) = \left|\int_0^T x(T-t)f(t)dt\right|^2 \leq \int_0^T |x(T-t)|^2 dt \int_0^T |f(t)|^2 dt \tag{3.9}$$



الشكل 1.9: نموذج العدسة الرياضي (الحسابي).

بعد التدقيق، نجد أنّ هذه الحدود تصبح "مُشبَعة" (Saturated)، إذا:

$$f(t) = Ax^*(T-t) \quad \textbf{(4.9)}$$

حيث A عشوائية. يُعطي المرشح أقصى المُخرجات لإشارة المُدخلات إذا كان رد المرشح النبضي مساوياً للعدد المركب المرافق لتلك الإشارة معكوساً بالنسبة للزمن. ويسمّى هذا بالمرشح المتلائم، وعادة ما يستعمل للكشف عن/ ولتوقيت إشارات معروفة مثل صدى الرادار.

ولكن ما دخل المُرشحات المتلائمة بالعدسات؟ لنركز الشكل على وجهة نظر مجرّدة على العدسة كما هو مبيّن في الشكل 1.9، سنجد أنّ مقدار وطور موجة دورية تبدأ عند النقطة (x,z) وتصل إلى النقطة $(x',0)$ على سطح العدسة يتغيران مع انتشار الموجة. ويمكن وصف هذا التغيير في مقدار وطور الموجة عبر ضرب الموجة بعامل معقد هو $f(x,x',z)$ يتأثر بالمسافات. سنجد أنّ الإشارة التي يلتقطها كاشف عند الجهة البعيدة للعدسة تساوي تكامل f على سطح العدسة مضروباً بحدّ معادلة آخر $g(x')$ يحتوي المقدار، وإزاحة الطور الناتجين عن مرور الموجة في العدسة ومن ثمّ انتقالها حتى الكاشف؛ لنسمِّ المُعامِل العام الذي يعطي التغيير في المقدار والطور المكشوف عليهما بـ $d(x,z)$.

تُنتج f من عملية ضرب إزاحة الطور التي يسببها انتقال الموجة على المسافة من (x,z) إلى $(x',0)$، بتغيير المقدار الناتج عن انتشار الموجة. وبما أنّ التغيير في المقدار هو تصحيح إلى مرتبة أعلى من إزاحة الطور، سنأخذ إزاحة الطور فقط بعين الاعتبار في

حساباتنا ما يعطي:

(5.9)

$$\begin{aligned} f(x,x',z) &= e^{ikr} \\ &= e^{ik\sqrt{(x-x')^2+z^2}} \\ &\approx e^{ik\left[z+(x-x')^2/2z\right]} \\ &= e^{ikz}e^{ik(x-x')^2/2z} \end{aligned}$$

لجأنا هنا أيضاً إلى المقاربة الشبه محورة ($x - x' \ll z$) للمصادر القريبة من محور العدسة. ويمكن إلغاء حدّ المعادلة e^{ikz} أيضاً لأنّ ما يهمّنا هو الشكل الدالي لتأثير f المستعرض في x.

رد فعل الكاشف عبر تكامل انتشار f على العدسة وحدّ معادلة دالة رد فعل العدسة g سيكون:

(6.9)

$$d(x,z) = \int_{-D/2}^{D/2} g(x')f(x-x',z)dx'$$

هذا مجرّد التواء على x'، لذا إذا أردنا أن تنتج العدسة أقصى مخرجاتها لإشارة عند موضع ما (أي تركيز الموجات من المصدر على الكاشف) يجب أن تكون للعدسة، كما تعلّمنا في القسم السابق، دالة رد فعل مساوية للعدد المركب المرافق لمُعامِل الانتشار في الاتجاه المعاكس:

(7.9)

$$\begin{aligned} g(x') &= f^*(-x') \\ &= e^{-ik(x+x')^2/2z} \end{aligned}$$

تختزل هذه المعادلة بالنسبة للمصدر على المحور ($x = 0$) لتكون:

(8.9)

$$g(x') = e^{-ikx'^2/2z}$$

وهو ما يعني أن عدسة المُرشح المتلائم تملك تأثر طور تربيعي في المسافة x' من المحور.

لننظر الآن كيف يكون رد فعل عدسة في حالة إشارة بعيدة عن البؤرة. فإذا لاءمنا بين العدسة ومصدر على المحور $(0, z)$ حينما يكون المصدر فعلياً عند (x, z)، يكون رد الفعل:

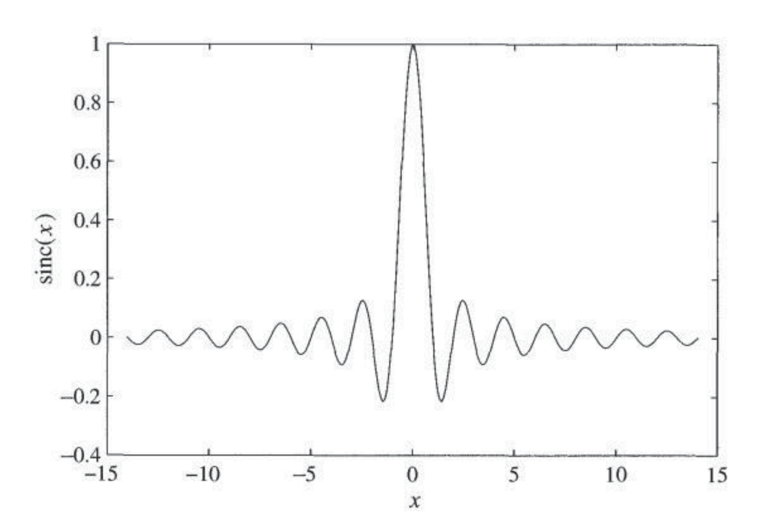
$$
\begin{aligned}
d(x,z) &= \int_{-D/2}^{D/2} g(x')f(x-x',z)dx' \\
&= \int_{-D/2}^{D/2} e^{-ikx'^2/2z} e^{ik(x-x')^2/2z} dx' \\
&= e^{ikx^2/2z} \int_{-D/2}^{D/2} e^{-ikxx'/z} dx' \\
&= -De^{ikx^2/2z} \frac{\sin(kxD/2z)}{kxD/2z} \\
&= -De^{ikx^2/2z} \operatorname{sinc} \frac{xD}{z\lambda}
\end{aligned}
\tag{9.9}
$$

حيث إنّ $\operatorname{sinc}(x) \equiv \sin(\pi x)/\pi x$، وهذه تسمّى دالة انتشار النقطة (Point Spread Function)، وتملك قمة مركزية (Central Peak) وطرفين جانبيين (Side Lobes)، كما تصبح دالة دلتا عند $D \to \infty$ (الشكل 2.9). وكما رأينا في البصريات الغاوسية فإنّ ميز العدسة (Resolution of the Lens) يتحسّن مع تزايد الفتحة؛ تدرس المسألة 2.9 الميز بتفاصيل أكثر.

يمكن استخدام مُرشح العدسات الملائمة الموافقة لتفيذ مجموعة متنوعة من المقاصد. فبتأخير الطور والقيام بالجمع إلكترونياً بدل القيام بهما فيزيائياً في قطعة زجاج يصبح من الممكن تصنيع عدسات تغطّي حيزاً أكبر من أنواع الشعاعات وطول موجاتها، كما يمكن تغيير خصائص هكذا عدسات بسرعة. تتألّف العدسة، في أبسط تطبيقاتها، من مصفوفة مرسلات ومستقبلات. وتظهر الحسابات التي قمنا بها بصورة معكوسة، أنّه بإدخال تأخير على الإشارات الخارجة يمكننا خلق شعاع يمكن توجيهه إلكترونياً، ثمّ بنفس التأخير على الشعاع المرتدّ من الممكن سبر جسم ما في نقطة معيّنة.

هذه طريقة عمل رادارات المصفوفة الطورية (Phased-Array Radar Works)؛ حيث ينتج عنه عدد من المستقبلات والمرسلات والمسافات بينها فصوص تشبيك

(Grating Lobes)، التي من شأنها التشويش أكثر على دالة انتشار النقطة الناتجة عن حجد الفتحة. وبما أنّ ميز العدسة يزداد مع تعاظم حجم العدسة D فمن المستحب أن يكون حجم الفتحة بصورة كبيرة قدر الإمكان، ولكن قيوداً فيزيائية، مثل حجم الساتل، تحدّ من حجم الفتحة الأقصى. غير أنّه بإمكان مسترسل (مرسل ومستقبل بنفس الوقت) وحيد أن يقوم بعمل مصفوفة أكبر بكثير عبر إرسال إشارات واستقبالها عند مواضع مختلفة من مساره مثل مدار الساتل، تُسمّى هذه التقنية فتحة مصنّعة (Synthetic Aperture) (Fitch, 1988)، وتُستعمل في رادارات الأقمار الصناعية، التي تمسح الأرض، ومحولات الطاقة الصوتية المقطورة التي تمسح المحيطات (المسألة 3.9).



الشكل 2.9: يوضح الصورة التنفيذية لدالة، $\text{sinc}(x) \equiv \sin(\pi x)/\pi x$

2.9 التصوير المتّسق

افترضنا في الحسابات السابقة أنّ الإشعاع متّسق (Coherent)، بحيث يكون التداخل ممكناً بغض النظر عن المسافة التي تقطعها الموجة. سنرى قريباً حدود هذا الافتراض، ولكن في حال كان هذا الافتراض مسوغاً، سيقوم كاشف يسجّل المتوسط التربيعي لمطال الموجة، بإهمال المعلومات المخزّنة في الطور. فما يمكن استعادته عبر التصوير المجسّم (الهولوغرافيا) (Holography) الذي يحفظ الطور بدلاً من الشدّة (Intensity) فقط (Gabor, 1948; Gabor, 1966).

لننظر في حزمتين من إشعاع متسق (Coherent Radiation)، على سبيل المثال

الضوء أو الصوت، الساقط على قطعة من فيلم أو أي مادة وسطية أخرى، سوف يستجيب للشدّة في المسطّح (x, y) (الشكل 3.9). إحدى الحزمتين لا تتغير بينما الثانية تتناثر عن جسم ما. فبعد أن تقطع مسافة r سيكون طور حزمة الإشعاع المرجعية (Reference beam Radiation) في مسطّح في فيلم هو:

$$\varphi_R = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} = e^{-i(k_x x + k_y y)} \quad (10.9)$$

بينما يغيّر الجسم مطال وطور حزمة الإشعاع المتناثرة ليعطي:

$$\varphi_O = A(x, y)e^{-i\theta(x,y)} \quad (11.9)$$

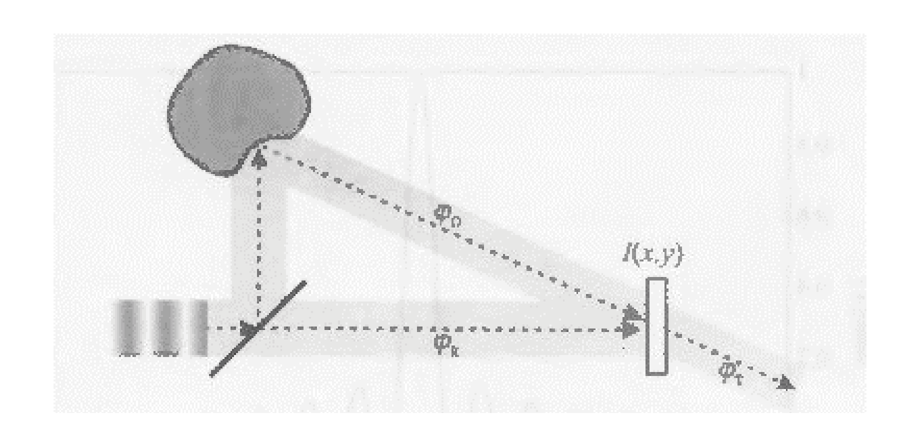
أمّا الشدّة المسجّلة على الفيلم فهي مربّع مقدار مجموع هذين:

$$\begin{aligned} I(x,y) &= |\varphi_O + \varphi_R|^2 \\ &= (\varphi_O + \varphi_R)(\varphi_O + \varphi_R)^* \\ &= \varphi_O\varphi_R^* + \varphi_O^*\varphi_R + \varphi_O\varphi_O^* + \varphi_R\varphi_R^* \\ &= A(x,y)e^{-i\theta(x,y)}e^{+i(k_x x + k_y y)} + A(x,y)e^{+i\theta(x,y)}e^{-i(k_x x + k_y y)} + |A|^2 + 1 \end{aligned} \quad (12.9)$$

الآن، فيما إذا أرسلنا لاحقاً حزمة إشعاع مرجعية مطابقة للحزمة المرجعية الأولى عبر هذا الفيلم، ستكون شدّة حزمة الإشعاع المرسلة مضمَّنة في النمط المسجّل:

$$\begin{aligned} \varphi_T &= I(x,y)e^{-i(k_x x + k_y y)} \\ &= A(x,y)e^{-i\theta(x,y)} + \left(\text{بنود خلفيّة}\right) \end{aligned} \quad (13.9)$$

يُعطينا الحدّ الأول من المعادلة حزمة مرسلة متطابقة مع الضوء الوارد من الجسم، بينما ينتج عن الحدود الأخرى للمعادلة أنواع مختلفة من الخلفيات (وهج وصور افتراضية غير مركّزة) ما يمكن إلغاؤه عبر ترتيبات هندسية عالية الدقة. فالتطابق بين حزمة الإشعاع المرسلة والحزمة الواردة من الجسم هو فعلاً تامّ، وليس هناك أدنى فرق بينه وبين ما يمكن أن نراه في حال كان الجسم موجوداً فعلياً، طبعاً في حدود الفيلم. لكن الفرق الأكثر وضوحاً بين التصوير المجسّم والتصوير العادي غير المتّسق (Incoherent) على الفيلم هو الاختلاف الموضعي (Parallax): فالصورة تختلف تبعاً للاتّجاه الذي ننظر إليها منه.



الشكل 3.9: خلق تصوير تجسيمي (هولوغرام).

يمكننا، بدلاً من خلق تصويرات تجسيمية (هولوغرامات) (Holograms) عبر تسجيل الضوء المرتدّ عن أجسام فعلية، أن نخلقها رقمياً لصنع تصويرات تجسيمية تركيبية إن على أفلام أو بشكل فوري عبر مضمّن صوت – بصري سريع (Fast Acousto-Optic Modulator) (الفصل 11) (Lucente, 1997) وبما أنّه بالإمكان تصميم تصويرات تجسيمية تكون بمنزلة عناصر بصرية مجسّمة (Holographic Optical Elements) (HOEs)، فإن الصفائح الرقيقة سيكون من شأنها أن تحوّل الضوء المتّسق بطرق مستحيلة على العدسات العادية (Stern, 1996). نستخدم عادة وبصورة روتينية العناصر البصرية المجسّمة (HOEs) في تطبيقات مختلفة، مثل المسح الإشعاعي اللايزري (Laser Beam Scanning)، وتصميم أطوال الموجات (Wavelength Multiplexing)، ولوحات العرض الرأسية (Heads-Up Displays) (Sweatt, 1979; Rallison, 1984; Herzig & Dandliker, 1987).

بالطبع ليست مصادر الضوء الحقيقية مثالية الاتّساق، فإذا قاربنا الطيف وكأنّه غاوسي عرضه $\Delta\omega$، بالتالي يمتلك التوزيع الزمني غلافاً غاوسياً أيضاً $\Delta t = 1/\Delta\omega$ بسبب أنّ متحوّل فورييه للغاوسي هو غاوسي أيضاً مع تغيّر معكوس (المعادلة 23.3)، ولذا:

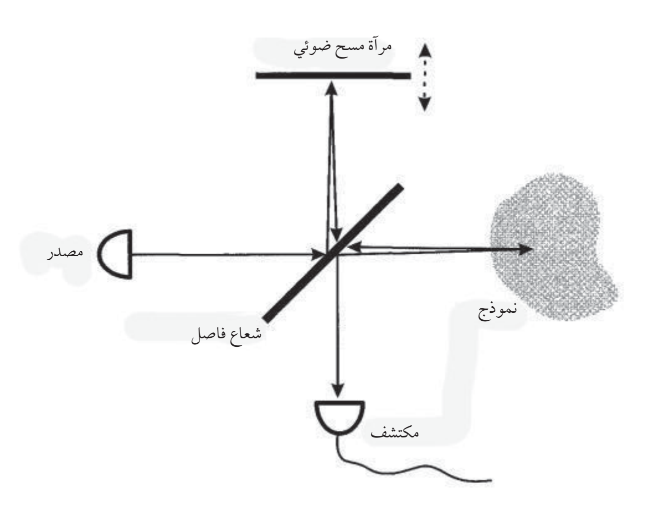
$$\Delta\omega\,\Delta t = 1 \qquad \textbf{(14.9)}$$

أو:

$$\Delta f \Delta t = \frac{1}{2\pi} \qquad (15.9)$$

تُسمّى هذه علاقة عدم التيقن مع التردد والزمن (Frequency-Time Uncertainty). ترتبط المسافة $c\Delta t$ بـ الانتشار الزمني (Temporal Spread) وتسمّى طول الاتّساق (Coherence Length). هذا هو الفرق الأقصى في المسارات الذي يسمح برؤية التداخل. حيث تملك أغلب اللايزرات المستقرّة عرضاً خطّياً أقل من هيرتز واحد ما يعطي طول اتّساق كبير جد بحيث يمكن تجاهله في أغلب التطبيقات ما عدا القياسات الأكثر حساسية في علم المقاييس. وقد تملك مصادر الضوء غير المتّسق عرض خطّ (Linewidths) يتجاوز عشرات وحتى مئات النانومترات، ما يعطي طول اتّساق بحدود بضعة ميكرونات.

إذا أضأنا الهولوغرام بضوء عريض النطاق تتناثر كل موجة على زاوية مختلفة ويسبب بـ عدم وضوح الصورة (يغبّش الصورة) (Blurring the Image). ويمكن تخفيف هذا الغباش عبر استعمال فتحة طولية لحصر عرض الإشعاع المنعكس عن الجسم المستعمل لخلق الهولوغرام، بحيث لا تتشابك الصور الناتجة عن الألوان المختلفة عندما ننظر إليها بضوء غير متّسق (Benton, 1969).



الشكل 4.9: توموغرافيا الاتّساق البصري (لقد أزحنا الشعاعات في الشكل من أجل الوضوح).

عندما تُستخدم توموغرافيا الاتّساق البصري(*) (Optical Coherence Tomographes) (OCT)، يصبح الاتّساق المحدود ميّزة بدل أن يكون عيباً (Huang et al., 1991)، هذه الفكرة مبيّنة في الشكل رقم (4.9). حيث يدخل الضوء الوارد من مصدر طول اتّساقه قصير في إنترفيرومتر (مقياس تداخل) مايكلسون (Michelson Interferometer)، فتنعكس حزمة الإشعاع عن المرآة، بينما تتناثر حزمة الإشعاع الأخرى عن العيّنة. ثمّ نجمعهما من جديد عبر مقسّم الحزمات ونكشف عليه بكاشف ضوئي. فإذا تطابق طول المسارين تماماً يكون تراكب حزمتي الإشعاع بنّاءً مؤدياً بالتالي إلى إشارة قويّة. وبسبب قِصَر طول الاتّساق، إذا اختلف المساران ولو قليلاً يرى الكاشف خلفية غير متّسقة، ثمّ بمسح المرآة نحصل على شكل تناثر كدالة للعمق في العيّنة؛ ويمكن تجميع هذه القياسات في صورة ثلاثية الأبعاد عبر تحريك العيّنة. تقدّم توموغرافيا الاتّساق البصري (OCT) احتمال تطبيقات طبيّة مهمّة بسبب قدرتها على إعطاء معلومات داخلية انطلاقاً من مصدر ضوء خفيف وغير مؤذٍ.

3.9 توموغرافيا محوسبة

تتقيّد توموغرافيا الاتّساق البصري (OCT) بالعمق الذي يمكن سبره، حيث يجب أنّ تتناثر الفوتونات لترتدّ إلى الكاشف، وإذا تناثرت عدّة مرات داخل العيّنة تتضاءل جودة الصورة. هناك حدود مضادّة تقيّد الإشعاعات ذات طاقة أعلى مثل الأشعة السينية: فأغلب الفوتونات هي إما تنفذ عبر العيّنة أو أنّها تُمتَصّ. ويسمح قياس هذا الامتصاص كدالة للاتّجاه بالكشف عن البنية الداخلية للجسم عبر التوموغرافيا المحوسبة (Computed Tomography) (CT)، والتي تسمّى أيضاً توموغرافيا محوسبة محورياً (Computerized Axial Tomography) (CAT)، أو توموغرافيا مدعومة بالحاسوب (Computer-Assisted Tomography) (C-AT) (Kak & Slaney 1988).

لنفترض أنّ $\rho(x, y)$ تمثل توزيع مُعامِل الامتصاص (Absorption Coefficient) في مادة في شريحة ثنائية الأبعاد (الشكل 5.9)، ولنفترض أنّ الإشعاع مولَّد على شكل

(*) توموغرافيا، تعني التصوير المقطعي، ولكن اتفق عليها اصطلاحاً توموغرافيا مما يجعلنا نفضل استخدامها (المترجم).

رزمة متوازية تميل بزاوية θ بالنسبة إلى المحور x، ولتكن (s,t) الإحداثيات في اتّجاه لـ، و، عاموديا على، الإشعاع. نجد أن $A_\theta(t)$ هي الامتصاص في هذا الاتّجاه عبر الإسقاط تبعاً لاتّجاه s:

(16.9)

$$\begin{aligned} A_\theta(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(s,t)ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(s,t')\delta(t'-t)dsdt' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)dxdy \end{aligned}$$

يسمّى هذا متحوّل رادون (Radon Transform) (Radon 1917)؛ وهو إسقاط متوازٍ على محور t.

لننظر الآن إلى متحوّل فورييه الفضائي لكثافة الامتصاص:

(17.9)

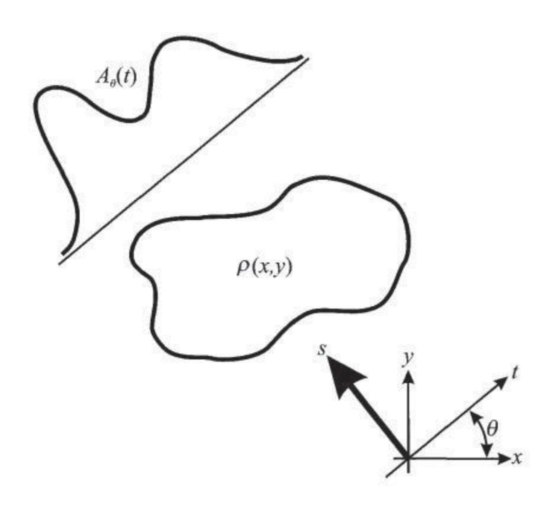
$$R(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)e^{-i2\pi(ux+vy)}dxdy$$

وإذا أعدنا صياغة الإحداثيات الفضائية التبادلية u وv حسب الإحداثيات القطبية r وθ (دون تغيير التكامل إلى إحداثيات قطبية) نجد:

(18.9)

$$\begin{aligned} R(r\cos\theta, r\sin\theta) &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)e^{-i2\pi r(x\cos\theta + y\sin\theta)}dxdy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\, X \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi rt}\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)dt\right]dxdy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)\,dxdy\right]\times e^{-i2\pi rt}dt \end{aligned}$$

$$R(r\cos\theta, r\sin\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} A_\theta(t)e^{-i2\pi rt}dt$$



الشكل 5.9: الشكل الهندسي لإعادة بناء توموغرافي.

إنّ متحوّل فورييه لمتحوّل رادون على طول محور الإسقاط يساوي متحوّل فورييه لكثافة الامتصاص في الإحداثيات القطبية، هذه هي مبرهنة القطع الخاصة بفورييه (Fourier Slice Theorem). وإذا قمنا بقياس الإسقاط المتوازي لعدّة قيم لـ θ يمكن بالتالي قلب هذه العلاقة لإيجاد التوزيع الداخلي. وهكذا يعمل مسح توموغرافيا محوسبة محورياً (CAT). فالحسابات المماثلة تنفع في حالة مصدر نقطة يولّد حزمة إشعاع مروحية أو مخروطية بدل الانتشار المتوازي الذي افترضناه هنا.

4.9 تصوير الرنين المغناطيسي

التقنيات التي ناقشناها أعلاه تعطينا معلومات عن وجود الأشياء، ولكن لا تقول لنا ما هي. أمّا الرنين المغناطيسي (Magnetic Resonance Imaging) (MRI) فيبحث في بيئة الدوران النووي ليعطينا فكرة عن التركيبات الكيميائية الهامّة، بالإضافة إلى معلومات فضائية. فهو يعتمد على الرنين المغناطيسي النووي (Nuclear Magnetic Resonance) (NMR)، ولكن تم تغيير اسمه كي لا يثير الخوف (رغم أنّ الطاقة المتعلقة به هي مجرّد جزء بحدود $10^{13}\sim$ تقريباً من الطاقة اللازمة للتفاعلات النووية). لنفهم الرنين المغناطيسي النووي أكثر يجب تقديم الخصائص الأساسية للدوران، وهذا ما ستقوم به الفصول 10 و12 و15.

تملك الجسيمات والأنظمة الكموميّة المغناطيسية عزماً مغناطيسياً ذاتياً (Intrinsic

(Magnetic Moment، μ، وتمتلك زخماً زاوّيّاً (Angular Momentum)، $\vec{J}$، تربط بينهما النسبة المغناطيسية الدورانية (Gyromagnetic Ratio)، γ:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{J} \tag{19.9}$$

يمكن اعتبار أي جسيم تشكيلًا دورانيّاً وثنائي قطب مغناطيسي بنفس الوقت، وبالتالي يؤدي ذلك لتسمية هذه الخاصّة بـ دوران (Spin) (مع أنّه لا شيء يدور بالمعنى التقليدي للكلمة). فإذا طبقنا حقلاً مغناطيسياً سينتج عنه عزم دوراني (Torque Spin) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ على العزم المغناطيسي، الذي من شأنه أن يساوي معدل التغيير في الزخم الزاوّي:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \qquad \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\mu} \times \gamma \vec{B} \tag{20.9}$$

وعليه يبرم الدوران حول الحقل مع تردد γB ويسمّى تردد لارمور (Larmor Frequency). ومع أنّ هذه النتيجة كلاسيكية إلا أنها تتفق مع الحسابات الكموميّة في حدود اللاتفاعل بين الدورانات (Slichter, 1992).

يمكن تقدير النسبة المغناطيسية الدورانية الخفية، التي تربط ما بين العزم المغناطيسي والزخم الزاوّي بصورة شبه كلاسيكية، وذلك بافتراض شحنة q تنتقل على مدار نصف قطره r ودورته T. حيث إنّ الزخم الزاوّيّ هو:

$$J = mvr = m\frac{2\pi r}{T}r \tag{21.9}$$

وسيكون التيار

$$I = \frac{q}{T} \tag{22.9}$$

بينما العزم المغناطيسي هو:

$$m = IA = \frac{q}{T}\pi r^2 \qquad (23.9)$$

ما يعني أنّ النسبة المغناطيسية الدورانية هي:

$$m = \gamma J \Rightarrow \gamma = \frac{q}{2m} \qquad (24.9)$$

هذه النتيجة مستقلّة عن نصف القطر، ما يوحي بأنّها صحيحة بشكل عامّ. وفي الحقيقة إنّ هذا التقدير هو تقريب من النتائج التي نحصل عليها من حسابات ذرية ونووية صرفة. ولعل التناسب العكسي مع الكتلة يعني أنّ هناك فرقاً من عدة مراتب بين ترددات الرنين النووي والرنين الإلكتروني (المسألة رقم 4.9).

نستخدم في تجربة الرنين النووي المغناطيسي (NMR) حقلاً مغناطيسياً قوياً نعتبره بالعادة في اتّجاه المحور $\hat{z}$. ويتحدد ميز وحساسية الأدوات تبعاً لشدّة الحقل؛ وتملك آلات قياس الطيف الكبيرة حقولاً ساكنة بحدود 20 تسلا (20T). تصطفّ الدورانات في العيّنة حول هذا الحقل وفي حالة التوازن بتوزيع حراري. أمّا فائض الدورانات الجزئي في اتّجاه الحقل، والذي هو بحدود $\sim 10^{-5}$ لحقول بمستوى بضع وحدات تسلا، فيمغنط العيّنة. كما نضع ملفّاً في الاتّجاه المستعرض على الحقل الساكن من شأنه توليد حقل تردد راديوي (RF) ما يوجّه الدوران داخل المسطّح (x, y) (نبض ميلي (Tipping Pulse)). وبعد إطفاء الملفّ تبرم المغنطة حول الحقل الساكن، مولّدة بدورها إشارة تردد رديوية داخل الملفّ. ويستمرّ اضمحلال الحث الحرّ (Free Induction Decay) (FID)، حتى تهدأ الدورانات وتعود إلى توزيعها الحراري، ما يستغرق عادة فترة بضع ثوانٍ نسمّيها عادة T_1.

تتحدد قوة الإشارة تبعاً لعدد الدوران، أمّا النسبة المغناطيسية الدورانية فتتحدد تبعاً لـ فصيلة الدوران (Spin Species) فيما يتغير الحقل المغناطيسي المحلي داخل المادة تبعاً للحقول الداخلية. ولذا يقدّم طيف الترددات الرديوية معلومات مفصّلة عن كثافة ونوع الدورانات كما عن بيئاتها الكيميائية المحلية. ولتحديد موضعها نضيف تدرّجاً إلى الحقل الساكن.

لتكن $f(\omega)$ إشارة الرنين المغناطيسي النووي كدالة للتردد، معيّرة عند 1:

$$\int f(\omega)d\omega = 1 \quad (25.9)$$

وبالمثل ليكن $\rho(\vec{r})$ التوزيع الفضائي المعيّر لكثافة الدوران الباحث:

$$\int \rho(\vec{r})d^3\vec{r} = 1 \quad (26.9)$$

فإذا كان من الممكن تقريب التدرّج كميلٍ ثابِتّ في اتّجاه المحور z:

$$B(z) = B_0 + Gz \quad (27.9)$$

تكون ترددات الرنين كدالة الموضع:

$$\omega(z) = \gamma B = \gamma B_0 + \gamma Gz \quad (28.9)$$

أو:

$$d\omega = \gamma Gdz \quad (29.9)$$

وبسبب هذا التدرّج، يعطي تكامل كثافة الدوران على شريحة ما مكوّن طيف الرنين المناسب:

$$f(\omega)d\omega = dz\int\int \rho\big(x, y, z(\omega)\big)dxdy$$
$$f(\omega)\gamma G = \int\int \rho\big(x, y, z(\omega)\big)dxdy \quad (30.9)$$

ومن هنا نرى أنّ متحوّل فورييه لاضمحلال الحث الحرّ يقدّم خريطة لكثافة الدوران على شكل دالة لـ z، ثمّ تساعدنا تدرّجات إضافية على إعادة بناء توزيع الدوران بأكمله (Lauterbur 1973; Stehling et al., 1991). فإسقاط كثافة الدوران في شريحة معيّنة يشبه إسقاط متحوّل رادون لمُعامِل الامتصاص على شريحة معيّنة. حيث يعتمد الميّز الفضائي (Spatial Resolution) على قوّة التدرّجات وتجانس الحقل؛ وتجاور البضعة ميكرونات في أفضل الأجهزة.

يمكن القيام بالتحليل الفضائي والكيميائي بنفس الوقت، وإحدى أهم نتائج هذه الإمكانية كانت تطوير التصوير بـ الرنين المغناطيسي الوظيفي (Functional Magnetic Resonance Imaging (FMRI)) (Functional Ogawa et al., 1990; Kwong 1995). فمن الممكن قياس التغيير في "أكسجنة الهيموغلوبين" (Oxygenation State of Hemoglobin) لمعرفة كمّية الأكسجين في الدم، كما قد اكتُشِفَ تجريبيّاً أنّ الدماغ يرسل أكسجيناً أكثر لأجزائه النشِطة. يقدّم هذا بـ التباين المعتمد على مستوى الأكسجين في الدم (Blood-Oxygen-Level-Dependent) (BOLD) وسائل تتيح فهم نشاط الدماغ مكانياً، كما أنّه قد سمح بتعيين أماكن ليس للمهارات الحركية الكبرى فحسب، بل إنّما الأفكار المجرّدة لدى حدوثها.

5.9 المسائل المعكوسة

كلّ من هذه التقنيات التي رأيناها حتى الآن هي إضاءة عميقة في مجال معيّن لاستعمال قياسات تساعد على تقدير مصادر الإشارات. أمّا المنهجية العامّة التي تستبدل كل هذه التفاصيل المتفرّقة بمسائل خاصّة بكلّ مجال وبإطار عمل يعمل ارتجاعياً من المراقبة حتى الاستدلال، فهو دراسة المسائل المعكوسة (Inverse Problem).

لنفترض أنّ $\vec{y}$ متّجه قياس (شدّة البيكسل (Pixel)، شكل موجات هوائي...) وليكن $\vec{x}$ حالة المعلومات الداخلية المرغوبة (توزيع الكتلة، مكان طيارة،...) وليكن $\vec{y}=\vec{f}(\vec{x})$ نموذجاً مباشراً (Forward Model) الذي يربط بينهما (بصريات هندسية، انتشار موجات راديوية...). من المغري أن نكتب $\vec{x}=\vec{f}^{-1}(\vec{y})$ بكلّ بساطة، إنّما هنالك مشكلتان تواجهان هذه الصياغة: قد تكون $\vec{f}$ دالة شديدة التعقيد بحيث لا تكون دالتها العكسية متوافرة، كما قد يملك $\vec{x}$ عناصر أكثر من $\vec{y}$. فمثلاً يمكن أن نبحث عن توزيع ثلاثي الأبعاد انطلاقاً من مراقبة ثنائية الأبعاد.

إذا كانت القياسات تتضمّن ضجيجاً، فمن الضروري اللجوء إلى علاقة احتمالية $p(\vec{y}|\vec{x})$. هذه العلاقة أيضاً يجب عكسها لكوننا نريد إيجاد قيمة $\vec{x}$ الأكثر ترجيحاً، انطلاقاً من قياس $\vec{y}$، حيث تسمح لنا "مبرهنة بايز" (Bayes' Theorem) القيام بذلك:

$$\max_{\vec{x}} p(\vec{x}|\vec{y}) = \max_{\vec{x}} \frac{p(\vec{x}|\vec{y})p(\vec{x})}{p(\vec{y})} \quad (31.9)$$

أو:

(32.9)

$$\max_{\vec{x}} \log p(\vec{x}|\vec{y}) = \max_{\vec{x}} \log \frac{p(\vec{x}|\vec{y})p(\vec{x})}{p(\vec{y})}$$
$$= \max_{\vec{x}}[\log p(\vec{x}|\vec{y}) + \log p(\vec{x}) - \log p(\vec{y})]$$

يسمّى $p(\vec{x}|\vec{y})$ احتمالاً لاحقاً (Posterior) لأنّه يزيد معلوماتنا عن الحالة الداخلية بعد قياس ما يمكن مراقبته. ويمثّل $p(\vec{y}|\vec{x})$ الأرجحية (Likelihood) ويعطي الاحتمال إلى الأمام للمراقبة. في حين أن حدّ المعادلة $p(\vec{y})$، يسمى الدليل (Evidence)، فهو يقيس مدى ثقتنا بالمعطيات ولا تأثير له في التعظيم في حالة مجموعة معطيات وحيدة. أمّا حدّ المعادلة في الوسط $p(\vec{x})$، فيسمّى مسبق (Prior) أو منظّم (Regularizer)، فيمثّل التغيير المهم. ويعبّر عمّا نظنّه بخصوص الحالة الداخلية قبل أن نجمع أي معلومات، مثلاً إن كان لا بد أن يكون التوزيع ممهداً أو أنّه يملك خصائص حادّة.

إنّ المسائل التي يمكن صياغتها بدالة غرين (المعادلة 44.5) مصادرها خطية، ما يسمح بحساب التعظيم عبر قلب المصفوفة (مفترضين أنّ تطبيق المسبق هو أيضاً خطي). وإنّ هذا المعكوس مشروط جيداً بسبب وجود المنظّم. وبشكل عامّ يجب القيام ببحث غير خطي لإيجاد حلّ مقبول؛ فهناك حلول تقريبية فعالة قد طُوِّرَتْ للقيام بهذا البحث في فضاءات الموسطات العالية الأبعاد (High-Dimensional Parameter Spaces) (Besag et al., 1995).

يمكننا اللجوء إلى التعظيم لإيجاد قيمة $\vec{x}$ عند مجموعة متقطعة من الأماكن، أو لإيجاد الموسطات في تمثيل متواصل لـ $\vec{x}$. فعلى سبيل المثل، ينتج حد أرجحية أقل المربعات من لوغاريتم لنموذج خطأ غاوسي، وقصوى الإنتروبي المسبق يوجد التوزيع الذي يقدّم أضعف الافتراضات بما يخص المعطيات، وبالتالي إذا أردنا إيجاد $(x_1, \ldots, x_N)$ انطلاقاً من $(y_1, \ldots, y_M)$ علينا أن نحلّ:

(33.9)

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_n}\left[-\sum_{m=1}^{M} \frac{[f_m(x_1, \ldots, x_N) - y_m]^2}{\sigma_m^2} - \lambda \sum_{n'=1}^{N} x_{n'} \log x_{n'}\right]$$

تُعطي هذه المعادلة منظومة معادلات لـ x_n. الخطأ في القياس هو σ_m، بينما تسيطر

على المبادلة الأساسية بين الثقة بالمعطيات والثقة بمعتقداتنا المتقدّمة. لنلاحظ أنّه كان بالإمكان وضع مُضاعف لاغرانج أمام أي طرف كان على السواء. بينما قد يبدو إدخال مسبق وكأنّه ينتهك قداسة المعطيات، فإنّ أي عملية تجريبية تتضمّن ضمناً مسبقاً بشكل أو بآخر، حتى لو لم يظهر صراحة، يخوّلنا التعميم انطلاقاً من مجموعة قياسات محدودة. نظرياً يمكننا عبر الجمع بين المسبق والبحث الخوارزمي أن نستنتج أغلب مصادر الإشارات المعقولة من أي مجموع قياسات. أمّا من الناحية التطبيقية، فإنّ النجاح يكمن في تفاصيل التنفيذ، إنّما هناك مروحة عريضة من العِبر عن البحث، والمحددات والتقريبات الوظيفية التي من شأنها أن تساعدنا على تطوير مقاربات جديدة للتصوير (Gershenfeld, 1999a).

6.9 مراجع مختارة

[Kino, 1987] Kino, Gordon S. (19987). *Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

صوتيات متقدّمة، يتطرّق إلى العدسات المركبة، الهولوغرافي والمجهريات.

[Slichter, 1992] Slichter, Charles P. (1992). *Principles of Magnetic Resonance*. 3rd edn. New York: Springer-Verlag.

مقدّمة جيدة جداً للرنين المغناطيسي (والميكانيك الكموميّ).

[Shung et al., 1992] Shung, K. Kirk, Smith, Michael B., & Tsui, Benjamin. (1992). *Principles of Medical Imaging*. San Diego: Academic Press.

التوموغرافيا المدعومة بالحاسوب وما إلى هنالك.

[Press et al., 1992] Press, William H., Teukolsky, Saul A., Vetterling, William T., & Flannery, Brian P. (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 2nd edn. New York: Cambridge University Press.

يقدّم ”وصفات“ تطبيقية جيدة للمسائل المعكوسة والمتحوّلات.

7.9 مسائل

(1.9) هل تُعتبر عدسة كروية رقيقة (مثل تلك التي درسناها في الفصل السابق) مرشحاً مطابقاً للاستجابة مثل المعادلة (8.9)؟

(2.9) إنّ قدرة ميز العدسة تُحدَّد بالنسبة إلى المسافة بين النقطتين اللتين تكون دالة انتشار النقطة عندهما قد انخفضت 3 دسيبل عن قيمتها القصوى. يمكن ميز جسمين في حال كانت تفصل بينهما هذه المسافة. يُعرَف هذا أيضاً باسم معيار رايليه (Rayleigh's Griterion): القيمة القصوى الأولى لدالة انتشار النقطة من الجسم الأول تحتل نفس مكان القيمة الأدنى الأولى لدالة الانتشار من الجسم الثاني.

(أ) ما قدرة الميز للمعادلة (9.9) بالنسبة إلى طول الموجة وحجم فتحة العدسة والمسافة من العدسة؟

(ب) ما حجم الفتحة اللازم لميز1 سم على مسافة 1 ملم لإشارة فوق - صوتية (100 كيلو هيرتز) في الهواء (~350 ملم/ث)؟

(ج) ما حجم الفتحة اللازم لميز 1 سم لساتل رادار (10 جيغاهيرتز) على مدار أرضي منخفض (~200 كلم)؟ ما زاوية هذه الفتحة المقابلة لسطح الأرض؟

(3.9) انطلاقاً من دالة التأخير $g(x')$ نفّذ مُرشح متلائم في مسطّح رادار ذي فتحة مركبة شبه محورية. افترض أنّ المسترسل يتحرّك على خط مستقيم وأنّه يرسل موجة كروية عند كل نقطة بينما يجمّع الإشارة المرتدّة ملتوية بفعل $g(x')$. وأنّ سرعة المسترسل بطيئة بالنسبة إلى سرعة الموجة.

(4.9) قدّر تردد الرنين النموذجي لدوران نووي (NMR) ودوران إلكتروني (ESR) في حقل 1 تسلا.

(5.9) لتكن شحنة نقطة بقرب مسطّح أرضي موصل لامتناهٍ.

(أ) باستعمال طريقة صورة الشحنة، ما هو توزيع الشحنة على المسطّح؟

(ب) افترض أنّ المسطّح مقسّم إلى شبكة إلكترودات مربّعة واحسب تحليلاً تكامل كثافة الشحنة لإيجاد الشحنة المُقاسة عند كلّ إلكترود.

(ج) قيّم عددياً توزيع شحنة الإلكترود المولّد من قِبل الشحنة النقطية.

(د) بالاعتماد على هذه القياسات قيّم توزيع الشحنة عند المصدر على شكل دالة معتمدة على العلوّ فوق مركز توزيع الشحنة السطحي. يمكن البدء بأقل المربعات لدالة الأرجحية، ثم استعمال مجموع مربّعات شحنات المصدر لمنظّم. ثمّ اشكل توزيع الشحنة بالتوافق مع تغيير وزن المنظّم مظهرين كمّية الشحنات الأدنى الموافق للخطأ العامّ.

الفصل العاشر

الأجهزة والمواد شبه الموصّلة

يشكّل هذا الفصل قلب الكتاب. لقد رأينا كيف يمكن للظواهر الفيزيائية أن تمثّل وتنقل المعلومات وسنرى لاحقاً كيف يمكن إدخالها وتخزينها وإخراجها، أما الآن فسنتطرّق إلى الأجهزة الإلكترونية الأساسية التي تحوّلها. ولفهم هذه الأجهزة، علينا أوّلاً أن نفهم سلوك الإلكترونات داخل المادة. سنبدأ بمراجعة الميكانيك الإحصائي للأنظمة الكموميّة (Statistical Mechanics of Quantum Systems)، ثمّ نحلّ نموذجاً مُبَسَّطاً لجسيم في كمون دوري لنقدّم فكرة بنية الحزام (Band Structure). وبالاعتماد على هذا التكميم لحالات الإلكترونات المتاحة سندرس الوصلة (Junction) والأجهزة شبه الموصلة (Semiconductor Devices) التي ترتكز على مفعول الحقل (Field-Effort) ممهدين بذلك لمقدّمة إلى المنطق الرقمي (Digital Logic). ويقفل الفصل على بضعة حدود فيزيائية أساسية لتصنيع واستعمال هذه الأجهزة.

1.10 الميكانيك الكموميّ الإحصائي

عندما قدّمنا الميكانيك الإحصائي في القسم 4.3 لم نهتمّ بالميكانيك الكموميّ، ولكنّا الآن مضطرّون: الميكانيك الكموميّ أساسي في شرح الحالات المتاحة للإلكترونات في شبه الموصّلات. ولا بدّ أن يشتمل إحصاؤنا على الإشغال المسموح وعدد الإلكترونات المتغيّرة على شكل دالة للحقول الخارجية والإشابة الداخلية (Internal Cloping).

لنتذكّر أنّ التوزيعات الميكانيكية الإحصائية تُوجَد عبر تعظيم الإنتروبي، وبالخضوع

إلى قيود خارجية يعبّر عنها بمضاعفات لاغرانج. لقد رأينا في المعادلة (60.3) أنّ تثبيت معدل الطاقة:

$$\sum_i E_i P_i = E \qquad \textbf{(1.10)}$$

يؤدي إلى درجة الحرارة $\beta = 1/kT$ ويعطي دالة التجزيء للتوزيع المعياري:

$$\mathcal{Z} = \sum_i e^{-\beta E_i} \qquad \textbf{(2.10)}$$

أمّا تغيير عدد الجسيمات فيؤدي إلى قيد آخر:

$$\sum_i N_i p_i = N \qquad \textbf{(3.10)}$$

حيث يعدّ المجموع عدد الجسيمات الممكن N_i في كل حالة، وN هو العدد المتوقّع لكلّ الجسيمات في النظام. وإذا أضفنا هذه النتيجة على المعادلة (49.3) وكررنا اشتقاق توزيع الإنتروبي الأقصى نحصل على دالة تجزيء لـ التوزيع المعياري الكبير (Grand Cannonical Distribution):

$$\mathcal{Z} = \sum_i e^{-\beta(E_i - \mu N_i)} \qquad \textbf{(4.10)}$$

حيث يعدّ المجموع الحالات المتاحة وإشغالها الممكن، و E_i هي الطاقة الكاملة لتشكيل معيّن. وبالتالي يمكن إيجاد القيمة المتوقّعة (Expected Value) لأي كمّية f_i تعتمد على حالة النظام عن طريق:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \sum_i f_i e^{-\beta(E_i - \mu N_i)} \qquad \textbf{(5.10)}$$

إنّ الموسط الجديد الناتج عن القيد على عدد الجسيمات هو μ، الكمون الكيميائي (Chemical Potential). ومجدداً تُظهر المقارنة بين تعريفات الديناميكا الحرارية الميكروسكوبية والماكروسكوبية، وأنّ الكمون الكيميائي يساوي معدل تعاظم الطاقة

الحرة F بالتناسب مع إضافة الجسيمات على النظام (Reif, 1965).

(6.10)

$$\mu = \frac{\partial F}{\partial N}$$

لنتذكر أنّ هناك نوعان من الأنظمة الكموميّة: الفيرميونات تمتلك رقم دوران نصف عدد صحيح (1/2 Integer Spin)، ولا يمكنها احتلال نفس الحالة الكموميّة بسبب مبدأ استبعاد باولي (Pauli Exclusion Principle)؛ والبوزونات، تملك رقم دوران صحيح، ويمكنها إشغال نفس الحالة الكموميّة. وبما أنّ الإلكترونات هي فيرمونات، سنحلّ المعادلة 5.10 آخذين بعين الاعتبار بأنّ كل حالة منها تستوعب إلكتروناً واحداً فقط. وعندما نتطرّق إلى الفوتونات، والتي هي بوزونات، في الفصل الحادي عشر سنبحث عن حلول تسمح بعدد لامتناهٍ من الجسيمات في كل حالة.

إنّ الكمّية الإحصائية الأكثر أهمية هي الإشغال المتوقّع للحالات الكموميّة المتاحة على شكل دالة لطاقتها وحرارتها. فإذا كان هناك N_i جسيم في الحالة الكموميّة ith، مع طاقة جسيم واحد E_i، متجاهلين التفاعل بين الجسيمات ونفترض أنّ الطاقة الكاملة هي $E_i N_i$، يكون عدد الجسيمات المتوقّع في حالة s مجموع كلّ التشكيلات الممكنة:

(7.10)

$$\langle N_s \rangle = \frac{\sum_{N_1} \sum_{N_2} \dots N_s e^{-\beta(E_1N_1+E_2N_2+\cdots)+\beta\mu(N_1+N_2+\cdots)}}{\sum_{N_1} \sum_{N_2} \dots e^{-\beta(E_1N_1+E_2N_2+\cdots)+\beta\mu(N_1+N_2+\cdots)}}$$
$$= \frac{\sum_{N_s} N_s e^{-\beta E_s N_s+\beta\mu N_s}}{\sum_{N_s} e^{-\beta E_s N_s+\beta\mu N_s}}$$

من الممكن إخراج N_s من كلّ المجاميع الأخرى، وبالتالي تختزل كل أطراف بسط ومقام الكسر إلاّ الذي يحتوي على N_s. ومن الممكن الآن حلّ المعادلة (7.10) في حالتين مهمّتين:

- **الفيرمونات**

هنا يكون N_s أو 0 أو 1 لأنّه من غير الممكن وجود أكثر من فيرمون واحد في كلّ حالة:

$$\langle N_s \rangle = \frac{\sum_{N_s=0}^{1} N_s e^{-\beta E_s N_s + \beta \mu N_s}}{\sum_{N_s=0}^{1} e^{-\beta E_s N_s + \beta \mu N_s}} \tag{8.10}$$
$$= \frac{0 + e^{-\beta E_s + \beta \mu}}{1 + e^{-\beta E_s + \beta \mu}}$$
$$= \frac{1}{e^{\beta (E_s - \mu)} + 1}$$

يسمّى هذا التوزيع توزيع فرمي – ديراك (Fermi-Dirac Distribution).

- **البوزونات**

أمّا بالنسبة للبوزونات فيتراوح الجمع إلى N_s ما بين 0 و∞:

$$\langle N_s \rangle = \frac{\sum_{N_s=0}^{\infty} N_s e^{-\beta E_s N_s + \beta \mu N_s}}{\sum_{N_s=0}^{\infty} e^{-\beta E_s N_s + \beta \mu N_s}} \tag{9.10}$$
$$= \frac{\sum_{N_s=0}^{\infty} N_s C^{N_s}}{\sum_{N_s=0}^{\infty} C^{N_s}} \qquad \left(C \equiv e^{-\beta E_s + \beta \mu}\right)$$
$$= \frac{C \frac{d}{dC} \sum_{N_s=0}^{\infty} C^{N_s}}{\sum_{N_s=0}^{\infty} C^{N_s}}$$
$$= \frac{C \frac{d}{dC} (1 - C)^{-1}}{(1 - C)^{-1}}$$
$$= \frac{C(1 - C)^{-2}}{(1 - C)^{-1}}$$
$$= \frac{1}{C^{-1} - 1}$$
$$= \frac{1}{e^{\beta (E_s - \mu)} - 1}$$

ويسمّى هذا التوزيع توزيع بوز - إينشتاين (Bose-Einstein Distribution). وهو لا يختلف عن توزيع فرمي - ديراك إلاّ بالعلامة السالبة في مقام الكسر، ولكن سنرى أنّ هذا الاختلاف البسيط يخلق كلّ الاختلاف في الوجود.

2.10 البنية الإلكترونية

في كل ذرة تكون جزءاً من بلورة، يوجد هناك إلكترونات لبّ (Core Electrons) تبقى شديدة الاتّصال بالنواة إلاّ إذا تلقّت صدمة قوية من جسيمات طاقة مثل الفوتونات في تجارب مطيافية الانبعاث الضوئي للأشعة السينية (X-Ray Photoemissim Spectroscopy) (XPS) أو إلكترونات مطيافية مثقابية (Auger Spectroscopy Electrons). كما هناك إلكترونات الغلاف الخارجي (Outer-Shell Electrons)، التي يكون ارتباطها بالنواة ضعيفاً، إلا أنه بإمكانها التنقّل حول البلورة.

هنالك مقاربة مدهشة تقوم على إهمال إلكترونيات الحلقات الداخلية (Inner- Shell Electrons) ومعالجة إلكترونات الغلاف الخارجي باعتبارها غازاً مثالياً غير متفاعل (Non-Interacting Ideal Gas)، أي أنّها لا تتفاعل بين بعضها البعض، وتتحركَ في وسط يتميّز بكمون دوري بحكم توزّع ذراتٍ على مواقع شبكية البلورة (Crystal Lattice Sites) (Ashcroft & Mermin, 1976). ونجد انطلاقاً من هذا النموذج البسيط والمهم تاريخياً أنّ هناك أحزمة زخم لطاقات إلكترونات ممنوعة وأخرى مسموحة سنلجأ إليها لشرح خصائص أساسية لشبه الموصّلات. هذه هي منهجية الفيزيائيين؛ وهناك آراء مشابهة ومكمِّلة لهذه تأتي من اعتبار بنية الأحزمة ناتجة عن حالات الإلكترونات المتاحة في نظام متعدّد الروابط (Hoffman, 1988).

سأقدّم في هذا الفصل ما يلزم من ميكانيك الكمّ لتحليل نموذج أحادي البُعد لإلكترون في كمون دوري وأحتفظ بالبنية العامّة لميكانيك الكمّ للفصل الخامس عشر. حيث تتصف حالة الإلكترون المكانية بـ دالة موجة (Wave Function)، لتكن $\psi(x)$، حيث احتمال وجود الإلكترون في نقطة معيّنة هو $|\psi(x)|^2$. وبما أنّه لا بد وأن يكون الإلكترون في مكان ما، فإنّ دالة موجته معيّرة:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \qquad \textbf{(10.10)}$$

إنّ الكمّيات التي يمكن قياسها معطاة هنا على شكل مؤثرات تفاضلية تؤثر في دالة الموجة؛ والمؤثر الأهم هو الطاقة الكاملة ويسمّى مُعامِل هاميلتوني (Hamiltonian):

$$\mathcal{H}[\psi(x)] = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right]\psi(x) \tag{11.10}$$

حيث $V(x)$ هي طاقة الإلكترون الكامنة، بينما $\left(-\hbar^2/2m\right)d^2/dx^2$ هو المؤثر الذي يمثّل الطاقة الحركية. وإنّ القيمة المتوقّعة للطاقة المرتبطة بدالة الموجة هي:

$$\langle\psi|\mathcal{H}|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*(x)\mathcal{H}[\psi(x)]dx \tag{12.10}$$

إنّ تطوّر دالة الموجة يمكن إيجاده من خلال معادلة شرودنغر المعتمدة على الزمن (Time-Dependent Schrödinger Equation):

$$\mathcal{H}[\psi(x)] = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{13.10}$$

فإذا كان الهاميلتوني يرتبط بالزمن، فتكون طاقات الحالات المسموح بها معطاة بدوال موجاتٍ تلتزم معادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن (Time-Independent Schrödinger Equation):

$$\mathcal{H}[\psi_E(x)] = E\psi_E(x) \tag{14.10}$$

حيث $\psi_E(x)$ هي الدوال الذاتية (Eigen Functions) للهاميلتوني، وقيم الطاقة E الممكنة هي القيم الذاتية (Eigen Values) المتعلقة بها. فإذا لم يكن هناك كمون، يصبح حلّ هذه المعادلة في الفضاء الحر سهلاً جداً:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_E(x)}{dx^2} = \psi_e(x) \;\Rightarrow\; \psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \tag{15.10}$$

حيث A و B ثابتان يتحددان حسب الحالات عند الحدود وترتبط الطاقة E ومتّجه الموجة k بالعلاقة $E = \hbar^2k^2/2m$.

سنرى في الفصل الخامس عشر أنّه في حال وجود مؤشر آخر O تبادلي (Commutes) مع الهاميلتوني تبعاً للمعادلة الآتية:

$$\mathcal{H}\{O[\psi(x)]\} = O\{\mathcal{H}[\psi(x)]\} \quad \textbf{(16.10)}$$

فيمكن اختيار دالة الموجة لتكون دالة ذاتية للمؤشرين بنفس الوقت. وتحديداً، إذا كان الكمون دورياً بحيث $V(x+\Delta) = V(\Delta)$، لا يتغير الهاميلتوني تحت تأثير مؤثر $T_\Delta[\psi(x)] \quad \psi(x+\Delta)$ الذي ينقل دالة الموجة لهذه المسافة، وبالتالي فإنّ T_Δ تبادلي مع H. ما معناه أنّ دالة طاقة ذاتية هي بنفس الوقت دالة ذاتية لمؤثر الانتقال مع قيمة ذاتية λ تعتمد على الطاقة:

$$T_\Delta[\psi(x)] = \lambda_\Delta(E)\psi(x) \quad \textbf{(17.10)}$$

إذا ركّبنا انتقالين عبر مضاعفين لدورة الكمون:

$$T_{\Delta'}\{T_\Delta[\psi(x)]\} = \lambda_{\Delta'}\lambda_\Delta\psi(x) \quad \textbf{(18.10)}$$

ولكن باستخدام التعريف يمكن إضافة الانتقالات:

$$T_{\Delta'}\{T_\Delta[\psi(x)]\} = \lambda_{\Delta'+\Delta}\psi(x) \quad \textbf{(19.10)}$$

تتفق هاتان المعادلتان مع بعضهما إذا كان $\lambda_\Delta(E) = e^{\alpha(E)\Delta}$، حيث α ثابِتٌ يعتمد على E. ويأتي قيد آخر من ضرورة بقاء دالة الموجة معيّرة حتى بعد الانتقال:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |T_\Delta[\psi(x)]|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left|e^{\alpha\Delta}\psi(x)\right|^2 dx \Rightarrow \left|e^{\alpha\Delta}\right|^2 = 1 \quad \textbf{(20.10)}$$

ما يعني أنّ الأسّ d كون تخيّلياً، بحيث يكون مؤثر الانتقال عملية ضرب بمُعامِل طور يعتمد على الطاقة $T_\Delta = e^{ik(E)\Delta}$، أو:

$$\psi_E(x+\Delta) = e^{ik(E)\Delta}\psi_E(x) \quad \textbf{(21.10)}$$

إذا صِغنا كتابة دالة الموجة لتكن عملية ضرب حدّ المعادلتين $\psi(x) = A_k(x)u_k(x)$، حيث تعكس $u_k(x+\Delta) = u_k(x)$ دورية الكمون، نحصل على:

$$\begin{aligned}\psi(x+\Delta) &= A_k(x+\Delta)u_k(x+\Delta) \\ &= A_k(x+\Delta)u_k(x) \\ &= T_\Delta[\psi_k(x)] \\ &= e^{ik\Delta}A_k(x)u_k(x)\end{aligned} \quad (22.10)$$

تكون هذه المعادلة صحيحة إذا $A_k(x) = e^{ikx}$، ولذا:

$$\psi(x) = e^{ikx}u_k(x) \quad (23.10)$$

هذه مبرهنة بلوخ (Bloch’s Theorem):

إنّ شكل الكمون الدوري الأبسط يتجاهل حجم الذرات ويقدّمها كمجموع دوال دلتا (Delta Functions):

$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x - n\Delta) \quad (24.10)$$

وهو ما يسمّى نموذج كرونيغ - بيني (Kronig-Penney Model). لنفترض هنا أنّ الذرات ثابتة في مكانها، ولكن هناك في بلورة حقيقية ما، موجة انتقال مكمّمة تسمّى فونون (Phonon) (Aschroff & Mermin, 1976). يختفي الكمون في الفضاء بين هذه الذرات المفترضة مثالية ولذا تكون دالة الموجة هناك مجرد دالة موجة مسطحة حرة:

$$\begin{aligned}\psi(x) &= Ae^{iqx} + Be^{-iqx} \\ &\Rightarrow u_k(x) = Ae^{i(q-k)x} + Be^{-i(q+k)x}\end{aligned} \quad (25.10)$$

حيث $q\hbar = \sqrt{2mE}$، وكل من A و B ثابتان مجهولان.

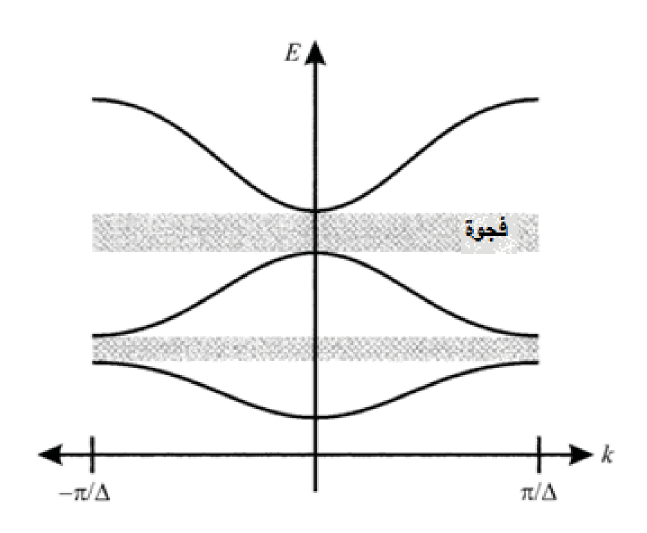
سنرى الآن كيف ترتبط q، وبالتالي E، بـ k الذي قدّمته مبرهنة بلوك. إنّ شرط $u_k(0) = u_k(\Delta)$ يعطي

$$A + B = Ae^{i(q-k)\Delta} + Be^{-i(q+k)\Delta} \quad (26.10)$$

العلاقة الثانية تأتينا من معادلة شرودينغر:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V\right]\psi = E\psi$$
$$\left[E+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\right]\psi(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x-n\Delta)\,\psi(x) \quad \textbf{(27.10)}$$

يجب أن تكون دالة الموجة متواصلة عبر دوال دلتا، ولكن انحناءها يمكن أن يتغيّرها.



الشكل 1.10: بنية الأحزمة في نموذج كرونيغ – بيني.

يظهر التكامل من $x=-\epsilon$ إلى ϵ، آخذين النهاية $\epsilon \to 0$ ومستخدمين دورية u (المسألة 1.10) التي تُعطينا:

$$\frac{\hbar^2}{2m}iq\left(A-B-Ae^{i(q-k)\Delta}+Be^{-i(q+k)\Delta}\right)=V_0(A+B) \quad \textbf{(28.10)}$$

أصبح لدينا الآن معادلتان مع مجهولين هما A و B. وحين يتم إقصاء B نحصل على:

$$\left[\cos(k\Delta)-\cos(q\Delta)-\frac{mV_0}{qh^2}\sin(q\Delta)\right]A=0 \quad \textbf{(29.10)}$$
$$\Rightarrow \cos(k\Delta)=\cos(q\Delta)+\frac{mV_0\Delta}{h^2}\frac{\sin(q\Delta)}{q\Delta}$$

في حدود المباعدة اللامتناهية $\Delta \to \infty$ للشبكية، يتم الاختصار للحصول على $k = q \Rightarrow E = \hbar^2 k^2/2m$، حالة إلكترون حرّ. أمّا إذا كانت المباعدة محدودة فتصبح العلاقة أكثر تعقيداً: فبما أنّ $|\cos(k\Delta)| \leq 1$ تحصل q على قِيَم تمنع إيجاد قيمة لـ k كي يحلّ المعادلة، وبالتالي هذا يؤدي إلى فجوات في الطاقة المسموحة $E = \hbar^2 k^2/2m$.
يبيّن الشكل (1.10) العلاقة بين k و$E(q)$، مع أحزمة متتالية مُزاحة نحو الأصل عبر مضاعفات $2\pi/\Delta$ (ولاسيما أنّها لا تغيّر قيمة $\cos(k\Delta)$). كلّ من المناطق المُزاحة يسمّى منطقة برلوين (Brullouin Zone). بينما خصائص التناظر في بلور حقيقي إلى بنى أحزمة ثلاثية الأبعاد (Three-Dimensional Band Structure) أكثر تعقيداً، تبقي الخصائص الأساسية مشابهة. فبالنسبة إلى روابط الأحزمة لجسيم حر، مجرّد أجزاء من قطع مكافئ تنحني بفعل دورية البلورة قرب الفجوات عند حدود الأحزمة. يسمّى k زخم البلورة (Crystal Momentum)، وهو مؤشر على الحالات الذاتية، ويؤدي دوراً مشابهاً لدور الزخم الحقيقي ولكن غير مساوٍ له.

في ما يلي سنفترض أنّ طول البلورة محدود $L = N\Delta$، وللتخلّص من تأثير الأطراف سنفترض أيضاً حالات حدودية دورية $\psi(0) = \psi(L)$، ما يؤدي إلى:

$$u_k(0) = e^{ikL} u_k(L) \ \Rightarrow \ e^{ikL} = 1 \tag{30.10}$$

وبسبب دورية u_k، تكون هذه العلاقة صحيحة إذا كان:

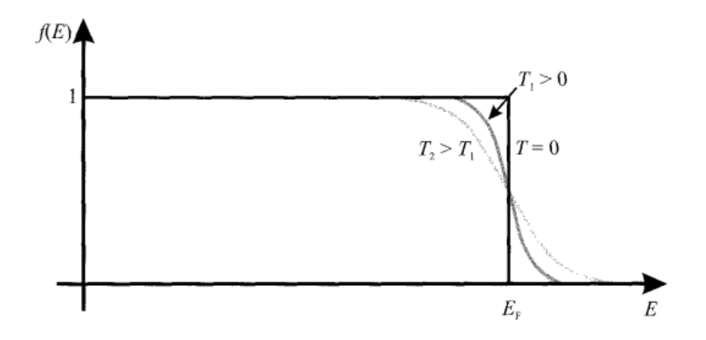
$$kL = 2\pi n \ \Rightarrow k = \frac{2\pi}{L} n = \frac{2\pi}{N\Delta} n \tag{31.10}$$

حيث n هو عدد صحيح. وبما أنّ حالات زخم البلورة تبتعد عن بعضها بفارق $2\pi/(N\Delta)$ وبما أنّ عرض كل حزام هو $2\pi/\Delta$ نستنتج أنّه يوجد:

$$\frac{2\pi}{\Delta} \frac{N\Delta}{2\pi} = N \tag{32.10}$$

حالة في الحزام. وبما أنّ الإلكترونات هي فيرمونات مع رقم دوران نصف صحيح، يمكن لكلّ حالة زخم أن تستوعب إلكترونين، واحد "علوي" وآخر "سفلي"، بينما يعطي توزيع فرمي - ديراك احتمال الإشغال على شكل دالة لدرجة الحرارة:

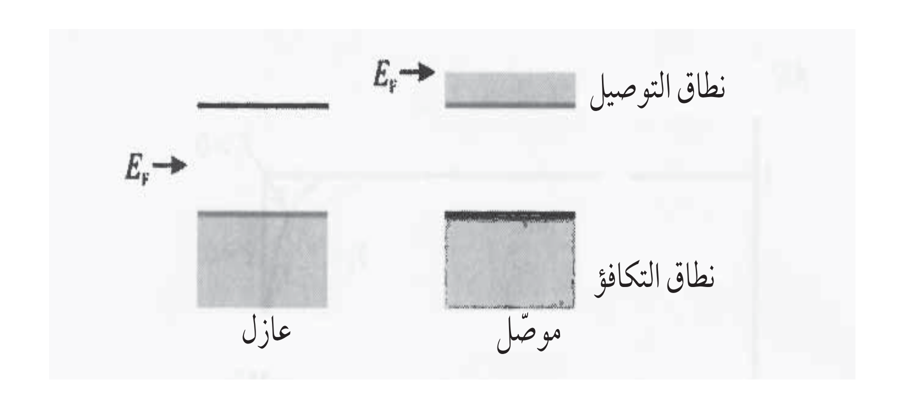
$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-\mu)/kT}} \tag{33.10}$$



الشكل 2.10: توزيع فرمي – ديراك.

يبيّن الشكل (10.2) توزيع فرمي – ديراك. ويمثّل الكمون الكيميائي μ التغير في الطاقة الحرة عند إضافة إلكترون واحد. وتُدعى طاقة فرمي (Fermi Energy)، أو مستوى فرمي (Fermi Level) بـ E_μ، على أنها الكمون الكيميائي عند درجة حرارة $T = 0$ K، وإذا تواجدت داخل حزام ما فستؤدي إلى الإشغال الأقصى عند درجة حرارة $T = 0$ K. ويتأثر مستوى فرمي بعدد الإلكترونات في البلورة، وبالتالي بعدد الحالات التي يمكن شَغْلُها. ومع ارتفاع درجة الحرارة تُثار الإلكترونات الموجودة في حالات تحت طاقة فرمي لتنتقل إلى حالات أعلى منها، ما من شأنه تغيير الكمون الكيميائي بالنسبة إلى طاقة فرمي. ولكن بما أنّ الفرق بينهما ضئيل في درجة حرارة الغرفة، سنتبع الأسلوب التقليدي (ولكن غير الصحيح تماماً) الذي يستعملهما تبادلياً.

بإمكان جهد كهربائي مُطبّق أن يحرّك إلكتروناً فقط إذا كان هناك إلكترون ليحرّكه، وحالة يمكنه الانتقال إليها. ولذا لا أهمية، بالنسبة للموصلية، للحالات الأدنى بكثير من طاقة فرمي بسبب عدم وجود حالات قريبة يمكن أن ينتقل إليها الإلكترون، ولا للحالات الأعلى بكثير من طاقة فرمي بسبب ضعف احتمال إشغالها. فأعلى حزام مشغول يسمّى حزام التكافؤ (Valence Band)، أمّا أدنى حزام مشغول فيسمّى حزام الموصلية (Conduction Band). يكون حزام التكافؤ في العوازل مملوءاً تماماً، وبالتالي لا يمكن أن تنتقل الإلكترونات إلاّ إذا أثيرت إلى ما فوق فجوة الحزام، ويقع الكمون الكيميائي في العوازل في منتصف الفجوة لأنّ أيّ ناقل يثار إلى خارج حزام التكافؤ يظهر في حزام الموصلية. أمّا في المعادن فيقع الكمون الكيميائي داخل حزام الموصلية ما يؤدي إلى كثرة الحالات المتاحة (الشكل 3.10). وأخيراً يسمّى فرق الطاقة بين إلكترون موصلة وبين إلكترون حرّ ينتزع من المعدن دالة العمل (Work Function).



الشكل 3.10: بنية الأحزمة للعوازل والموصلات.

إنّ شبه الموصّلات (Semiconductor) بكل بساطة هي عوازل تكّون فجوة طاقتها صغيرة بما يسمح بوجود احتمال لا بأس به ليثار الإلكترون حرارياً عبرها في درجة حرارة الغرفة. فعلى سبيل المثال، يملك كلّ من الجرمانيوم (Ge)، السيليكون (Si) والألماس حزامات تكافؤ مليئة، ولكن فجوة طاقة Ge هي 0.67 eV، وفجوة طاقة السيليكون (Si) هي 1.11 eV وفجوة طاقة الألماس هي 5 eV (في ظلّ درجة حرارة الغرفة kT التي تساوي 0.026 eV (0.026 إلكترون ڤولط)). وإنّ مقاومية (Resistivity) عازل جيّد، في ظلّ درجة حرارة الغرفة، هي $\sim 10^{10}\,\Omega\,.\,\text{cm}$، ومقاومية معدن جيّد هي $\sim 10^{-6}\,\Omega\,.\,\text{cm}$ في حين أنّ مقاومية شبه موصّل هي $\sim 10^{6}$.

عندما يُنتزع إلكترون من حزام تكافؤ كان مليئاً يترك مكانه حالة متاحة واحدة. ويمكن اعتبار هذه الحالة جسيماً موجبة الشحنة، ويسمّى ثقباً (Hole) ويتحرّك تحت تأثير حقل مطبّق. فعلياً الإلكترونات هي التي تتحرّك بالاتّجاه المعاكس مثل حركة فقّاعة هوائية عالقة في كوب ماء. ولكي نحدّد الكتلة الفعلية m^* للثقب عن طريق التغيير في زخمه تحت تأثير قوّة ما وتساوي $m_p^* = 0.56 m_0$ في Si، (حيث m_0 هي كتلة إلكترون حر)، كما نحدد كتلة فعلية للإلكترونات في بلورة تختلف عن كتلة الإلكترونات الحرة بسبب انحناء الأحزمة، في Si تساوي $m_n^* = 1.1 m_0$.

تعتمد خصائص الموصلية في المواد بشدة على موضع طاقة فرمي بالنسبة إلى أقرب فجوة طاقة. يمكننا عبر إضافة ذرات إشابة (Doping Atoms) إضافة أو نزع إلكترونات، ما يؤدي إلى إزاحة طاقة فرمي وتغيير خصائص المواد. تُنتج هكذا مواد دخيلة (Extrinsic Materials) عبر إضافة ذرات مانحة (Donor Atoms)، فنضيف مثلًا ذرات الفوسفور،

P، أو الأرسنيك، As، التي تملك إلكتروناً خارجياً أكثر من Si، أو بإضافة ذرات قابلة (Acceptor Atoms) تمتلك إلكتروناً خارجياً أقلّ، مثل الألمنيوم، Al. ترفع الذرات المانحة طاقة فرمي عبر إضافة إلكترونات لحزام الموصلية، بينما تخفّض الذرات القابلة طاقة فرمي عبر إمساك إلكترونات من حزام التكافؤ، وبالتالي إحداث ثقوب. فإمكانية تحريك طاقة فررمي انتقائياً بالنسبة إلى المستوى في المواد الصرفة غير المُشابة (مودا ذاتية) (Intrinsic Material) عالية الأهمية في تصنيع الأجهزة شبه الموصّلة. المواد التي تكون المشابة بحيث يكون التوصيل المهيمن عبر الإلكترونات تسمّى نوع N (أو نوع سالب)، أمّا تلك التي تهيمن فيها الثقوب فتسمّى نوع P (أو نوع موجب)، الشكل (4.10).

يمكن أنّ نجد كثافة الحوامل n في حزام الموصلية عبر تكامل نتيجة ضرب كثافة الحالات $N(E)$، التي تعطي عدد الحالات المتاحة في وحدة حجم في حيز طاقة ما، بتوزيع فرمي $f(E)$، والذي يمثّل الإشغال الثرموديناميكي، انطلاقاً من طرف نطاق التوصيل E_c:

$$n = \int_{E_c}^{\infty} f(E)N(E)dE \qquad (34.10)$$

الشكل 4.10: إشابة شبه موصل

وبما أنّ درجة حرارة الغرفة، kT، هي أصغر بكثير من فجوات الطاقة، فيمكننا مقاربة توزيع فرمي كالآتي:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} \simeq e^{-(E-E_F)/kT} \qquad (35.10)$$

أي أنّه يمكن مقاربة كثافة الحالات بتوزيع إلكترونات حرة. ففي المعادلة 31.10 الثلاثية الأبعاد يصبح:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L}\left(n_x\hat{x} + n_y\hat{y} + n_z\hat{z}\right) \quad (36.10)$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2}{2m_n^*}|k|^2 \\ &= \frac{\hbar^2}{2m_n^*}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right) \\ &\equiv \frac{\hbar^2}{2m_n^*}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 r^2 \\ &= \frac{h^2}{2m_n^* V^{2/3}} r^2 \end{aligned} \quad (37.10)$$

أو:

$$dE = \frac{h^2}{m_n^* V^{2/3}} r dr \quad (38.10)$$

m_n^* هي كتلة الإلكترون الفعلية، $V = L^3$ حجم البلورة، وبما أنّه توجد حالات إلكترونات كثيرة جداً فقد افترضنا أنّ مجموع مربّعات الأعداد الصحيحة $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ يمكن استبداله بالمتغيّر المتواصل r^2. كما يمكن أخذ كثافة الحالات $N(E)$ على أنّها دالة لهذا المتغيّر $N(r)$. وفي فضاء- r تحتل الحالات مكعّبات وحدة الحجم ولذا إنّ عدد الحالات الكامل في بلورة هو $VN(r)dr$ في صدفة متناهية الصغر حول r التي هي مساحة الصدفة مضروبة في سماكتها:

$$VN(r)dr = 2 \cdot 4\pi r^2 dr \quad (39.10)$$

فمع الثابِتّ 2 عن إشغال رقمي الدوران العلوي والدوران السفلي. وبالاستبدال في المعادلتين (37.10) و(38.10):

(40.10)

$$\begin{aligned} VN(r)dr &= 8\pi r^2 dr \\ &= 8\pi r \cdot r\,dr \\ VN(E)dE &= 8\pi \frac{V^{1/3}\sqrt{2m_n^* E}}{h}\frac{V^{2/3}m_n^*}{h^2}dE \\ N(E)dE &= 8\pi \frac{m_n^{*3/2}\sqrt{2E}}{h^3}dE \\ &= \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{E}\,dE \end{aligned}$$

بالتالي:

(41.10)

$$\begin{aligned} n &= \int_{E_c}^{\infty} f(E)N(E)\,dE \\ &= \int_{E_c}^{\infty} e^{-(E-E_F)/kT}\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{E}\,dE \\ &= \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{E_F/kT}\int_{E_c}^{\infty} e^{-E/kT}\sqrt{E}\,dE \end{aligned}$$

لنا الحرية في هذا التكامل في اختيار مرتبة الطاقة التي نريدها، ولذا من أجل تبسيط الحسابات سنأخذ $E_c = 0$:

(42.10)

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{E_F/kT}\int_{0}^{\infty} e^{-E/kT}\sqrt{E}dE \\ &= \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{E_F/kT}\frac{\sqrt{\pi}}{2}(kT)^{3/2} \\ &= 2\left(\frac{m_n^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{E_F/kT} \end{aligned}$$

أمّا بالعودة إلى الوحدات حيث $E_c \neq 0$ فإن ذلك يتطلّب طرح الفرق من E_F:

(43.10)

$$\begin{aligned} n &= 2\left(\frac{m_n^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-(E_C-E_F)/kT} \\ &\equiv N_n e^{-(E_C-E_F)/kT} \end{aligned}$$

وبالمثل، إشغال الثقوب في حزام التكافؤ مُعطى بالمعادلة $1 - f(E)$؛ أمّا تكامل هذه المعادلة انطلاقاً من طرف حزام التكافؤ E_V فيعطي العلاقة المتناظرة:

$$p = 2\left(\frac{m_p^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-(E_F-E_V)/kT} \equiv N_p e^{-(E_F-E_V)/kT} \quad (44.10)$$

فبالنسبة إلى مستوى فرمي لشبه موصّل صرف فسيكون في منتصف الفجوة، بينما يتساوى تركيز الإلكترونات والثقوب $n = p = n_i$. تتحرّك طاقة فرمي حسب الإشابة أمّا نتيجة ضرب الإشغالات فتبقى ثابتة تتأثر فقط بطاقة الفجوة E_g:

$$np = N_n N_p e^{-(E_c-E_V)/kT} = N_n N_p e^{-E_g/kT} = n_i^2 \quad (45.10)$$

يمكن إعادة صياغة كثافة الحوامل (Carrier Densities) تبعاً لـ كثافة مادة صرفة غير مُشابة (Intrinsic Density)، n_i، وطاقة فرمي في مادة صرفة غير مُشابة (Intrinsic Fermi Energy)، E_i، لتعطي

$$n = n_i e^{(E_F-E_i)/kT} \;\; ; \;\; p = n_i e^{(E_i-E_F)/kT} \quad (46.10)$$

بغياب أي إشابة فإن تلك الكثافتين تتساوى.

لنتأمل الآن ماذ سيحدث لأحد تلك الإلكترونات خلال رد فعلها على قوة حقل خارجي:

$$F = \frac{dp}{dt} = qE \quad (47.10)$$

ففي الفضاء الحر يسبب هذا تزايداً ثابتاً في السرعة:

$$dp = m \;\, dv = qE \; dt \quad (48.10)$$

ولكن في المواد تتباطأ الاصطدامات مع الشبكية والشوائب. وتقوم النظرية الحركية (Kinetic Theory) (Balian, 1991) بالمقاربة غير المنتظمة، بعد زمن مميّز τ يحصل فيه اصطدام ما ليوزع سرعة الإلكترونات عشوائياً، بحيث تكون سرعة الانجراف الوسطية القيمة المتوقّعة للإسهام غير العشوائي هي:

$$\langle v \rangle = \frac{q\tau}{m}E \equiv \mu E \quad (49.10)$$

تسمّى μ التحركية (Mobility)، وتبعاً لها تصبح الموصلية:

$$J = nq\langle v \rangle = \sigma E \Rightarrow \sigma = nq\mu \quad (50.10)$$

تربط هذه المعادلة بين قانون أوم وخصائص المواد الميكروسكوبية. ويمكن استخدام العلاقة الخطية بين سرعة الانجراف والحقل المطبّق فقط في حالة حقول ضعيفة كافية، حيث يحدّ منها باستخدام الجهد الكهربائي لانهيار العوازل في المواد ($\approx 5 \times 10^5$ V/cm السيليكون).

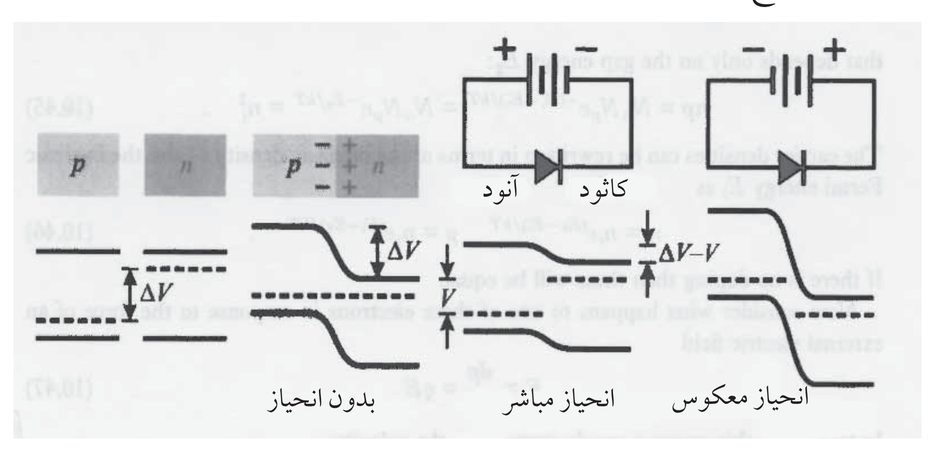
في السيليكون بدون إشابة عند درجة حرارة الغرفة، يمتلك الإلكترونات تحركية بحدود 1350 $cm^2/(V.s)$ ، أمّا في عيّنة GaAs فتحركية الالكترونات هي 8500 $cm^2/(V.s)$ ما يفسّر استخدام GaAs في الأجهزة عالية السرعة. لاحظوا أنّ هذه السرعة مازالت أصغر بكثير من سرعة انتقال الموجات الكهرومغناطيسية. فإذا أشبنا السيليكون بمعدّل 10^{17} $10^{17}/cm^3$ فقد تنخفض التحركية إلى 800 $cm^2/(V.s)$ بسبب التناثر الإضافي الناتج عن ذرات الإشابة، أمّا بمعدّل إشابة $10^{19}/cm^3$ فتنخفض التحركية إلى 90 $cm^2/(V.s)$.

تنحصر مواد الإشابة في ترانزيستورات ذات إلكترونات عالية التحركية (High-Electron-Mobility Transistor) (HEMT) في طبقات مفصولة عن المكان الذي تقع فيه الموصلية (Pavlidis, 1999). ويمكن تحقيق هكذا ترانزيسيتورات باستعمال خليط مثل $Al_xGa_{1-x}As$ ما يسمح بتعديل حزام الفجوة على شكل دالة لتركيبه المادة x، تمتد إلى بضعة إلكترون ڤولط من GaAs إلى AlAs تبعاً لاتّجاه البلورة. هذه أمثلة عن شبه موصّلات III-V ثنائية مصنّعة من العناصر التي تحتل العمودين III وV في جدول العناصر الدوري، هناك أيضاً أشباه الموصلات II-VI مثل CdSe المفيدة تحديداً في الإلكتروبصريات (الفصل الحادي عشر).

3.10 الوصلات والصمامات الثنائية والترانزيسترات

بعد أن تسلّحنا بالأفكار الأساسية حول أحزمة الطاقة وتوزيع فرمي- ديراك، أصبحنا الآن جاهزين للتطرّق إلى الأجهزة المصنّعة من شبه الموصّلات، التي تعتمد هذه الأجهزة على خصائص الوصلات بين المواد. ويمكن اعتبار طاقة فرمي (أو الأصح، في حال $T \neq 0$ K، الكمون الكيميائي) في المواد، مثل علوّ تلّة طاقة تتحرّك

عليها الإلكترونات. فإذا أضفنا نقطة ماء على دلو، تتحدد طاقتها تبعاً لكمّية الموجودة أصلاً في الدلو. أمّا إذا قرّبنا دلوين يحتوي كلّ منهما على كمّية مختلفة من الماء من بعضهما وأزلنا الحاجز بينهما فسيتسرّب الماء من أحدهما إلى الآخر بغية معادلة فرق الطاقة. وبطريقة مشابهة، إذا وصلنا شبه موصّلين ببعضهما، كما هو مبيّن في الشكل (5.10)، يعبر تيار من المادة التي تملك طاقة فرمي أعلى إلى الأخرى إلى أن يتساوى مستوياً فرمي في المادتين، وهو ما يلغي تدّرج الطاقة الذي يسبب التيار. ويظهر بالتالي فرق كمون بين الأحزمة مساوٍ لفرق الكمون ΔV بين طاقتي فرمي، ويرتبط تدرّج الطاقة هذا بحقل كهربائي محلّي ينتج عن الشحنة التي تحرّكت بين المادتين، في منطقة الانتقال (Transition Region) (أو النفاذ (Depletion) أو حيّز الشحنة (Space-Charge)). ثمّ ما أن تنحني (Bent) الأحزمة عند سطح التمفصل (Interface) لا يعود هناك أي تيار. وبالرغم من أنّ الإلكترونات والثقوب ستراكب إذا ما أتيحت لها الفرصة، حيث من شأن هذا التراكب تخفيض طاقتها، فليس باستطاعة الإلكترونات في الجهة n صعود تلّة الكمون للوصول إلى الثقوب في الجهة p. وبما أنّ الثقوب تتصرّف مثل الإلكترونات إنّما بالعكس، لا يمكنها هي الأخرى هبوط هذه التلة لملاقاة الإلكترونات. فإذا أُثير إلكترون حرارياً من حزام التكافؤ نحو حزام الموصلية فإنّه يترك ثقباً مكانه محدثاً بالتالي زوج الكترون - ثقب (Electron-Hole Pair) (EHP). وعادةً يعود الإلكترون للتراكب مع الثقب سريعاً، ولكن إذا حدثت هذه الإثارة بقرب سطح التمفصل يقوم حقل الوصلة بنقل الإلكترون إلى الجهة n والثقب إلى الجهة p، وينتج عن هذه العملية تيار يسمّى تيار توليد (Generation Current). علاوة على ذلك هناك احتمال متناسب مع $e^{-\Delta E/kT} = e^{-q\Delta V/kT}$ لكي يثار حامل حرارياً ليتخطى حاجز الوصلة وينتشر إلى خارجها ما ينتج تيار انتشار (Diffusion Current).



الشكل 5.10: انحياز في صمام ثنائي نوع p-n.

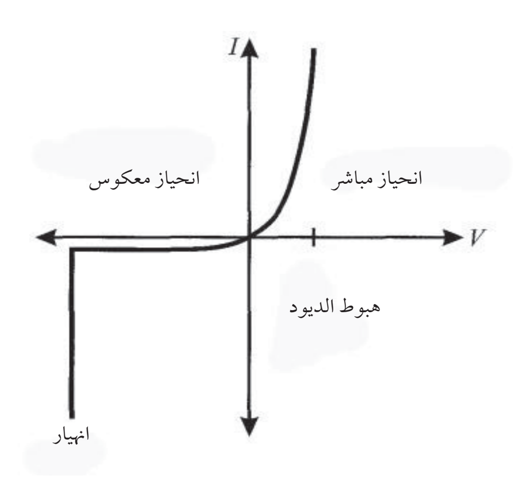
فإذا تم تطبيق كمون انحياز V عبر الوصلة في الصمام الثنائي نوع p-n، فإن طاقات فرمي تنشق وبالتالي يصغّر أو يكبّر حجم الحاجز تبعاً للاستقطاب، ما يعطي تيار انتشار:

$$I_{\text{diffusion}} = Ae^{-q(\Delta V - V)/kT} = Ae^{-q\Delta V/kT}e^{qV/kT} \quad \textbf{(51.10)}$$

حيث A ثابِتّ يتحدد تبعاً لتفاصيل الجهاز، ومن ضمنها شكل الوصلة ومعدّل الإشابة. ويمكن تحديده إذا أدركنا أنّ تيار التوليد مستقل عن كمون الانحياز (إلى أن يصبح هذا الكمون كبيراً بما فيه الكفاية لإلغاء انحناء الحزام)، وأنّ التيارين يلتغيان بين بعضهما في غياب أي انحياز، بحيث يكون مجموعهما:

$$I = I_{\text{generation}}\left(e^{qV/kT} - 1\right) \quad \textbf{(52.10)}$$

يبيّن الشكل (6.10) منحنى I-V المميِّز. ويتعاظم التيار سريعاً مع تعاظم الانحياز الأمامي ويشتغل الصمام الثنائي. تظهر ڤولطية الانحياز على شكل هبوط جهد الصمام الثنائي الكهربائي (Diode Drop) في التوصيل عبر الصمام الثنائي؛ 0.6 V هي قيمة اعتيادية. يمنع الصمام الثنائي التيار في الاتجاه المعاكس مبقياً فقط على تيار التوليد الصغير والمستقل عن الانحياز لكنه لا يتأثر بدرجة الحرارة (مشكّلاً بالتالي ميزان درجة حرارة مفيد).

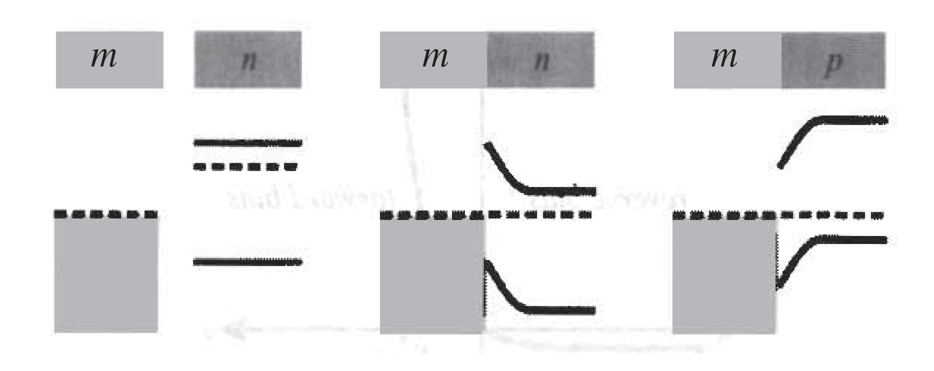


الشكل 6.10: منحنى I-V لصمام ثنائي من نوع p-n.

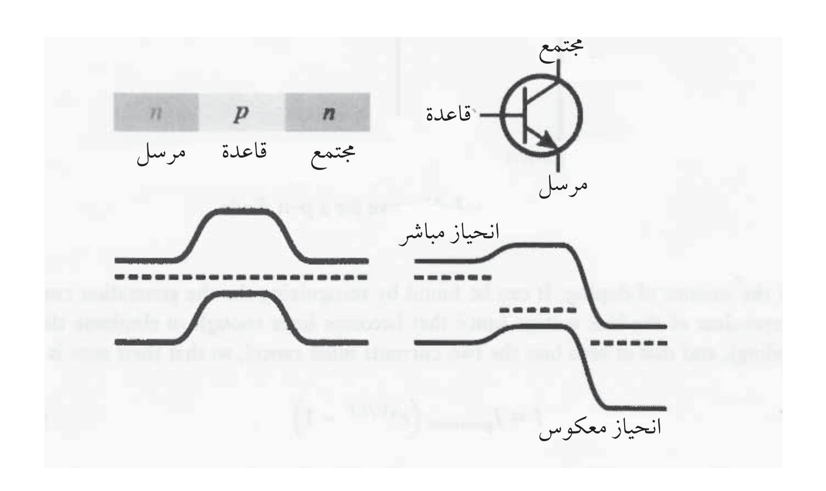
هذه علاقة تيار مستمر (DC) (Direct Current)، لكنه يتوقف عند ترددات أعلى بسبب السعة المرافقة للشحنة المحثة في الوصلة. كما ينهار الصمام الثنائي أيضاً عند وجود

حقول قوية تبعاً لآليتين مهمتين؛ فمن جهة من شأن انحناء كبير للأحزمة أن يقرّب حزامي الموصلية والتكافؤ كثيراً عند الوصلة بحيث تتراكب موجات الحوامل محدثة بالتالي احتمال خلق نفق (Tunnel) بينهما. وبما أنّه من الممكن اختيار الڤولطية التي يحدث عندها انهيار زينر (Zener Breakdown) هذا عبر التحكّم بالإشابة، فإنّه مفيد للعب دور ڤولطية مرجعية (Voltage References). من جهة أخرى، إذا كان الحقل قوياً بما فيه الكفاية ليسرّع حاملاً بحيث يثير حوامل أخرى، فعند التناثر يحدث انهيار جارف (Avalanche Breakdown). أمّا التساقط (Cascade) الذي يلي هذا الانهيار يجعل من الممكن الكشف عن عدد صغير من الإلكترونات أو الفوتونات.

يحدث شيء مشابه عند سطح التمفصل بين شبه موصّل مع معدن، وهو مبيّن في الشكل (7.10). فعندما تلتقي المواد ببعضها لا بد أن يجري تيار في البداية ليعادل بين مستويات فرمي. ولكن، بما أنّه لا يمكن أن يكون هناك حقل كهربائي داخل المعدن يحدث كل الانحناء في جهة شبه الموصّل، يسمّى هذا حاجز شوتكي (Schottky Barrier) ويمكنه تقويّم التيار الذي قد يمثل سمة جيدة أو خللاً. هذه طريقة سهلة وبسيطة لتصنيع الصمامات الثنائية، حيث إن كل ما يلزم هو تعدين سطح شبه الموصل، ولكن هذا يعني أيضاً أنّ أي آثار رصاص على شبه الموصّل تنتج صماماً ثنائياً. فخلق تماس أومي (Ohmic Contact) خطي يستلزم جهداً أكبر، مثل الإكثار من إشابة شبه الموصّل عند سطح التمفصل للإبقاء على منطقة الانتقال رقيقة بما يكفي للسماح بحدوث النفق.



الشكل 7.10: حاجز شوتكي بين شبه موصّل ومعدن.



الشكل 8.10: ترانزيستور n-p-n.

إذا كانت وصلة واحدة جيدة، فإن وجود وصلاتان سيكون أفضل. لنتأمل االصمامين الثنائيين الموصولين نهاية طرف بنهاية طرف (Back-to Back) كما هو مبيّن في الشكل (8.10)، واللذين يشكّلان ترانزيستور ثنائي الأقطاب (Bipolar Transistor). تسمّى المنطقة المركزية القاعدة (Base) أمّا الطرفان فيسمَّيان الُمرسِل (Emitter) والُمجمِّع (Collector). في غياب أي انحياز لا يجري أي تيار إلى المرسل ولا المجمّع. ولكن إذا كان انحياز وصلة "المرسل – القاعدة" (Emitter-Base) انحيازاً أمامياً (Forward-Biased) وكانت وصلة المجمّع - القاعدة (Collector-Base Junction) انحيازاً معكوساً (Reverse-Biased) فإن التيار I_{CE} يمكنه أن يجري في دائرة المجمّع - المرسل. ومثلما رأينا من قبل، تملك وصلة المرسل - القاعدة منحنى I-V على شكل المعادلة (52.10)، ولكن الآن، وبالإضافة إلى تحديده التيار الخاص به يقوم V_{BE} بتحديد التيار بين المرسل والمجمّع إذا وصّلنا مصدر ڤولطية بينهما:

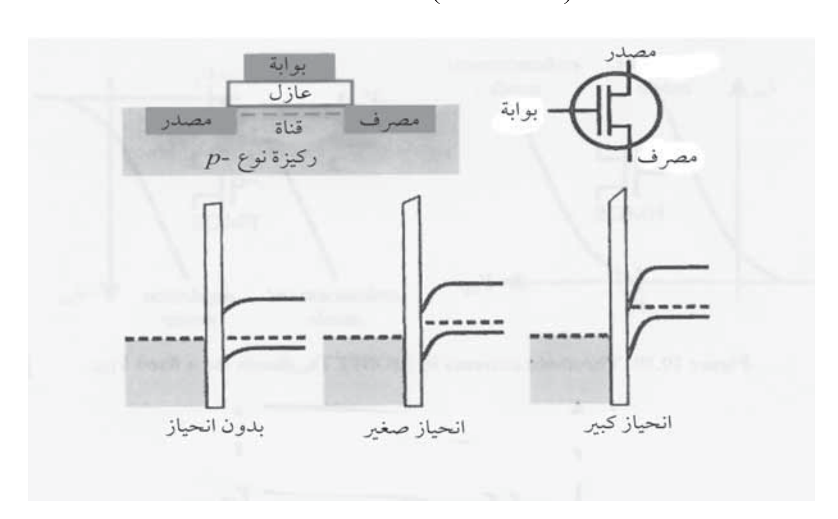
$$I_{CE} = I_S\left(e^{qV_{BE}/kT} - 1\right) = \beta I_{BE} \quad \textbf{(53.10)}$$

يسمّى هذا نموذج إيبرز - مول (Ebers-Moll Model) للترانزيستور، مع تيار إشباع (Saturation Current)، I_S. وبما أنّ الڤولطية تحدد التيار، فيعتبَر هذا الترانزيستور

جهاز محول موصلية (Transconductance)، ولكن بما أنّ V_{BE} يولّد تيار I_{BE} فمن الأسهل اعتبار الترانزيستور مضخّم تيار.

ولعل ما يشكّل أهمية لهذا الجهاز، هو أنّه بإمكان تيار صغير بين المرسل والقاعدة أن يتحكّم بتيار أكبر بكثير بين المرسل والمجمّع؛ بالعادة يساوي ثابِتّ التناسب β، 100 تقريباً.

تستهلك الترانزيستورات ثنائية الأقطاب طاقة كثيرة، حيث يجري تيار دائم عبر القاعدة طالما لم نطفئ الترانزيستور، ولعل هذا بالفعل هو السبب في ما يحدّ من استخدامها في التطبيقات التي تتطلّب تخفيض استهلاك القدرة أو تبديد الحرارة (أي كل التطبيقات تقريباً). ويبيّن الشكل (9.10) كيف يمكن لـ ترانزيستور تأثير حقلي Field-Effect) (FET) Transistor) أن يعالج هذه المشكلة عبر استخدام حقل كهربائي بدل التيار لـ مُدخل التحكّم (Input Control). فهو يتألّف من مصدر حوامل ومصرف تفصل بينهما قناة شبه موصّلة، ويغطّيهما غشاء عازل رقيق، وبوابة معدنية. يُستَعمل السيليكون كثيراً في تصنيع هذه الترانزيستورات لأنّه يقدّم أكسيد SiO_2 متين ويشكّل عازلاً جيداً، ما يعطي ترانزيستور حقلي شبه – موصّل – معدن – أكسيد Metal-Oxide-Semiconductor) (MOSFET) Field-Effect Transistor).

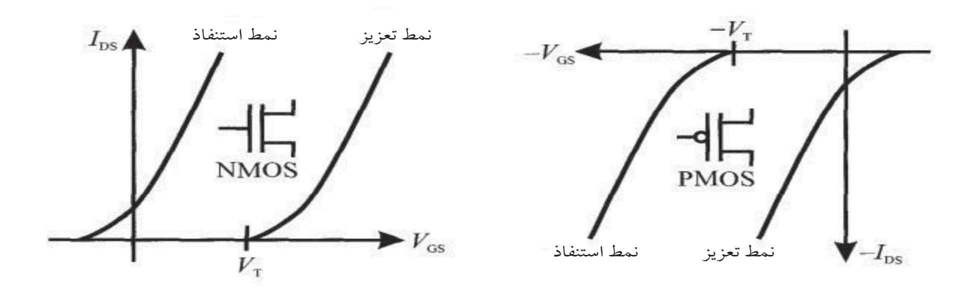


الشكل 9.10: ترانزيستور تأثير الحقل (NMOS FET).

إذا كانت القناة من نوع p والمصدر والمصرف من نوع n، نحصل على ترانزيستور NMOS لأنّ حوامل التيار هي الإلكترونات. يبيّن الشكل (9.10) بنية الأحزمة في

شريحة طولية عبر البوابة، والأكسيد (Oxide)، والركيزة (Substrate). إن التراكيب عبر طبقة الأوكسيد الرقيقة تجعل مستويي فرمي بين البوابة الركيزة من المادة الأصلية على خط واحد. وإذا انحازت البوابة بالنسبة إلى الركيزة تنشقّ مستويات فرمي، بينما تثبّت خصائص المادّة المستعملة في موضع الأحزمة عند سطح التمفصل. ومرة أخرى يمكن تحقيق ذلك عبر حقل متدرّج في منطقة الانتقال، ومع اقتراب مستوى فرمي للركيزة من حزام الموصلية عند السطح تظهر إلكترونات إضافية في القناة. ويمكن النظر إلى مزيج البوابة – الأكسيد – الركيزة على أنّه مكثّف إحدى صفائحه شبه موصلة. يجب أن تتواءم الشحنة عند البوابة مع صورة الشحنة عند الركيزة، ولكن بحكم أنّ الركيزة شبه موصلة تقوم صورة الشحنة بتغيير الموصلية. وبخلاف التيار المستمر بين القاعدة والمرسل في ترانزيستور ثنائي القطب نجد أنّ ترانزيستور حقلي شبه – موصّل – معدن – أكسيد (MOSFET) جهاز محكوم بالڤولطية ولا يبدد تيار التحكّم إلّا لدى تغيّر ڤولطية البوابة، أي لدى تعبئة أو تفريغ سعتها.

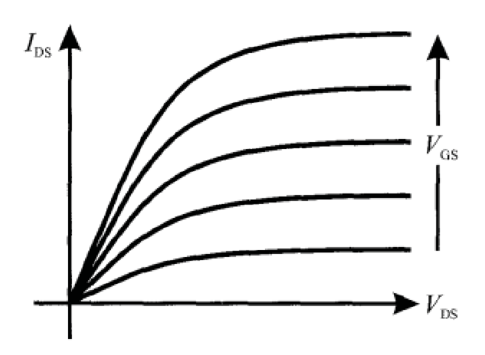
يمفصل الشكل (10.10) التيار I_{DS} بين المصرف والمصدر على شكل دالة للڤولطية V_{GS} بين البوابة والمصدر، مع جهد كهربائي V_{DS} ثابِتّ بين المصرف والمصدر. ويملك ترانزيستور حقلي شبه - موصّل - معدن - أكسيد من نوع NMOS MOSFET نمط تعزيز (Enhancement Mode) إشابة بحيث لا يجري أي تيار عندما يكون 0 V_{GS}.



الشكل 10.10: تيارات العتبة في ترانزيستورات MOSFET، عند V_{DS} ثابت.

مع تعاظم V_{GS} سيبلغ جهد العتبة V_T الذي يجمع مستوى فرمي بين حزامي الموصلية والتكافؤ بحيث تبدأ الإلكترونات بالظهور في القناة. وإذا استمرّ V_{GS} بالتعاظم فإنّه يزيد عدد الحوامل مخفّضاً بالتالي مقاومة القناة. ويملك جهاز ذو نمط استنفاذ (Depletion Mode Device) إشابة، بحيث يبدأ مستوى فرمي عالياً بما فيه الكفاية ليكون هناك بضعة حوامل توصيل؛ لإطفاء هكذا ترانزيستور. وهناك حاجة إلى عتبة جهد سالبة. إنّ القناة نوع – n في شبه موصل من أكسيد معدني صنف p (PMOS MOSFET) عندما يكون

المصرف والمصدر نوع -p، تكون الثقوب هي التي تحمل التيار ومن شأنها تخفيض الجهد وتكبير كثافتها.

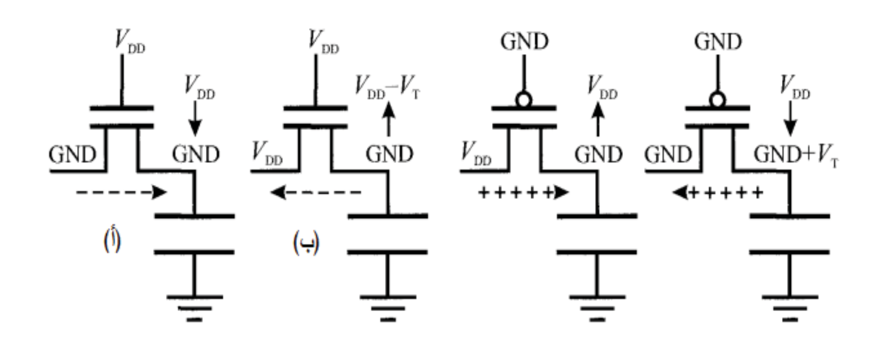


الشكل 11.10: منحنيات I-V لترانزيستور NMOS FET على شكل دالة لجهد البوابة.

لقيم V_{DS} الصغيرة يكون التيار I_{DS} خطياً (أومياً) كما هو مبيّن في الشكل (11.10). وإذا قوّينا الجهد V_{GS} تخفّ المقاومة، وبالتالي يزيد الانحناء. غير أنّه مع تعاظم V_{DS} تُسحَب الإلكترونات نحو المصدر فتختنق القناة وتُشبع التيار.

4.10 المنطق

يكامل منطق ترانزيستور - ترانزيستور (Transistor-Transistor Logic) (TTL) الترانزيستورات الثنائية الأقطاب على ركيزة شبه موصلة لينفذ وظائف منطقية. ورغم أهميته التاريخية فإنّ استعماله محدود بالتيار المباشر الذي تسحبه البوابة عندما نشغله. وتشكّل ترانزيستورات ترانزيستور حقلي شبه – موصّل – معدن – أكسيد (MOSFET) بدائل مغرية ولكن اللاتناظر المبيّن في الشكل (10.10) يقف حاجزاً جدياً أمام استخدامها.



الشكل 12.10: تعبئة وتفريغ السعات عبر ترانزيستورات MOSFET.

إذا نظرنا إلى الشكل (12.10)، نجد أن الترانزيستور من نوع NMOS والترانزيستور

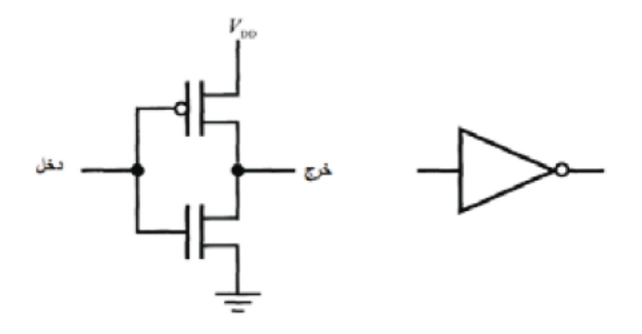
PMOS ذا نمط تعزيز يتحكّم ترانزيستور آمن نوع يستخدمان ترانزيستور آخر من نوع FET لتشغيلها، وتتمثل من خلال سعة بوابتها. ففي الحالة (أ) يُشغَّلال الترانزيستور من نوع NMOS FET عبر تطبيق جهد كهربائي للتزويد على البوابة، ويسمّى هذا الجهد الكهربائي في الترانزيستور MOSFET V_{DD} (لأسباب تاريخية D تمثل المصرف (Drain)؛ وفي الترانزيستورات الثنائية الأقطاب يسمّى جهد التزويد الكهربائي V_{CC}، حيث C تمثّل المجمّع (Collector)). لنفترض أولاً أنّ المكثّف معبّأ إلى V_{DD}، وأنّ مُدخل FET مؤرّض. ولأنّ الإلكترونات هي حوامل الشحنة في الترانزيستور NMOS FET فعليها أن تتدفق من المصدر عند الأرض نحو المكثف الموجب عند المصرف لتفريغه. وبما أنّ V_{GS} يبقى عند $V_{DD} > V_T$، يشتغل FET دائماً ويبقى المكثّف فارغاً تماماً. وإذا ما قارنّا هذا مع الحالة (ب) حيث في البدء يكون المكثّف مؤرّضاً والجهد الكهربائي V_{DD} مطبّقاً على المُدخل. وهذه مشكلة، فلكي يعبّأ المكثف يجب أن تتدفق الإلكترونات انطلاقاً منه، ما يجعل منه المصدر. ولكن مع تصاعد الجهد الكهربائي سينخفض V_{GS} أخيراً إلى ما تحت V_T مطفئاً بالتالي FET مع بقاء V_{DD} - V_T عند المكثّف بدل V_{DD} المرغوب. وبما أنّ الترانزيستور NMOS FET يمكنه أن يفرّغ مكثّفاً إلى مستوى الأرض فباستطاعته تأدية مخرج منطقي 0، ولكنّه لا يستطيع تأدية مخرج 1 بسبب عدم قدرته على تعبئة المكثّف ليبلغ التزويد الموجب. بالمثل يستطيع الترانزيستور PMOS FET تأدية مخرج 1 بينما لا يستطيع تأدية 0.

في الإلكترونيات التكاملية، كما في موصل الحياة، تأتي الحلول المتشارَكة مع العيوب من علاقة متكاملة بين القدرات. يُستخدم موصل شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل أزواج ترانزيستور من نوع MOSFET كما هو مبيّن في الشكل (13.10) لتشكّل أبسط الدوائر الكهربائية عاكساً (Inverter). فإذا كان المُدخل مؤرّض، يشتغل الترانزيستور PMOS بينما يكون الترانزيستور NMOS مطفأ ما يؤدي إلى مخرج V_{DD}، وما يقوم به PMOS ببراعة. أمّا إذا كان المُدخل V_{DD}، ينطفئ PMOS ويشتغل NMOS مؤدياً إلى مخرج مؤرّض، وهو ما يقوم به ببراعة. وبذلك نعكس المُدخل، ففي كلتا الحالتين يشتغل ترانزيستور واحد، نستعمله في النمط الذي يعمل فيه على أحسن وجه ولا يجري أي تيار في الدائرة الكهربائية إلاّ خلال تغيير الحالة. فمن الضروري في التطبيق المواءمة بين الجهد الكهربائي لعتبة PMOS وNMOS، وإلّا قد تمرّ فترة خلال تغيير الحالة يعمل فيها الترانزيستوران، وبالتالي يجري تيار كروبار (Crowbar Current) من V_{DD} إلى الأرض.

نرى في الشكل (14.10) بوابة ذات مُدخلين، ترانزيستوران NMOS موصولان

بالتوازي إلى الأرض وترانزيستوران PMOS موصولان بالتوالي إلى V_{DD}. فإذا كان A B GND يُسحَب المخرج نحو V_{DD} وعدا ذلك يسحَب المخرج نحو الأرض. هذه وظيفة نفي – أو (not-or) NOR يمكن لدوائر كهربائية أخرى بنفس بساطة هذه أن تنفذ الوظائف المنطقية الأساسية الأخرى. يتّضح من هذين المثلين المبدأ الأساسي لتصميات شبه موصّل أكسيد الفلز المكمِّل: تُستعمل ترانزيستورات NMOS FET لتأدية مخرج مؤرّض فقط بينما تُستعمل ترانزيستورات PMOS FET لتأدية خرج V_{DD} فقط.

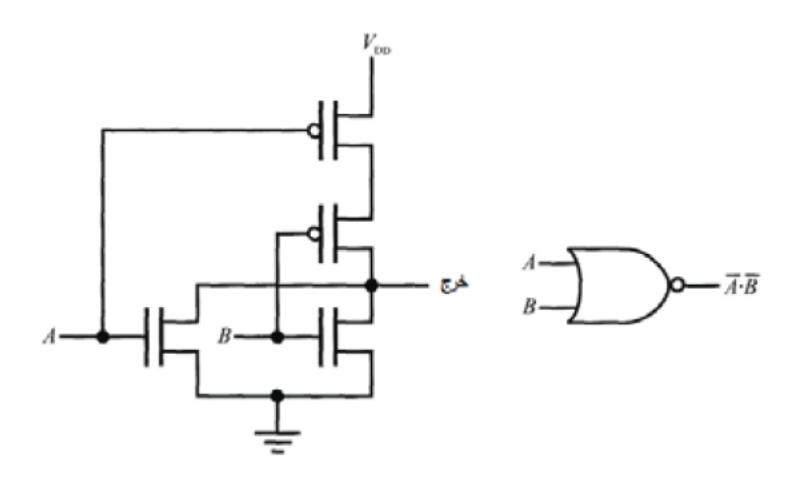
بما أنّ بوابة نفي – أو (NOR Gate) هي دالة غير خطية على عناصرها (الجدول 1.10) يصبح من الممكن تأدية أي وظيفة منطقية بجمعها مع بوابات نفي (NOT Gate) (Hill & Peterson, 1993). يمكن استخدام بوابات غير خطية أخرى مثل بوابة الضم (AND Gate) كبديل بدائي، ولكن من غير الممكن القيام بذلك مع بوابات خطية مثل بوابة حصري – أو (XOR Gate). عملياً، يمكن، تحقيق أي وظيفة عشوائية عبر تنفيذها على مستويين مستعملين، طبقة بوابات "نفي" موصولة بطبقة بوابات نفي – أو بحيث يثبّت تأخّر انتشار الإشارة في الدائرة الكهربائية. نجد هذه التشكيلة في المصفوفات المنطقية القابلة للبرمجة (Programmable Logic Array) (PLA) التي يمكن استعمالها كعنصر منطقي عام. فالتقنية الأكثر استعمالاً لاختزال الوظائف المنطقية العشوائية بأصغر تنفيذ ذي مستويين هي خوارزمي كوين – مكلاسكي (Quine-McClaskey Algorithm) طوّرها الفيلسوف و. ف. كوين (W. V. Quin) قبل وجود الدوائر الكهربائية التكاملية بكثير بغية حل أحجية منطق رياضي (Quine 1952; McCluskey 1956).



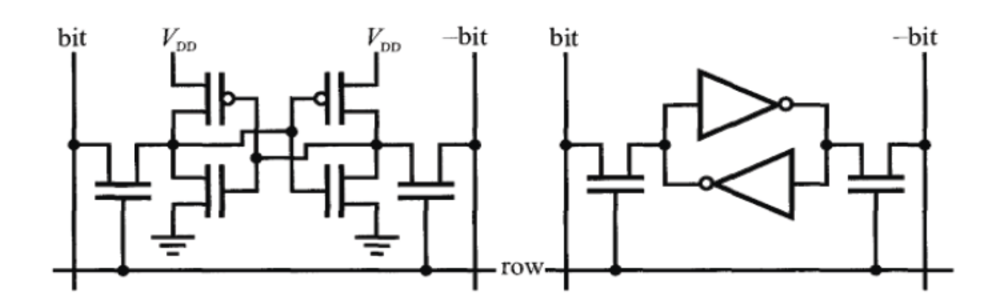
الشكل 13.10: بوابة نفي (NOT Gate) لـ شبه موصّل أكسيد الفلز المكمِّل ورمز دائرتها الكهربائية.

الجدول 1.10: وظائف منطقية خطية (XOR) وغير خطية (NOR)

NOR(1+x,y)	NOR(x,y)	XOR(1+x,y)	XOR(x,y)	y	1+x	X
0	1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1



الشكل 14.10: بوابة نفي – أو (NOR Gat) لـ شبه موصّل أكسيد الفلز المكمَّل.



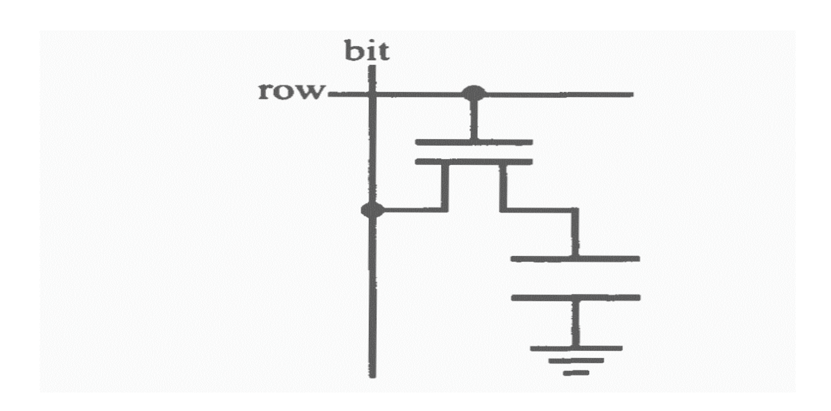
الشكل 15.10: خلية ذاكرة الدخول العشوائي لشبه موصل أكسيد الفلز المكمَّل (SRAM).

كلّ ما ناقشناه حتى الآن يندرج ضمن المنطق التجميعي (Combinational Logic) حيث يتحدد المخرج تبعاً للـمدخلات الفورية. أمّا المنطق التسلسلي (Sequential Logic) فيزيد على عملياته، ذاكرة وإشارة ساعة للقيام بالانتقالات، بحيث بإمكان المخرج أن يأخذ قيم المُدخل الماضي أو الحاضر. سنغطي الساعات في الفصل الرابع عشر، أمّا الآن فسنتطرّق إلى دوائر ذاكرة الدخول العشوائي (Random Access Memories) (RAM)، بدءاً بخلية ذاكرة الدخول العشوائي الساكنة (Static RAM) (SRAM) المبينة في الشكل (15.10). ففي هذه الخلية يُخزَّن البِتّ في تشكيلة ثنائية مستقرة مؤلّفة من عاكسين مقترنين. فإذا كان مُدخل أحد العاكسين 1 منطقي يكون مخرجه 0 وهذا المُدخل يؤدي إلى مخرج 1 في العاكس الثاني، موافقاً لمُدخل العاكس الأوّل. ويكون العاكسان في تشكيل مستقر إذا كان مخرج الأوّل 1 ومخرج الثاني 0. أمّا لصنع ذاكرة من هذا النوع فيتم بإيصال ترانزيستورات بين مخرجات العاكسين مع خطوط كتابة/ قراءة بِتّات. تشغّل خطوط تمكين الصفوف هذه الترانزيستورات المُمَرِّرة ما يسمح لتركيبة خطوط معيّنة وصفوف بِتّات بأن تصوّب على بِتّ فريد. فإذا تم إيصال مكبّر الصوت المحسوس إلى خطوط بِتّات (Bit Lines)، فإن بإمكان صفوف البِتّات هذه قياس حالة العاكسين وقراءة البِتّ، وإذا تم توصيل مكبّرات الصوت إلى صفوف بِتّات فيمكن كتابة بِتّ من خلال إجبار العاكسين باتخاذ الحالة المرجوة. صفان من البِتّات (البِتّ ومكمِّلاتها) بحاجة إلى التأكد من أن كِلا العاكسين ينتهيان عند الحالة المرجوة.

تتطلب خلية ذاكرة الدخول العشوائي الساكنة ستة ترانزيستورات. ففي عام 1966 أدرك بوب دينارد (Bob Dennard) الذي كان يعمل لدى شركة IBM، أنه من الممكن تصنيع الذاكرة باستخدام ترانزيستور واحد فقط، ومكثف واحد لكل بِتّ، بزيادة ملموسة بصورة كبيرة لكثافة البِتّ (Dennard, 1968). ففي مثل تلك الخلية لـ ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة (Dynamic Ram) (Dram) تُخزن البِتّ في المكثف على أساس أنها شحنة، كما هو مبين في الشكل (16.10). فحينما يكون الصف والبِتّ بإمكانهما تشغيل صفوف البِتّات، فإنه بالإمكان الكتابة للمكثف لتخزين البِتّ، أو إن بإمكان مكبّر الصوت اكتشاف الشحنة لقراءة البِتّ. وخلافاً لخلية ذاكرة الدخول العشوائي الاستاتيكية (الساكنة) (SRAM)، نرى أن عملية القراءة هذه مدمرة، لأن فيها يستخدم المكثف لشحن صف البِتّ حينما تبدأ عملية قراءتها، حتى لو كانت تلك البِتّ لا تقرأ الشحنة. ولكن في نهاية المطاف ستتسرب الشحنات بعيداً عن المكثف، فلذا تتطلب خلايا ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة دوائر كهربائية معقدة لإعادة التحميل. ومع ذلك فإن ادخار الحيز

من خلال استخدام ترانزيستور واحد لكل بِتّ هو أهم بكثير من ذلك التجميل لهذه التعقيدات الإضافية المتعلقة بحدود الذاكرة. كما أن ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة هي أبطأ من ذاكرة الدخول العشوائي الاستاتيكية (الساكنة)، وذلك لأن الدافع المجهول لما وراء قيادة صف البِتّ فيها يتم بواسطة المكثف بدلاً من الدافع الفعال بواسطة العاكس. وبسبب هذا، تستخدم كثافة أقل في ذاكرة الدخول العشوائي الاستانيكية (الساكنة) لذاكرة الخزن السريع المؤقتة، في حين تستخدم كثافة ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة للذاكرات الرئيسية الكبيرة البطيئة.

إن كلاً من ذاكرة الدخول العشوائية المتحركة (DRAM) وذاكرة الدخول العشوائي الساكنة (SRAM) ذاكرة خزن متواصل (Volatile Memory)، حيث يجب أن تعمل كلٌّ منهما على الحفاظ على البيانات الخاصة بها. وحيث إن القدرة يمكن أن تنفذ قبل نفاذ البيانات بفترة طويلة، ولا سيما في التطبيقات المتنقلة أو المضمنة، فيسترعي ذلك الحاجة إلى ذاكرة غير متلاشية (Non-Volatile Memory). ولعل الحل الأكثر شيوعاً لهذه المشكلة هو إضافة بوابة عائمة (Floating Gate) إلى بنية ترانزيستور حقلي (MOSEFT) الموضح في الشكل (9.10). وهو عبارة عن قطب كهربائي موضوع ما بين البوابة والقناة، ومحاط تماماً بأكسيد عازل. ويمكن قراءة الشحنة المخزنة في البوابة العائمة من خلال شحنة الصورة، حيث تحث الطبقة السفلية على تغيير موصلية القناة، ولأن البوابة العائمة معزولة تماماً فإن زمن الاحتفاظ بالشحنة يمكن أن يكون طويلاً (لعدة سنوات).



الشكل 16.10: خلية «ذاكرة الدخول العشوائي» لـ شبه موصّل أكسيد الفلز المكمِّل.

في برمجة مسح ذاكرة قراءة فقط (Erasable Programmable Read-Only

(EEPROM) Memory) تترسب الشحنات على البوابة العائمة من خلال استخدام ڤولطية كتابة كبيرة كافية لتحفيز طاقة إلكترونية عالية «ملتهبة» على عارضة البوابة، حينها يتم مسح الذاكرة كلها، من خلال التعريض المميت للأشعة فوق البنفسجية، التي يصاحبها طاقة كافية لإجبار الإلكترونات على العودة إلى حيث كانت. ولكون أن هناك حاجة إلى عشرات الڤولطات وضوء الأشعة فوق البنفسجية لغرض الكتابة والقراءة، فيكرس المبرمجون كل استخداماتهم في برمجة مسح ذاكرة قراءة فقط.

في برمجة مسح كهربائية لذاكرة قراءة فقط (Electrically Erasable Programmable Read-Only Memory) (EEPROM)، يخفض سمك الأكسيد العازل من $\sim 100\ nm$ إلى $\sim 10\ nm$، مما يمّكن الإلكترونات من خلق نفق دخول وخروج من البوابة العائمة (Fowler & Nordheim, 1928). وهذا يتطلب وجود ترانزيستور إضافي لكل خلية للسيطرة على الشحن، وتقليل فترة تخزين الشحنات، والتعويل بموثوقية على الجهاز ليسمح بالوصول إلى قراءة وكتابة البِتّات العشوائية. ولعل ذاكرة ومضية (Flash Memory) هي الحل التوفيقي التي يمكنها الكتابة إلى الإلكترونات الملتهبة ومن ثم إزالتها بواسطة نفق الخروج والدخول في البوابة العائمة، والسماح في برمجة الدائرة الكهربائية باستخدام ترانزيستور واحد لكل خلية لحساب تقييد مسح قطاعات الذاكرة بدلاً من تقييد مسح البِتّات بصورة فردية.

بسبب السهولة النسبية في صناعة استهلاك طاقة منخفضة وكثافة طاقة عالية، فإن شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل هيمن على إنتاج الدوائر المتكاملة. وقد رافق ذلك تاريخياً تباطؤ التبديل بسبب فترة شحن مكثف – مقاوم (Resistor-Capacitor Charging) (RC Charging) المرتبط مع بوابات التحويل. وهذه ما يفسر لنا، سبب استخدام تطبيقات الترددات العالية لقطبين عاليي الطاقة مثل منطق الترانزيستور – الترانزيستور (TTL) أو عائلة منطق المبعاث المزدوج (Emitter-Coupled Logic)، أو مواد عالية النقل مثل زرنيخيد غاليوم ثلاثي (GaAs). ولكن سرعة شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل قد ازدادت لما هو أكثر من 1GHz بسبب ما له من ميزات مفيدة. فبمجرد أن تصبح المواد نقية بما فيه الكافية، وتنخفض قدرة القناة لما هو أقل من $1\ \mu m$ فإن الإلكترونات يمكنها أن تُبحر خلال الترانزيستور من دون تشتت. فهذه الأجهزة الباليستية أو الإلكترونية الملتهبة يمكنها أن تعمل بسرعة تفوق بكثير مما هو مفترض نقله. فشبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل مازال محدود القدرة بالنسبة للمصدر أو قد يغرق بالتيار، ولهذا السبب زاوج عمليات شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل ذي القطبين (Bipolar Complementary

(CMOS) Metal Oxide Semiconductor) ما بين أفضل اثنين من الموصلات عالمياً باستخدام الترانزيستورات الحقلية الـرقيقة، وبين الترانزيستورات القطبية لغرض قيادة الإشارات الخارجية.

5.10 الحدود

في ستينيات القرن العشرين لاحظ كوردن مور (Gordon Moore) من شركة إنتل الحاسوبية (Intel) أن عدد الترانزيستورات على الرقاقة، مع كل المواصفات الأخرى تقريباً، يتم مضاعفتها كل سنة أو نصف السنة. هذا النمو المتسارع أصبح يُعرف بـ قانون مور (Moore's Law) (Moore 1979). فهو ليس قانون طبيعة، بل هو ملاحظة للجهود الهندسية الاستثنائية. العقود العديدة التي مرت على ما هي عليها كان كذلك فيها مطبق، إذ جعلت من الممكن التنبؤ بمستقبل الدوائر الكهربائية المتكاملة الواسعة النطاق (VLSI) (Very-Large-Scale Integrated Circuits) وقد صُدقت هذه النبوءة بما يثير الدهشة. ومن ناحية أخرى، فقد تم التغلب على العقبات التي تبدو مستعصية على الحل مع تقدم الزمن كل عام، لمواصلة التوسع في هذا المجال. في حين من ناحية أخرى، سيكون في وقت ما حوالي 2020–2040، معظم موسطات الأجهزة تصل في آنٍ واحد لحدود الجوهر الأساسي للفيزياء (Keyes, 1987). فالأسلاك كما نعرفها، لا يمكن أن تكون أرق من ذرة واحدة، والذاكرات لا يمكن أن تمتلك أقل من إلكترونٍ واحد، وأن تكون قابلة للزرع في الرقاقة بصورة فعالة، بحيث يجب أن تكون تكلفتها أقل من الناتج المحلي الإجمالي في هذا الكوكب.

إن تلك الحدود الوشيكة الحدث هي مدعاةٌ للقلق بخصوص استمرار التقدم في تحسين أداء الإلكترونيات، فقد نجد أن الحقيقة تكمن في سرعة البوابات الكهربائية أو كثافة البِتّات، التي لم تعد بالفعل معوقات خطرة، لأنها كانت مجرد عناصر للعديد من التطبيقات. وبعض التحديات الأكثر إثارة للاهتمام قد تقع الآن خارج المعالجة مع الكشف، والتواصل، وتقديم المعلومات الإلكترونية. ومع ذلك، ولأن لكل عقدٍ من الزمن تحسين لجهاز يؤدي لإيجاد جهاز جديد مطابق لما قبله وكشف فرص غير متوقعة عموماً، فإنه مازال العمل على كيفية الحفاظ وتمديد هذا المعدل التطوري شيئاً يستحق الاهتمام.

ساحة المعركة الحالية هي التصنيع الدقيق (Microfabrication) (Brodie

(Murray, 1982 &. حيث يتم إنتاج الرقائق حالياً باستخدام تقنيات طبع ضوئي (Lithographic) لتحديد ميزات الجهاز بصرياً. وقد دفعت حدود انحراف الأنظمة البصرية إلى التعامل مع موجات قصيرة وقصيرة جداً، ولكن مازالت هذه الموجات في قصرها أعلى بكثير من حجم الذرة. وقد تم إنجاز مخطط نمطية الذرة باستخدام مجهر القوة الذرّيّ (Atomic Force Microscope) (AFM) (Cooper et al., 1999)، وباستخدام مجهر نفقيّ ماسح (Scanning Tunneling Microscope) (STM) (Stroscio & Eigler, 1991)، اللذان يمسحان الكهربائية الناتجة من الضغط (Piezoelectric) بطرف حاد يعمل فوق العينة، ويتابع شكل الذرة الدقيق من خلال قياس إما انحراف نتوئها أو تيار النفق الإلكتروني. في حين أن نظم المسبار الماسح (Scanning Probe) بطيئة، ينتج بطبع ضوئي صفوفاً متوازية من التلميحات الواعدة لتحقيق سرعة كتابة تجارية.

مليارات الدولارات الواجب استثمارها في صناعة مكائن الإيداع المالي، والكشف والتكنولوجيا والزرع والتخدير والانتشار وحتى لعبة النرد، واختبار الرقائق في المعادلات الفيزيائية الخطية الخمس[*] (Fab) أصبحت بصورة سريعة عائق التحجيم الأكثر خطورة. ولعل البديل عن ذلك هو التخلص من المعادلات الفيزيائية الخطية الخمس تلك تماماً، واستخدام عمليات الجداول - أعلى، التي يمكن الحصول منها على ميزات النانوميتر (Jackman et al., 1998; Ridley et al., 1999). كما أن حدود الصلة التي تحظى باهتمام أقل ولكن قد تُصبح أكثر أهمية من الناحية الاقتصادية، هي الكلفة الأقل لكل جزء من تعبئتها، التي هي عكس كل الحالات في كونها بقيت ثابتة نسبياً خلال عصر توسع نطاق الدوائر الكهربائية المتكاملة والتي كانت في حدود 10 سنتات أميركية. النهج الجديد لتحقيق هذا الأمر لأقل من سنتٍ أميركي للتطبيقات مثل التعقب الإلكتروني للسلع هو استنطاق المواد الطبيعية عن بُعد (Fletcher et al., 1997).

أحد الاسباب التي تجعل تصنيع الرقائق مكلفاً جداً، هو أن حجم الرقائق ينمو بينما تتقلص ميزاتها للحد الأدنى، وهو ما يضاعف من تأثير أي بقعة من التراب. فالعيب الصغير جداً يمكنه أن يقضي على الجزء بأكمله. فالاستجابة التقليدية لاستخدام مواد

(*) تعني Fab في الفيزياء، المعادلات الأساسية الخمس المستخدمة فيها (متوسط السرعة = المسافة/ الزمن، والتعجيل = (السرعة النهائية - السرعة الأولية)/ الزمن، والمسافة = (السرعة الأولية* الزمن + ½ التعجيل في مربع الزمن)، ومتوسطة السرعة النهائية = (السرعة النهائية - السرعة الأولية)/ 2، ومربع السرعة النهائية = (مربع السرعة الأولية + 2 التعجيل * المسافة) (المترجم).

فائقة النقاوة كانت في غرفة فائقة النظافة، ولكن حتى مع ذلك هناك عوائد الرقائق المهندسة فنياً، التي عادةً ما تكون سيئة للغاية لكونها تُعتبر سراً تجارياً حساساً (بنسبة مئوية معينة). وهناك نهجٌ مختلف جذرياً وهو مخصص لتصميم المكائن التي من المتوقع حدوث خلل في أجزائها (Heath et al., 1998). ويمكن تعبئة المكونات بشكل هرمي على شكل وحدات كبيرة ومن ثم الأكبر تعقيداً، والتي من ثم يمكن تكييف تركيبها بصورة مبنية على أساس الاختبار الذاتي. وهناك بعض الأسس التجريبية لهذا النوع من التقسيم، خلال قاعدة رنت (Rent's Rule)، التي تتسم بملاحظة العديد من أنظمة هندستها (وبيولوجيتها) التي لها علاقة بقانون التحجيم لما بين عدد من الاتصالات إلى الأنظمة الفرعية، وبين عدد من وحدات الدوال في هذه الأنظمة الفرعية، مع قوة أُسيّة مرفوعة لما بين ½ إلى 1 (Landman & Russo, 1971; Vilkelis, 1982).

تقدم الديناميكيا الحرارية القيود العميقية التي هي أيضاً ذات أهمية كبيرة على المدى القصير (Gershenfeld, 1996). حاسوب محمول قدرته 10 W نفذت طاقته قبل بدء الطائرة رحلتها، أجهزة حاسوب سطح مكتب قدرة كل منها 100 W في بناية ما تستهلك مجتمعة أكثر من قدرة استهلاك جهاز تبريد مستخدم، أو يمكن التعامل معها، وتتحدى للحفاظ على طاقة حاسوب عملاق قدرته 100 kW من ذوبانه خلال الكهربة التأريضية. فكما اطلعنا في القسم 5.4، إن جذور نظرية المعلومات نمت من خلال دراسة كفاءة المحركات البخارية، وهي الآن تعود بالمساعدة في تحسين أداء الديناميكيا الحرارية لأجهزة الحاسوب (Leff & Rex, 1990). فقد حل رولف لاندور (Rolf Landaur, 1961) اللغز الذي ظل أمده طويلاً من دون حل، وذلك من خلال بيانه أن المسح هو حينما تكون هناك أهمية حسابية فتتكلفها الديناميكيا الحرارية، وذلك لأن الحرارة مرتبطة مع تغير الإنتروبي الذي يتبعها من إعادة تعيين البِتّ غير المعروفة لتكون حالة معروفة إذ هي $Q = TdS = kT\log 2$ (Landaur, 1962). وقد ذهب تشارلز بينت (Charles Bennet) إلى أبعد من ذلك، للإثبات بشكل غير متوقع أن الحسابات الكونية ممكنة من دون إزالة أي معلومة وذلك من خلال إعادة ترتيب المدخلات والمخرجات (Bennett, 1973). فيلم كانت $kT\log 2 \approx 10^{-21}\,J$، كان يُعتقد أصلاً أن تلك الحدود كانت بعيدة المبتغى. وفي الآونة الأخيرة، كان في موضع تقدير أن توجيهات التصميم التي يقدمونها هي قابلة للتطبيق على مستويات طاقة أعلى من ذلك بكثير. حيث يسعى المنطق المعكوس (Reversible Logic) إلى البحث عن استرداد الطاقة بدلاً من تبديدها المرتبط بإزالة البِتّ (Merkel, 1993; Younis & Knight, 1993)، ومنطق ثابِتّ الحرارة

(الإدياباتيكي)(*) (Adiabatic Logic) لا يجعل التغيرات تتم بأسرع مما نحتاجه (مسألة 5.10) (Athas et al., 1994; Dickinson Denker, 1995). وكلا هذين المبدأين قد تم استخدامهما في صناعة الدوائر الكهربائية، وهذا ما يبين تخفيضات استهلاك الطاقة الواعدة.

حتى العناصر الأكثر جوهرية هي حدود مرتبطة مع الثوابِتّ الفيزيائية، والتي منها سرعة الضوء. فمنطق التزامن (Synchronous Logic) يحتاج إلى توزيع الساعة على كامل الرقاقة عند كل دورة، بصرف النظر عن طاقة الشحن هذه المستلزمة، وهي أيضاً تحدد زمن الدورة لحجم الرقاقة مقسوماً على سرعة الضوء. رد الفعل الوحيد هو القضاء على إيصال الساعة بواسطة استخدام منطق عدم التزامن (Asynchronous Logic)، الذي تؤكد بواباته الكهربائية مخرجاتها عندما تكون قد تلقت مدخلات نافذة بدلاً من إشارة ساعة شاملة (Birtwistle & Davis, 1995). وهذا يمكن أن يكون مفيداً أيضاً لخفض التبديد وتعقيد الأسلاك. وعلى الرغم من أن الحد النهائي لسرعة الساعة يأتي من العلاقة غير المؤكدة لكمّ زمن الطاقة، يدور الجدال حول استخدام أقصى طاقة متوافرة في أدنى عدد محتم من البوابات الكهربائية، من أجل تقليل زمن الاتصال (Lloyd, 2000).

عنصرٌ آخر، هو حجم الذرات. فمع ميزة انخفاض حجم الذرات لـ $0.1\ \mu m$، لم يعد هذا الشأن ممكناً لأن تتواصل هذه الذرات ولو بصورة تقريبية. ويمكن رؤية ذلك في الهجرة الكهربائية (كهروهجرة) (Electromigration). حيث تكون حركة الذرات بصورة منفردة نتيجة لزخم نقلها بواسطة التيار الإلكتروني الذي يؤدي إلى فشل إمكانية الأسلاك في منع حدوث ذلك من خلال الاهتمام البليغ بالتعدين وكثافة التيار. ويتم تشغيل تحوّط التيار للحيلولة دون حدوث أي خلل في ميزة ترانزيستور أحادي الإلكترون (SET) (Single-Electron Transistor) (Likharev & Claeson, 1992; Grabert & Devoret, 1992). إذ يمكن تكون نفق إلكتروني عبر عازل ما بين ما يشبه جزيرتين وفقط

(*) منطق ثابِتّ الحرارة أو ما يسمى فيزيائياً في بعض الأحيان المنطق الإدياباتيكي، هو دوائر كهربائية منخفضة الطاقة تستخدم "المنطق المعكوس" للحفاظ على الطاقة. وهذه الدوائر الكهربائية تختلف تماماً عن دوائر شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل المعروفة بتبديدها للطاقة خلال التحول. وهذه الدوائر التي تستخدم منطق ثابِتّ الحرارة تقلل التبديد باتباع قاعدتين رئيستين هما: **1.** لا تشغيل الترانزيستور عندما يكون هناكَ احتمال وجود ڤولتية ما بين المصدر واستنزاف الإلكترونات، **2.** لا يتم إيقاف الترانزيستور عندما يكون هناك تيارٌ متدفقٌ في الترانزيستور (المترجم).

عندما تكون الحالات متوافرة لكلا الجزأين، لخلق تحوير دوري يطلق عليه حصار كولوم(*) (Coulomb Blockade) لشحن التيار بسبب الرقم الصحيح لعدد الإلكترونات المسموح فيها في الجزيرة. ومن بين التطبيقات الأخرى، يمكن استخدام هذه التقنية لخلق خلية ذاكرة يمكنها تخزين إلكتروني أحادي (Durrani et al., 1999).

بمجرد أن تصل الأجهزة إلى هذه الحدود، فإن المزيد من التطور لا يمكن أن يتحقق إلا من خلال إيجاد مستوى جديد من الحرية لتمثيل ومعالجة المعلومات.أحد الخيارات لتفعيل ذلك هو إدراك وفهم النظم غير الخطية التناظرية التي يمكن استخدامها أكثر بكثير من حصرها في منطق النظام الثنائي. بعض من الأمثلة المتعلقة بهذا الخيار يمكن ملاحظته في الفصل 13. خيارٌ آخر هو الإبقاء على مفهوم البِتّ، ولكن استخدام ميكانيكيا الكمّ لتوصيف منطقية البِتّات، هو أيضاً حالات فيزيائية. سيتم اكتشاف الآثار الرائعة لمنطق البِتّات في الفصل 15.

6.10 مراجع مختارة

[Ashcroft & Mermin, 1976] Ashcroft, N., & Mermin, N. D. (1976). *Solid State Physics*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

مقدمة لفيزياء الحالة الصلبة يستحق القراءة. ومؤشرٌ يستحق اهتماماً خاصاً.

[Sze, 1981] Sze, S. M. (1981). *Physics Semiconductor Devices*. 2nd edn. New York: Wiley-Interscience.

نصٌ متناهٍ للأجهزة الفيزيائية.

[Streetman, 1990] Streetman, B. (1990). *Solid State Electronic Devices*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

هذا الكتاب هو مقدمة أكثر تناولاً للأجهزة الفيزيائية.

(*) في الفيزياء، يرمز لـ حصار كولوم (Coulomb Blockade) بـ (CB) وقد سميت بهذا الاسم نسبة إلى مكتشفها الفيزيائي تشارلز أوغستين دو كولوم، وأحياناً يطلق عليها مصطلح قوة كولوم الكهربائية. وهذه القوة تُزيد المقاومة عند ڤولطية انحياز صغيرة نابعة من جهاز إلكتروني واحد على الأقل وذي سعة نفق تقاطع منخفضة (المترجم).

7.10 مسائل

(1.10) (أ) اشتق المعادلة (10.28) بواسطة استخدام التكامل والحدود في المعادلة (27.10).

(ب) بيّن أن المعادلة (2.10) تابع للمعادلة (27.10).

(2.10) ما هو الإشغال المتوقع للحالة عند حافة التوصيل لـ Si و Ge والماس في درجة حرارة الغرفة

(300 K)؟

(3.10) انظر في Si معجون بـ 10^{-3} ذرة لكل سم[3] (atom/ cm[3]).

(أ) ما هو تركيز ثقب التوازن عند $300\ K$؟

(ب) ما هي الخطوات التي تحرك E_F نسبياً نحو قيمتها الذاتية؟

(4.10) صمم عاكس شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل قابل لاستيعاب ثلاث حالات، من خلال:

إضافة مدخلات التحكّم إلى العاكس التقليدي، الذي يمكنه فرض مخرجات إلى حالة الإعاقة العالية (قطعها). هذه مفيدة لسماح البوابات المتعددة للمشاركة بسلك واحد.

(5.10) لنسمح لمدخلات دائرة كهربائية منطقية الاتصال بواسطة سلك للمقاومة R لتحميل السعة C مثلاً:

البوابة التي تأتي بعد ترانزيستور تأثير حقلي ((FET)). في البداية يتم تفريغ السعة المحملة، ومن ثم عندما يتم تشغيل البوابة تشحن لإيصال ڤولطية V. لنفترض أن المخرجات قد تم تشغيلها فوراً، وليكن ڤولطية المزودة ستكون $5\ V$، وسعة البوابة لتكن $10\ fF$.

(أ) ما كمّية الطاقة المخزونة في السعة؟

(ب) ما كمّية الطاقة المتبددة في السلك؟

(ج) تقريبياً، ما كمية الطاقة المتبددة في السلك، إذا كان تزويد ڤولطية قد تم رفعه خطياً

من 0 إلى $5\ V$ خلال فترة زمنية طولها τ؟

(د) كمّ مرة يجب أن تكون السعة مشحونة ومفرغة من الشحن لغرض الحصول على طاقة

قدرتها $1\ W$؟

(هـ) إذا كانت دائرة كهربائية متكاملة فيها 10^6 ترانزيستور، وكل من هذه الترانزيستورات يبدد طاقة الشحنات عند كلّ دورة ساعة لـ $100MHz$، فما هو حجم الطاقة المستخدمة في أسوء الحالات تقديراً؟

(و) ما هو عدد الإلكترونات المخزنة في السعة؟

الفصل الحادي عشر

التوليد، والكشف، وتحوير الضوء

سنستعرض في هذا الفصل علاقة الضوء وتقاطعه مع الخصائص الإلكترونية والبصرية للمواد، والتي يطلق عليها اسم الـ كهروضوئيات (Optoelectronics)، أو ما هو أقل قليلًا من الإلكترونيات وأكثر بعض الشيء عن الإيمان بـ الضوئيات(*) (Photonics).

سوف نبدأ من النظر في كيفية تمكن تحويل الطاقة الإلكترونية إلى إضاءة (كلاهما المرئية والفكرية)، ومن ثم ننظر في كيفية تمكّن تحويل الضوء مرة أخرى إلى طاقة ضوئية ومعلوماتية، وننتهي بطرق تسمح بتعديل ذلك.

1.11 التوليد

1.1.11 التوهّج

الطريقة البسيطة لتوليد ضوء ما، تتم بواسطة تسخين شيء ما لإنتاج الـ توهج (Incandescence). ولإيجاد حالات الفوتون الحراري المتوافرة في صندوق طول ضلعه الجانبي L، نتبع اشتقاق حالات كثافة الإلكترون من المعادلة 36.10، التي سنفترض فيها شروط الحدود الدورية على حقل الإشعاع، بحيث إن متجه الموجة $\vec{k}$ يكون مؤشراً بواسطة الأعداد الصحيحة n_x, n_y, n_z:

(*) علم الفوتونيك، يهتم فيزيائياً بخصائص كوانتا الضوء (المترجم).

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L}(n_x\hat{x} + n_y\hat{y} + n_z\hat{z})$$
$$k^2 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 r^2$$
(1.11)

بحيث إنه هناك ضمن حدود ذلك الصندوق الكبير يمكن اعتماد تعريف المتغير المتواصل r. ففي حدود التردد يكون:

$$\frac{2\pi}{c}v = k = \frac{2\pi}{L}r$$
(2.11)

أو:

$$r = \frac{L}{c}v$$
(3.11)

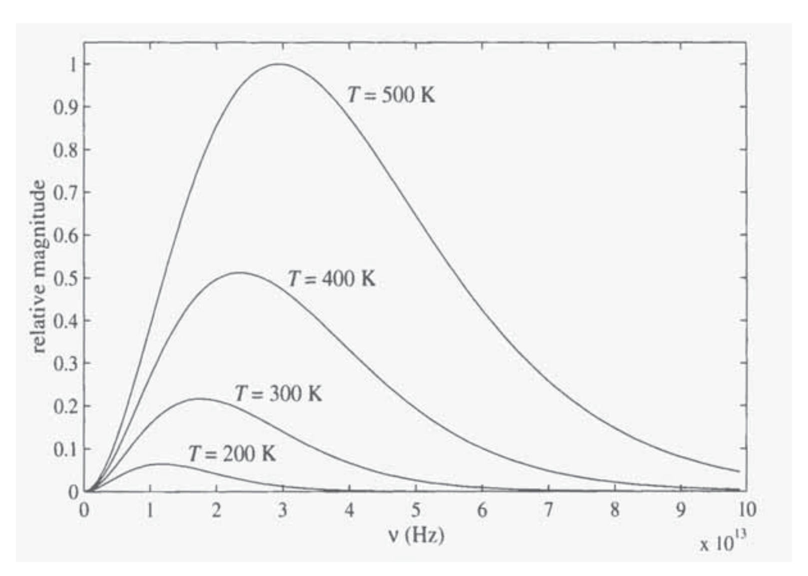
وعليه، فالمجموع الكلي للحالات ضمن حجم $V = L^3$ هو امتلاك المؤشرات ما بين r و $r + dr$ ومن ثم يُعطى قياسه في حدود كثافة الحالات للحجم N من خلال الحلقات الكروية:

$$V\,N(r)dr = 2\,.\,4\pi\,r^2\,dr$$
$$= 8\pi\,r^2\,dr$$
$$= 8\pi\left(\frac{L}{c}\right)^2 v^2\frac{L}{C}\,dv$$
$$= 8\pi\frac{V}{c^3}v^2\,dv$$
$$N(v)\,dv = \frac{8\pi}{c^3}\,v^2\,dv$$
(4.11)

العامل الأول في المعادلة أعلاه للعدد 2 جاء من احتمالين عرضيين لاستقطاب الفوتون (الذي سنناقشه باستفاضة في القسم 3.11). فطاقة الفوتون الحراري للحجم U في الصندوق من ثم يمكن إيجادها بواسطة ضرب كثافة هذه الحالات بطاقة الفوقون hv وتوزيع بوس – إينشتاين (Bose-Einstein Distribution) لإشغال الفوتون في الحالات المتوافرة:

$$U = h\nu \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3 \left(e^{h\nu/kT} - 1\right)} \tag{5.11}$$

والمعادلة أعلاه يطلق عليها قانون بلانك (Planck's Law)، موضحةٌ في الشكل (1.11).



الشكل 1.11: قانون بلانك للإشعاع الحراري.

يمكن حساب المجموع الكلي للطاقة لكل وحدة حجم بواسطة تكامل الطيف:

$$\int_0^\infty U(\nu)\, d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}\, d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{1}{15} \left(\frac{kT\pi}{h}\right)^4 \tag{6.11}$$

ويمكننا إنجاز هذا العمل من الناحية التحليلية بواسطة دالة ريمان زيتا (Riemann Zeta Function) التي يمكن مناقشتها باعتبارها دالة التكامل الأكثر إثارة للاهتمام في كل علوم الرياضيات (Hardy & Wright, 1998).

ينطبق قانون بلانك على فوتونات التوازن الحراري، فعلى سبيل المثال يمكن تطبيقه على التجويف المغلق بالجدران عند درجة حرارة T، فإذا ما فتحنا فتحة ما في هذا التجويف المغلق، بالتأكيد سنعكر حينه صفو التوزيع الحراري في التجويف. ولكن طالما لم تكن تلك الفتحة بذلك الحجم الكبير، فيمكننا استخدامها لأخذ عينات من الإشعاع. هذه العملية المثالية تسمى بـ إشعاع الجسم الأسود (Black-Body Radiator)، لأن أي ضوء يدخل من خلال هذا الثقب سوف لا يجد إلا فرصة ضئيلة للتبعثر، لذلك فهو حالة امتصاص مثالي (Ideal Absorber) تقريباً وباعث في نفس الوقت.

يمكن إيجاد إجمالي الطاقة المشعة لمساحة R من الفتحة من خلال ضرب المعادلة (6.11) بعامل سرعة الضوء c (لتحويل الطاقة بالنسبة إلى الحجم، إلى طاقة بالنسبة للزمن وللمساحة)، وتقسيمها على 2 (لأن نصف كمّية الفوتونات تتجه نحو الفتحة، والنصف الآخر يكون بعيداً عنها)، ومن ثم تقسيم الناتج على 2 (لكون المساحة المفتوحة الفعالة يجب تحجيمها بواسطة النقاط المنتجة من السطح العادي لاتجاهات الفوتونات الموزعة بشكل متجانس $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} cos\theta \; d\theta = 2$)، لتُعطينا:

(7.11)

$$R = \frac{c}{4}\int_0^\infty U(v)dv$$
$$= \frac{\pi^2 k^4}{60h^{-3}\, c^2}T^4$$
$$= \sigma T^4$$
$$=5.67 \times 10^{-8}\; T^4 \frac{W}{m^2}$$

تسمى نتيجة المعادلة أعلاه قانون ستيفان – بولتزمان (Stefan-Boltzmann Law). وضمن حدود هذا القانون لا بد من الأسطح الحقيقية أن تصحح انبعاثية الانحراف (Emissivity Deviating) بالاعتماد على كفاءة وحدة قياس مثالية الجسم الأسود، ويبدو أن هذا تقريب جيد إذا كان ينطبق على مجموعة واسعة من المواد. فوجود عامل بلانك الثابتِّ h في المعادلة يدل على أصل الكمّ. وإن عدم القدرة على استخلاص الشكل الصحيح للإشعاع الحراري خلال العقد الأخير من القرن التاسع عشر الميلادي، وفي غضون الوقت الذي كان ينظر فيه للفيزياء على نطاق واسع على أساس أنها نظرية مستكملة الجوانب، كان هناك حالة من الشعور بالتردد قاد إلى ثورة مصحوبة بتطور ميكانيك الكمّ بواسطة آينشتاين وآخرين.

2.1.11 «التلألؤ»(*): الصمام الثنائي الباعث(**)، والليزر والألواح المسطحة(***)

يسمى الضوء الناتج من تحولات الكمّ (Quantum Transitions) وليس عن الوسائل الحرارية بـ التلألؤ (Luminescence). فإذا كانت آلية الإثارة هي التيار الكهربائي أو الجهد (فتُدعى تلك التحولات بـ تألق الإلكتروني (Electroluminescence). أما إذا كانت الفوتونات تُنتج بواسطة القصف الإلكتروني فحينها تسمى بـ بريق مهبطي (Cathodoluminescence)، وإذا كانت الإثارة عن طريق الفوتونات فقط، فتسمى حينها بـ اللمعان الضوئي (Photoluminescence). وعندما يحين وقت اضمحلال الضوء السريع (في حدود الزمن على مقياس نانوثانية لإعادة التركيب المباشر لإلكترون الفتنحة)، فإن الإشعاع في هذه الحالة يسمى تَفَلْوُر (فلورسنت) (Fluorescence)، وإذا كان الاضمحلال بطيئاً (ثواني، أو دقائق، أو حتى ساعات) فيسمى وميض فوسفوري (Phosphorescence)، وتُدعى تلك المادة بـ الفوسفور (Phosphor) (McKittrick et al., 1999).

سنهتم هنا في المقام الأول بالتلألؤ الإلكتروني الخاص بأجهزة أشباه الموصلات، ولعل أكثر الأمثلة أهمية للتلألؤ الكاثودي ما هو مألوف بتسميته بـ أنبوب أشعة مهبطية (كاثود) ((Cathode Ray Tube (CRT))، الذي يتم فيه تسريع الإلكترونات المنبعثة من الكاثود الساخن بواسطة الأنود لقصف الفوسفور. والفوسفور النموذجي لهذه الحالة هو ZNS المتشبِّع بالنحاس كمادة منشطة مثارة (Activator Excited) جعل إلكترونات

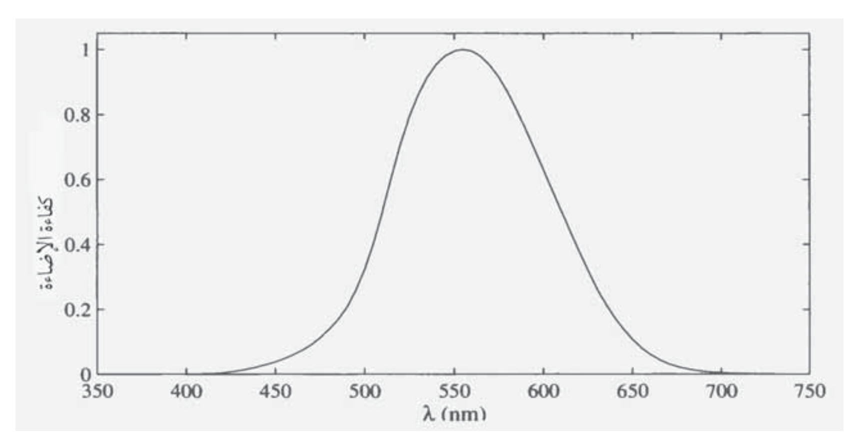
(*) انبعاث الضوء من مادة لم يتم تسخينها، كما هو الحال في الفلورسنت (Fluorescence) والفوسفورسنس (Phosphorescence) (المترجم).

(**) وتعني (LED) مختصر لـ (A Light Emitting Diode) الصمام الثنائي الباعث هو مصدر ضوء من اثنين من شبه موصلات مصنوعة من الرصاص ينبعث منهما الضوء، عند تفعيلهما، وذلك عندما يتم تطبيق الجهد المناسب لتؤدي الإلكترونات قدرتها على إعادة تجميع الثقوب مع الإلكترون داخل الجهاز، والإفراج عن الطاقة في شكل فوتونات ضوئية (المترجم).

(***) شاشات العرض المسطحة (Flat Panels Display) التي تشمل عدداً متزايداً من تقنيات العرض البصرية الإلكترونية. وأخف بكثير وأرق من أجهزة التلفزيون التقليدية وشاشات الفيديو التي تستخدم أنابيب أشعة الكاثود، وعادة ما يكون سمكها أقل (3.9 cm–10 cm)، ويمكن تقسيم شاشات العرض المسطحة إلى فئتين من تكنولوجيا العرض العام: متقلبة وثابتة، وكثيراً ما تستخدم اليوم هذه الشاشات لأجهزة الحاسوب (المترجم).

الموصلات المثارة لتصل حد 530nm(*) (خضراء) نتيجة انتقالها في أيون النحاس (Cu Ion).

إن التطبيق الأكثر أهمية للمعان الضوئي هو ما موجودٌ في مكررات بصرية (Optical Repeaters) المتوفرة في وصلات ألياف المسافات الطويلة (Long-Haul Fiber Links). وهي أليافٌ يستخدم فيها السيلكا المشبعة مع أيونات الإيربيوم (Erbium Ions)، التي يمكن ضخها بواسطة حزمة ضوئية قدرها 980nm أو 1480nm من أشعة ليزر موقعية موجهة إلى حالة متبدلة الاستقرار بالنسبة إلى التحول الذي يتطابق مع 1.5μm، والذي يمثل الحد الأدنى للامتصاصات الضوئية المستخدمة في أجهزة الاتصالات. فعند وصول إشارة الفوتون تقوم بتحفيز الانبعاثات من خلال هذه الحالة المحفزة، لتوفر مكسب لجميع النظم البصرية. وهذا قد يلغي الضجيج، وتعقيدات الكشف عن الضوء، والتضخيم إلكترونياً، ومن ثم توليدها مرة أخرى (Delavaux & Nagel, 1995).



الشكل 2.11: دالة السطوع المعتمدة لدى هيئة الإضاءة الدولية (**) (CIE).

السطوع الواضح لأي مصدرٍ ضوئي يتم حسابه بعدد ضوء الشمعات(***)

(*) nm يقصد بها نانومتر (المترجم).

(**) مختصر للكلمة International Commission on Illumination (Commission Internationale de l'éclairage) (المترجم).

(***) Lumen وحدة قياس التدفق الضوئي، وهي مساوية لكمّية الضوء المنبعث في الثانية الواحدة في زاوية صلبة واحدة من مصدر موحد لشمعة واحدة، فعلى سبيل المثال ضوء 18 ڤولط يعني 500 شمعة من الضوء الأبيض الحارقة لمدة 20 دقيقة (المترجم).

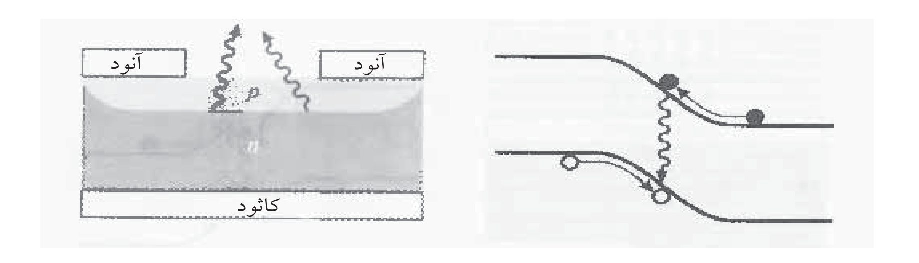
(Lumens). ووفقاً التعريف الوارد في الفصل الثاني من هذا الكتاب، فإن الواط الواحد لـ 555 nm لضوء (أخضر) يقابل 683 ضوء شمعة ويرمز لوحدة قياس الشمعة بـ (lm). ولسوء الحظ، إن أي نوع أخر من أنواع الضوء سيعني الضوء الأقل وضوحاً. ففي عام 1942م استخدمت بصورة مبكرة الهيئة الدولية للإضاءة (The Commission Internationale de l'Eclairage) (CIE) دراسات الإدراك الحسي لتحديد مستوى دالة السطوع (Luminosity) المبينة في الشكل (2.11)، تلك الدالة التي تُعطي الحساسية النسبية للأطوال الموجية الخاصة بعين الإنسان بعيداً عن ذروة التوهج عند 555 nm. وعليه فإن طيف الضوء الواسع النطاق يجب أن يكون موزوناً بواسطة هذا المنحني ليتسنى تحديد قيمته بضوء الشمعات. ولعل الأسوء من ذلك، هو ظهور بعض الدراسات في وقت لاحق بينت، إن هذا المنحني يقلل من حساسية العين للموجات القصيرة، بحيث إن قياسات ضوء الشمعات ذُكرت في بعض الأحيان بموازين حديثة كثيرة. وهو ما يدل على وجود غموض محتمل مماثل لذلك الغموض المعروف في تحديد مستوى القياس المرجعي المستخدم لقياس الـ ديسبل[*] (Decibel)، ولكن الآن لا بد من أن تُعطى معايير الدالة.

بسبب استجابة العين غير المثالية، فإن مصدراً مثالياً للضوء الأبيض على المدى المنظور قد ينتج ما يقارب 200 lm لكل من القدرة. فنموذج لمبة ضوئية قدرتها 75 W تنتج 1200 lm، معطيةً 10-20 lm/W لمصدر التوهج. فمصباح الفلورسنت يمكنه أن يرفع ذلك لمستوى 50-100 lm/W من خلال استبدال التسخين الإلكتروني بالإثارة الإلكترونية لبلازما الزئبق، التي يمكنها أن تطلق فوتونات فوق البنفسجية عاملة على ضخ الطبقة الفوسفورية. كما أن المصابيح الأكثر فعالية لإزالة خسران التحويل – أسفل بواسطة الاستخدام المباشر لتحويلات الذرية في بخار الصوديوم يمكنها أن تقترب من 200 Im/W (Hollister, 1987).

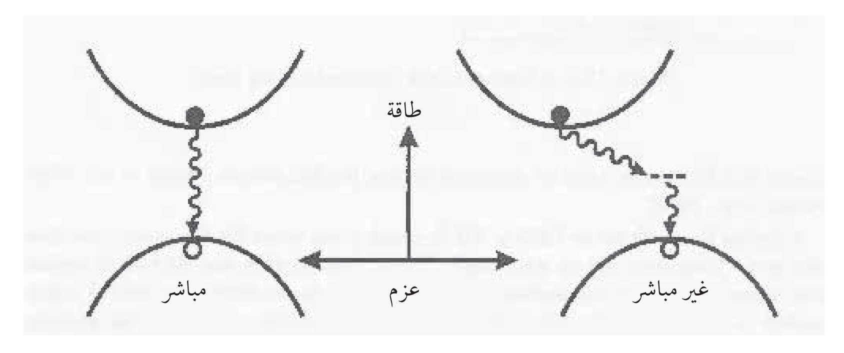
يمكن لأشباه الموصلات إظهار حزمة من آثار اللمعان الضوئي (Electroluminescent Effect) من خلال مجموعة من الآليات، بما في ذلك حامل تأثير التشتت (Carrier Impact Scattering)، ومجال الانبعاثات حول العيوب، والنانو الحابس للكمّ في السيليكون المسامي (Porous Silicon) (Faucher, 1998). وبكفاءة أكثر يمكن التنبوء بها، والسيطرة عليها

(*) الطاقة في موجة الصوت يمكن قياسها باستخدام وحدة ديسيبل. ويستخدم أيضاً على نطاق واسع في مجال الإلكترونيات والإشارات والاتصالات. ديسيبل هو وسيلة لوغاريتمية من وصف نسبة القوة، وضغط الصوت، والجهد أو الشدة أو عدة أمور أخرى (المترجم).

من خلال حقنها بلمعان ضوئي مرتبط مع إلكترونات، وثقوب مُعاد توحيدها في وصلة p-n(*) (p-n junction). ففي الصمام الثنائي الباعث للضوء (Light-Emitting Diode) (LED) المعروض في الشكل (3.11)، يُنتج الفوتون، حينما يسقط إلكترون موصل في ثقب التكافؤ. فالوصلة المنحازة نحو دفع الفائض من الإلكترونات المحمولة إلى منطقة الملتقى، وغير اللائقة للصمام الثنائي التقليدي هي واسعة وضحلة لتعزيز الإنتاج الفوتوني للضوء.



الشكل 3.11: صمام ثنائي باعث للضوء.



الشكل 4.11: فجوات حزام شبه موصل.

بعض أشباه الموصلات، مثل الغاليوم(**) (GaAS) يحتوي على فجوة نطاقية مباشرة

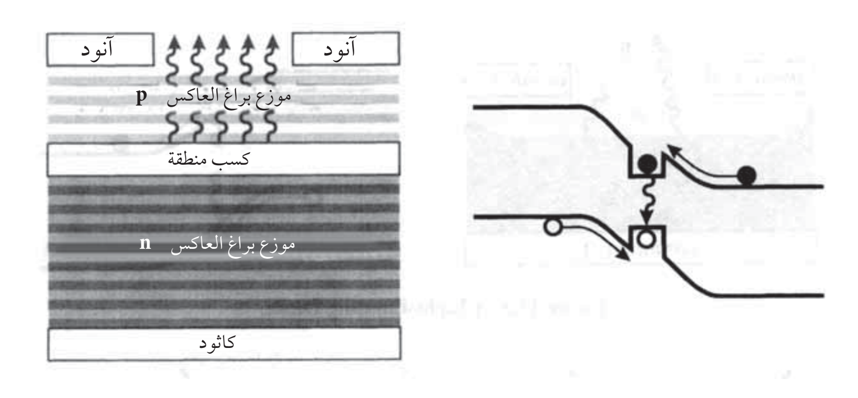
(*) الحدود أو الواجهة بين نوعين من مواد أشباه الموصلات p-type. وn-type في داخل كريستالة واحدة من أشباه الموصلات. يتم إنشاؤها من قبل المنشطات، على سبيل المثال عن طريق زرع الأيونات أو عن طريق التناضد (تنامي طبقة من الكريستال مشبعة بنوع واحد يستعمل كعامل إشابة على رأس طبقة من الكريستال مشبعة بنوع آخر من الموصلات). إذا استُخدمت قطعتان منفصلتان من المواد، وهذا من شأنه إدخال الحدود بين أشباه الموصلات التي من شأنها أن تمنع بشدة نثر الإلكترونات والثقوب (المترجم).

(**) مركب من عناصر الغاليوم والزرنيخ ويستخدم في تصنيع الأجهزة مثل دوائر تردد الموجات الدقيقة المتكاملة، وميكروويف الدوائر المتكاملة المتجانسة، والثنائيات الباعثة لضوء الأشعة تحت الحمراء، وثنائيات الليزر، والخلايا الشمسية والنوافذ البصرية (المترجم).

(Direct Band Gaps)، بحيث يكون نطاق توصيلها الأدنى مماثلاً لزخم البلورة حين يكون نطاق التكافؤ عند حدوده القصوى. في حين أنه في أشباه موصلات أخرى مثل شبه الموصل السيليكوني (Si Semiconductors) تكون الفجوات النطاقية في غير محلها، كما هو مبين في الشكل 4.11. هذه المواد ذات الفجوات النطاقية غير المباشرة (Indirect Band Gaps) قد تجعل بواعث الضوء غير فعالة للغاية، لأن الحفاظ على الزخم يتطلب إعادة تركيب الاحتمالات المتعلقة بالطاقة الصوتية لإلكترونات الثقوب. وهو ما يقلل من احتمالية إعادة التركيب، ناهيك عن تقليل إطلاق الطاقة للشبكة وتوسيع إشعاعية حزام خط البث. ولهذا السبب، فإن الكهروضوئيات (Optoelectronics) تستخدم حصرياً أشباه الموصلات ذات الثقوب النطاقية المباشرة.

في شبه الموّصل الغليومي $GaAs_{1-x}P_x$، تتغير x فيه من 0 إلى 0.45، ويتغير نطاق الفجوة فيه من 1.4 eV (IR) إلى 2 eV (red). وهو ما يتيح اختيار لون انبعاث الضوء من الصمام الثنائي الباعث للضوء (LED) قبل التكوين النهائي. وفي التركيزات الأعلى تصبح الفجوات فيه غير مباشرة، إلا أن استخدام النيتروجين الشائب كعامل منشط في الكشف عن حالة الفجوات هي التي تسمح باستخدام تركيزات تصل حد 1 x، (أخضر 2.2 eV). أما بالنسبة للموصلات من نوع GaN فهي تمتلك فجوة نطاقية مباشرة كبيرة لـ 3.4 eV، تجعلها ذات لون أزرق، وهو ما ممكن حدوثه حتى لـ المصابيح فوق البنفسجية للصمامات الثنائية الباعثة(*) (UV LED) (Mukai et al. 1999). ومن خلال إدخال التحسينات في هندسة بنية النطاق الترددي (Band-Structure)، وتحصيل الضوء، أصبحت الصمامات الثنائية الباعثة للضوء ذات قدرة تنافسية تجاوزت العرض المعلوماتي، وذلك لكونها مصدراً مباشراً للإضاءة. فالصمامات الثنائية الباعثة للضوء من نوع موصلات AllnGap تُنتج ما هو أعلى من 10 lm وبكفاءة تفوق 20 lm/W (Flectcher et al., 1993). ولعل المصابيح الأقل كفاءة، إلّا أنها متعددة الاستعمال، هي الصمامات الثنائية الباعثة لضوء عضوي (Organic Light-Emitting Diodes) (OLEDs)، التي يمكنها إنتاج الأجهزة المرنة والرقيقة (Sheats et al., 1996; Friend et al., 1999).

(*) UV هي مختصر لكلمة (Ultraviolet) وتعني الأشعة فوق البنفسجية، والضوء الناتج عنها هو إشعاع كهرومغناطيسي ذو طول موجي يقع ما بين 400 نانومتر و10 نانومتر، وهو أقصر من الضوء المرئي ولكن يأخذ وقتاً أطول من الأشعة السينية في الوضوح (المترجم).



الشكل 5.11: تجويف عمودي لسطح ليزري باعث.

إن عرض خطٍ لأي صمام ثنائي باعث للضوء هو 100 Å، وهو نطاق واسع جداً لوصلات الألياف البصرية (Fiber-Optic) التي تعتمد على انخفاض مستوى التشتت ومضاعفة تقسيم الطول الموجي (Wavelength-Division)، وانعدام السيطرة على انبعاثات الفوتونات التي يمنع استخدامها في حدود الانكسار (Diffraction-Limited) البصريات اللازمة لتطبيقات التخزين. وهذه هي من بين أسباب كثيرة للأهمية المتزايدة الصمامات الثنائية الليزرية (Diode Lasers)، التي يمكنها توفير عرض خط بث أقل من 1 Å مع حزمة أساسية لأشكال أنماط متعددة.

تعتمد الصمامات الثنائية الليزرية على الانبعاث المستحث (Stimulated Emission) (Corney, 1978). فإذا كان هناك نظام، مثل ذرة أو زوج إلكترون – ثقب يتمكن من ضخ الانتقال الاشعاعي إلى حالة الإثارة، فإن الفوتون الواقع ضمن ذلك التردد يمكن أن يحفز على الانتقال إلى الحالة السطحية مع انبعاث فوتوني، بعملية عكسية لامتصاص الفوتون الذي يقود الانتقال إلى الحالة المثارة. ولأن هذا هو تأثير الرنين، فإن الفوتون المنبعث يطابق حالة ما حدث في الأول. ونتيجة الفوتونات المتماسكة تمر بمرحلتين بدلاً من مرحلة واحدة، فإذا بالإمكان الإبقاء على حالة الفوتونات لفترة طويلة كافية، سيكون هناك كسب بصري صافٍ لتحديد نمط الشكل بواسطة مرايا تحديد التجويف البصري.

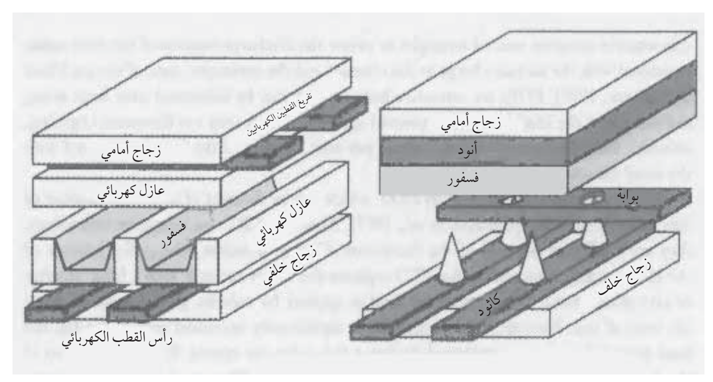
الخضوع للعمليات الفيزيائية المستخدمة في الليزر يتطلب انعكاس الشاغلين (Population Inversion) من فوتونات الحالات المستثارة، ويحتاج لمرايا ذات انعكاسية عالية تسمح للفوتونات بالعبور من خلال كسبها متوسطات الزمن المطلوب للانعكاس. ولعل أجمل حلٍ لامتلاك موصل أنيق يتجسد في ليزر باعث للضوء من سطح الفجوة

العامودية (Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser) (VCSEL)، المبين في الشكل (5.11) (Lott et al., 1993; Someya et al.,1999).

مازال صمام الوصلة من نوع p-n لا يختلف تماماً عن الصمام الثنائي الباعث للضوء (LED)، إلا أن تلك الوصلة في الوقت الحاضر باتت محصورة بين مرآتين. فتعمل كـ موزّع براغ العاكس (Distributed Bragg Reflectors) (DBRs)، الذي دورته ربع طول موجي لطبقات عازلة تبعثرها متماسك عند واجهاتها الخاصة، والتي هي على العكس من الطلاء المضاد للانعكاس أيضاً (الشكل 6.8). ويمكن التحكّم بمُعامِل الانكسار فيها من خلال تغيير تركيبة $Al_xG_{a1-x}As$. وهذه لا تجعل المرآة أيضاً بمنزلة جزء من تقاطع أشباه الموصلات فحسب، بل من الممكن أن تبقيها نشطة، وتجنبها الخسائر الناتجة عن موصلية المرآة المعدنية. فانعكاسية المرآة السفلى ممكن أن تكون أفضل من 99٪، في حين أن المرآة العليا عن قصد هي أقل انعكاسية قليلاً لبعض الضوء الخارج منها، فيما لو كان هناك مرآتان.

إن قلب التقاطع نفسه، يتكون من طبقات GaAs غير منشطة، تُدعى آبار كمّية (Quantum Wells)، لكونها تمتلك نطاق فجوة، ولأن تلك الناقلات قد تم حقنها عبر التقاطع ما بين الموصلين بواسطة خفض التحيز نحو الأمام، الهابط على هذه الطبقات الرقيقة ذات التنقل العالي، والتي يمكن أن تُعيد اتحادها ببساطة. ولما كان هناك أكثر من واجهة لتلك الطبقات الرقيقة ذات التنقل العالي، فيطلق عليها بـ جهاز الوصلات غير المتجانسة (Heterojunction Device)، أو بنية هجينة (Heterostructure).

يتم اختيار سمك منطقة الربح الداعمة للنموذج الطوالي الأحادي، ويحدد نموذج البنية العرضية بواسطة الشكل الجانبي. وذلك لأن كسب الليزر لكل الضوء المنبثق يأتي من نموذج التجويف نفسه، الذي يوفر عرض خط بث ضيق مطلوب، وشكل الإشعاع. الليزر الباعث للضوء من سطح الفجوة العامودية (VCSEL) يعمل على الاستخدام الجيد للحاملات، التي لا تشبه أشباه الموصلات الليزرية المبكرة الصنع، فبضع ڤولطات وأمبيرات كافية لإخضاع العمليات الفيزيائية المستخدمة في الليزر عند درجة حرارة الغرفة. كما كما أن كفاءة التحويل من الكهربائية إلى الضوء يمكن أن تكون أكثر من 50٪. وذلك لأن الضوء ينبثق من أعلى الليزر، ويمكنها بسهولة أن تتكامل مع الأجهزة الأخرى في الرقاقة (Chip)، ومن خلال جمعها في مصفوفة يمكنها أيضاً أن تولد طاقة خارجية (بالواط).



الشكل 6.11: وحدة عرض بلازما (اليسار)، ووحدة عرض انبعاث الحقل (اليمين).

يمكن جمع عناصر الباعث الضوئي (Light-Emitting) المتعددة لتشكيل عرض انبعاثي ضوئي (Emissive Display) (في القسم 3.11 سوف ننظر ببدائل تعديل الضوء بدلاً من توليد الضوء). في حين أن العديد من الصمامات الثنائية يمكن صناعتها من ركيزة واحدة، جاعلة العرض بهذه الطريقة يترتب عليه تغطية مناطق واسعة برقائق سيلكونية مكلفة. ولعل التحدي في تطوير العرض الضوئي يكمن في إيجاد تكنولوجيات قابلة لمضاهاة أداء العين البشرية، التي يمكنها حل التردد الحيزي لـ 60 دورة بالدرجة (60 cycles/degree) (Campbell & Green, 1966)، ويمكنها التنافس مع الإضاءة المحيطة من 100 cd/m^2 إلى 10,000 cd/m2 في نور الشمس. وهناك نهجان استندا إلى مصادر الضوء المألوفة قد لقيا اهتماماً خاصاً، هما (الشكل 6.11): شاشات العرض البلازمية (Plasma Display Panels) (PDPs) وشاشات الانبعاث الحقلي (Field Emission Displays) (FEDs).

تضم شاشة العرض البلازمية (PDP) عدداً من مصابيح الفلورسنات الصغيرة (Bitzer, 1999). القنوات العازلة للكهرباء فيها مغلفة بطبقة من الفوسفور، وتملأ بمزيج من الغازات الخاملة مثل الهليوم (He) والنيون (Ne) والزينون (Xe). وفي الأعمدة التي فوق تلك القنوات العازلة هناك أزواجٌ من الأقطاب الكهربائية الواضحة، مغلفة بطبقة واقية عازلة. ويضخ جهد التيار الكهربائي المتردد إلى تلك الأقطاب الكهربائية، التي هي أقل بقليل من انهيار الجهد الأدنى المطلوب لأيونت (Ionize) الغاز الخامل. وفي أدنى القنوات العازلة هناك صفٌ من الأقطاب الكهربائية، التي تستخدم لتحويل الشحن الإلكتروني لحالة استمرار أو إيقاف، ولإيجاد البلازما تستثير طبقة الفوسفور مع تولد أشعة فوق بنفسجية. وذلك لكونه ليس من الممكن ممارسة المراقبة الدقيقة لكثافة

الأشعة فوق البنفسجية، ولكون دورة شاشة العرض البلازمية ستحدث عدة مرات في نبضات الميكرو ثانية لتغيير سطوع الإشعاع. وعلى الرغم من الهيكلية الفيزيائية هي (نسبياً) مستقيمة، إلا أنها تتطلب استراتيجية سيطرة معقدة لقيادة التفريغ، وذلك لأن المقاييس الزمنية مرهونة مع شحن السطح في القنوات العازلة وحالة أيونت الغازات الخاملة (Rauf & Kushner, 1999). فشاشة العرض البلازمية جذابة لكون أنه يمكن بناؤها بمساحاتٍ كبيرة، ويمكن أيضاً أن يتناسب سطوع أشعتها مع الفلورسنت، لأن ذلك السطوع ما هو إلّا سطوع أشعة الضوء الفلورسني، ورغم تلك الكفاءة إلّا أنها تسقط لكل واط شمعة بسبب خسرانها الارتباط بالقنوات الصغيرة الحجم.

ثمة بديل أكثر كفاءة هو شاشات الانبعاث الحقلي (FED)، التي يمكن النظر إليها على أنها تحتوي على عدد كبير من مصفوفات أنابيب الكاثود الصغيرة (Ghrayeb et al., 1997). ومع أن أنابيب الأشعة المهبطية (CRTs) تُعتبر تكنولوجيا تامة النمو، إلا أنها غير فعالة لانبعاثات الإلكترونيات الحرارية، وضخمة جداً بسبب انحراف بصريات الإلكترون. فشاشة عرض الانبعاث الحقلي تستبدل الكاثود الأُحادي بقطع معدنية صغيرة للغاية. عندها يتم تطبيق حقل كهربائي بواسطة أقطاب بوابة الأعمدة الواقعة فوق صف القطع المعدنية الصغيرة. وبسبب الزيادة الكبيرة في انحدار الحقل الكهربائي حول تلك القطع المعدنية الصغيرة، وبسبب فرق الجهد المحلي التي تنتجها بضعة ڤولطات يمكن أن تتجاوز وظيفة عمل تلك القطع المعدنية الصغيرة، مسببة انبعاث إلكترونات بواسطة إشعاعات الحقل (Field Emission) (Phillips et al., 1998). وعندها يتم تسارع هذه الإلكترونات نحو طبقة الفوسفور من خلال الأنود، وبالطريقة المشابهة كثيراً لأنابيب الأشعة المهبطية (CRTs) ولكن في هذه الحالة يكون لكلّ بيكسل إشعاعاتها الخاصة بها. وعلى الرغم من أن صناعة شاشات العرض البلازمية (PDPs) أصعب بكثير من صناعة شاشات الانبعاث الحقلي (FEDs)، إلّا أن خلق الإلكترونات في شاشات الانبعاث الحقلي (FEDs) واضح ومباشر وتزداد كفاءتها في ذلك لتصل لأكثر من 10 lm/W بسبب عدم وجود أية خسارة حرارية أو تحويل سفلي(*) (Down-Conversion).

2.11 الكشف

يمكن تشغيل العملية الجوهرية لتوليد الفوتونات من الإلكترونات بطريقة معاكسة،

(*) في مجال البصريات الكمّية تعني حدودي أسفل تحويل (Parametric Down Conversion) هي عملية فيزيائية تؤدي إلى ظهور مضخة ليزر مكثفة على شكل بلورة غير خطية بصرية وترتبط بقوة أو يتم إنشاء أزواج الفوتون متشابكاً (المترجم).

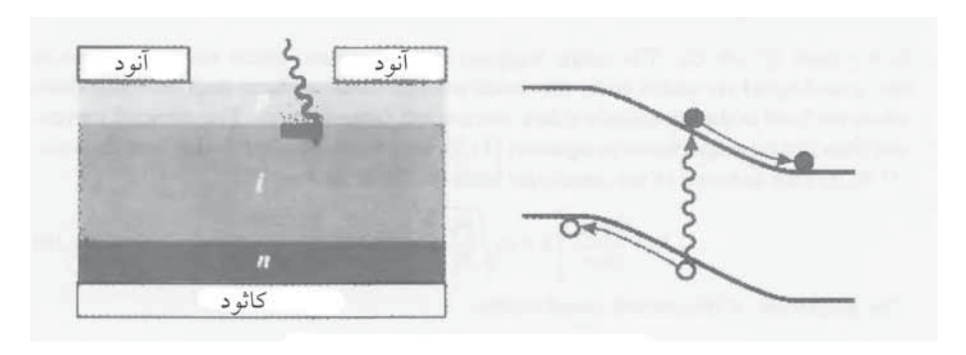
وذلك لتحويل الفوتونات لإشارات كهربائية. وهي عملية أبسط من كل ما ذكرنها، فهي لا تتعدى أن تكون موصّل كهرباء ضوئي (Photoconductor). وقد تم اكتشاف هذه الآلية مبكراً حين دراسة ميكانيكيا شبه الموصلات (Semiconductors) ، خلال تطوير التذبذبات الغريبة في عينة من الموصلات، التي في نهاية الأمر اتضحت أسبابها من خلال ظل مروحية سقفية تدور حول تلك العينة.

يمكن للفوتونات أن تثير الحاملات عبر حزام الموصلية، الذي خفض مقاومة المادة المكونة للحاملات. فالطاقة المتولدة من الفوتونات ذات الاهتمام يجب أن تكون أكبر بكثير من فجوة الطاقة(*) (Gap Energy): بالنسبة إلى الأضواء المرئية المشتركة لموصّل كهربائي ضوئي يكون من ضمنها نوع CdS (2.4 eV, 0.52 μm) ونوع CdSe (1.8 eV, 0.69 μm). وبالنسبة لأطول طول موجي، فلا بد من استخدام طاقة منخفضة للاستثارة الفوتونات، فعلى سبيل المثال، نوع HgCdTe بطاقة فجوة حوالي 0.12 eV يستخدم للكشف عن الأشعة تحت الحمراء (Infrared Light) ضوء طاقته أقل من 10 μm. ولعل أبعد من ذلك، هناك إمكانية لعرض حالات الفجوة مع المواد الشائبة (Dopants) التي توافر الإثارات للطاقة المنخفضة. فالزئبق (Hg) في مادة الجرمنيوم (Germanium: Ge) قابل للاعتصام بـ (14 μm) 0.09 eV الذي قيمته فوق حزام التكافؤ، في حين أن النحاس (Cu) يمكن أن يتقبل في الجرمنيوم (Ge) ما هو فوق (32 μm) 0.04 eV. وعليه فحزام تكافؤ الإلكترونات التي تُستثار في هذه المواد المتقبلة له تترك ثقوباً وراءها، مما يؤدي إلى زيادة كفاءة التوصيل. فعند هذه الطاقات المنخفضة، يكون قد تصبح عدد الحاملات المنتجة بواسطة الاستثارة الحرارية كبيرة، مقارنة بتلك الاستثارات بواسطة الإشارات الضوئية، وهو ما يتطلب تبريد أجهزة الكشف التي يمكن تأديته بواسطة مُبَرِّد بلتيير (Peltier Cooler) (الفصل الرابع عشر)، المتكون من سائل النيتروجين (77K)، أو سائل الهليوم (4.2K).

تُعرف آلية الضجيج الخاصة بموصّل كهرباء ضوئي بـ ضجيج جونسون 4kTR (4kTR Johnson Noise)، التي تُعتبر جوهرية بالنسبة إلى هذا النوع من الكشف، لأنها تعمل بواسطة قياس المقاومة. وثمة بديل أكثر هدوءاً لاستخدام الصمام الثنائي الباعث للضوء (LED) في الاتجاه المعاكس. حيث يمكن للفوتون الوارد أن يثير زوجاً

(*)في فيزياء الحالة الصلبة (Solid State)، يوجد نطاق فراغ أو فجوة، وتسمى أيضاً فجوة الطاقة، هو مجموعة الطاقة في الصلب حيث لا يمكن أن تكون حالة الإلكترون موجودة (المترجم).

من إلكترونات الثقب في منطقة النضوب، التي سيتم اجتياحها فوتونياً بصرف النظر عن مجال تقاطع الموصلات وقياسها بوصفها تياراً. وذلك لكون انتشار الحامل، هو عملية بطيئة، والبديل الإسراع عنها هو الصمام الثنائي الضوئي p-i-n (p-i-n photodiode)، المبين في الشكل (7.11). الطبقات الرقيقة لـموصلين n وp متداخلة حول طبقة عازلة سميكة، لتوسيع منطقة النضوب لملء معظم الصمام الثنائي. في حين سنجد الآن أن الناقلات الضوئية (Photocarriers) تتسارع خارج مجال تقاطع الموصلين، فقط لتنتشر خلال الطبقات الرقيقة المنشطة. هذه الأجهزة يمكن أن يكون زمن استجابتها يقترب من عدد الـ بيكو ثانية(*) (Picosecond).



الشكل 7.11: الصمام الثنائي الضوئي نوع p-i-n.

إذا كانت قوة الإضاءة من الصمام الثنائي الضوئي هي P، وتنتج تياراً بمقدار I، فإن الفعالية الكمومية (Quantum Efficiency) η يمكن تعريفها بـ:

$$\eta = \frac{I/e}{P/hV} \qquad (8.11)$$

يقسم البسط في المعادلة (8.11) التيار (I) على الشحنة (e) لإيجاد معدل إنتاج زوج إلكترون - ثقب (Electron-Hole Pair)، في حين أن المقام في نفس المعادلة يقسم الطاقة (P) على طاقة الفوتون (hV) لحساب معدل وصول الفوتون. وهذه النسبة قد تبين احتمالية إسهام الفوتون في التيار. كفاءة الكمّ كانت تقل أمام الأطوال الموجية الطويلة، وذلك لأن

(*) هو وحدة زمنية تعادل 10^{-12} من الثانية أو 1 من المليون المليون من الثانية، أو ما يعادل 0.000000000001 من الثانية (المترجم).

طاقة الفوتون أصغر من طاقة الفجوة. كما أن الأطوال الموجية القصيرة تُمتص من قبل الفوتون قبل إعادة شحن منطقة النضوب، فتنتج زوج إلكترون – ثقب، التي يمكنها أن تتحد. وفي حالة ذروتها (الفوتونات)، تكون كفاءة الكمّ قد انتهجت منهج الاتحاد فيما بينها، وبالنسبة لنظام الوحدات العالمي (Si) ممكن حدوث الذروة عند حوالي 0.8 μm.

في نهاية المطاف، الصمام الثنائي الضوئي محدود بـ ضجيج طلقي(*) (Shot Noise)، وتيار ضوئي ناتج عن التقلبات في معدل وصول الفوتون. علاوة على ذلك، هناك ضجيج من التيار المتبقي (Dark Current) بسبب إثارة الناقل الحراري، وضجيج جونسون المرتبط بالتحميل. ولما كان الحد من الضجيج الطلقي شيئاً أساسياً، فإن الضجيجين الآخرين بالإمكان التخلص منهما بواسطة كشف المزج الترددي (Heterodyne). فتلك الحيلة الذكية للتخلص من الضجيج تسمى بـ التماثلية الضوئية (Optical Analog) لتقنيات قياس الكهربائية والتي سنغطيها في الفصل الثالث عشر.

إن احتمال كمّ الانتقال لإثارة الانتقال يتناسب مع شدة الإشعاع، وبالتالي فهو يتناسب مع مربع قوة الحقل الكهربائي (Corney, 1978). في حين أن كشف المزج الترددي يعمل على استغلال تلك الحالة غير الخطية. وهذه الفكرة تضيف لفكرة الإشارة الضوئية ذات الاهتمام، المالكة لحقل كهربائي في الكاشف لـ $E_s e^{iwt}$، الأقوى بكثير من الحقل الضوئي المحلي $E_L e^{i[(w+\delta)\ t+\varphi]}$ لأن تحول التردد δ معناه، هو عدم الضبط المقصود، و δ هي المرحلة النسبية. وعليه فإن الشدة الإجمالية إذن عند حدود $E_L \gg E_S$ هي:

$$
\begin{aligned}
|E|^2 &= |EE^*| \qquad \textbf{(9.11)}\\
&= E_S^2 + E_L^2 + E_S E_L \left(e^{i[wt-(w\delta)t-\ \ ]} + e^{i[-\omega t-(w+\delta)t+\varphi]}\right)\\
&= E_S^2 + E_L^2 + 2E_S E_L \cos(\delta t + \varphi)\\
&= E_L^2\left(1 + 2\sqrt{\frac{E_S}{E_L}}\cos(\delta t + \varphi)\right)
\end{aligned}
$$

(*) ضجيج الطلقة أو ضجيج بويسون (Poisson Noise) هو عبارة عن نوع من الضجيج الإلكتروني الذي يمكن أن يكون على غرار عملية بويسون. ففي مجال الإلكترونيات تنبع من الإلكترونات ضجيج الطلقة بطبيعة منفصلة عن الشحنة الكهربائية. فضجيج الطلقة يحدث حتى في عد الفوتونات في الأجهزة البصرية، حين يرتبط ضجيج الطلقة مع طبيعة جسيمات الضوء. أما ما يسمى بعملية بويسون، فهي مأخوذة من نظرية الاحتمالات التي تكون عشوائية حين تحصي عدد الأحداث وأوقات حدوثها في فترة زمنية معينة (المترجم).

تحدث السحرية في المنتج، حينما يكون التأرجح (Fluctuations) في الإشارة الضوئية مقاساً بواسطة الحقل المحلي الأكثر تذبذباً، والتي تجعلهم في مستوى أعلى من التيار المتبقي وضجيج جونسون للصمام الثنائي الضوئي. وعليه فسيكون بعد ذلك التيار المكتشف متناسباً مع المعادلة (9.11)، بمعية المُعامِل المستخرج من المعادلة (8.11)، كي يتسنى لعنصري الإشارة وقوى التذبذب المحلية أن تكون:

(10.11)

$$I = \frac{P_L \eta e}{h\nu}\left[1 + 2\sqrt{\frac{P_S}{P_L}}\cos(\delta t + \varphi)\right]$$

ومن ثم فإن حجم إشارة التيار هي:

(11.11)

$$S = \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle$$
$$= \left(\frac{P_L \eta e}{h\nu}\right)^2 2\frac{P_S}{P_L}$$

ولأن كشف التيار هو محدودية الضجيج الطلقي (معادلة رقم 33.3)، فإن حجم ضجيج التيار هو:

(12.11)

$$N = 2e\langle I \rangle \Delta f$$
$$= 2e\frac{P_L \eta e}{h\nu}\Delta f$$

حيث إن Δf تُعبر عن قياس عرض النطاق. وهذا يُعطينا محدودية الكمّ نسبة الإشارة إلى الضجيج (SNR) (Signal-to-Noise Ratio) لـ:

(13.11)

$$\frac{S}{N} = \frac{P_S \eta}{h\nu \Delta f}$$

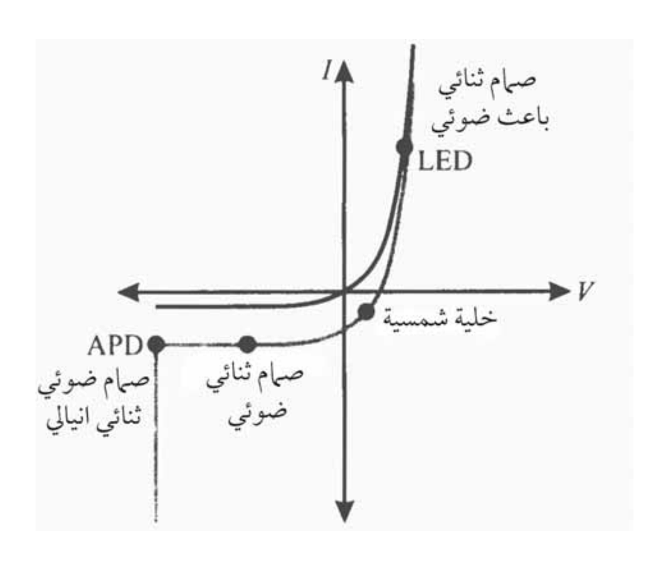
عندما تكون نسبة الإشارة إلى الضجيج (SNR) 1، فيعني أن معدل وصول الفوتون يساوي عرض النطاق الترددي للمكشاف.

إن كشف المزيج الترددي يحتاج إلى مصدر ضوئي محلي مطابق للإشارة الضوئية.

وعليه يتم استخدام آلية بديلة لتحسين الحساسية في صمام ثنائي ضوئي انهيالي(*) (Avalanche PhotoDiode) (APD). فعندما تضيء الوصلة للصمام الثنائي p-n، فإن المنحني I-V الخاص به يتم إزاحته إلى الأسفل بواسطة تيار الفوتون. فالصمامات الثنائية الضوئية عادة ما تعمل بالانحياز العكسي، حينما يكون هذا التيار معتمداً على شدة الضوء، لكنه مستقلٌ عن ڤولطية الانحياز. كما يتم زيادة الانحياز العكسي إذا ما وصل لحد الانهيار الجارف (Avalanche Breakdown). وباختصار ذلك تماماً، إن الناقلات الضوئية بإمكانها الحصول على طاقة كافية من حقل وصلة الإثارة لناقلة أخرى، وذلك من خلال التأيين بالتصادم (Impact Ionization)، مما يؤدي إلى انتاج شلال من الإلكترونات من فوتون واحد. وهو ما يمكن أن يؤدي إلى كسب 100 أو أكثر من هذه الإلكترونات في التيار، رغم أن ذلك لا يأتي على حساب الاستجابة الأبطأ (بسبب التصادم)، ومزيد من الضجيج (بسبب التيار الحراري المتبقي وبحصول التضخيم).

هناك شيءٌ مثير للاهتمام قد حدث، فعلى النحو الذي يصبح فيه الانحياز موجباً في الشكل (8.11) يكون: منتج منحى التيار الڤولطية (IV Product) متغير الإشارة. وهذا يعني أن الصمام الثنائي سيصبح مُصدّراً للطاقة لا مستقبِلاً لها، ومولداً للطاقة في الـ فوتضوئية (Photovoltaic)، أو الخلية الشمسية (Solar Cell) (Chapin et al., 1954). وللحصول على كفاءة أفضل، يجب أن يكون التحميل على المنتج في الربع البياني للتيار الڤولطية IV (شكل 8.11). ومن ثم فإن كفاءة الخلية الشمسية ستكون محدودة من خلال خسران الطاقة، وذلك بسبب فقدان تلك الفوتونات المصاحبة للطاقة التي هي أقل من فجوة الطاقة، ومن منتجات الناقلات الحرارية بواسطة الفوتونات المصاحبة للطاقة الأعلى من فجوة الطاقة. فبالنسبة للوصلة المفردة التي هي تحت الإضاءة الشمسية تكون نتائجها في الكفاءة العليا ما يقارب 30٪، في حين أن الاستراتيجيات لرفع الكفاءة تشمل تكديس الوصلات المتعددة التي يترواح مداها ما بين النطاق الأعلى والنطاق الأدنى، واستخدام المكثفات لجمع الفوتونات في منطقة أكبر.

(*) هو مكشاف ضوئي قائم على أشباه الموصلات الضوئية التي تعمل مع الجهد العكسي بصورة عالية نسبياً قد تصل عادة إلى عشرات أو حتى مئات الڤولطات (المترجم).

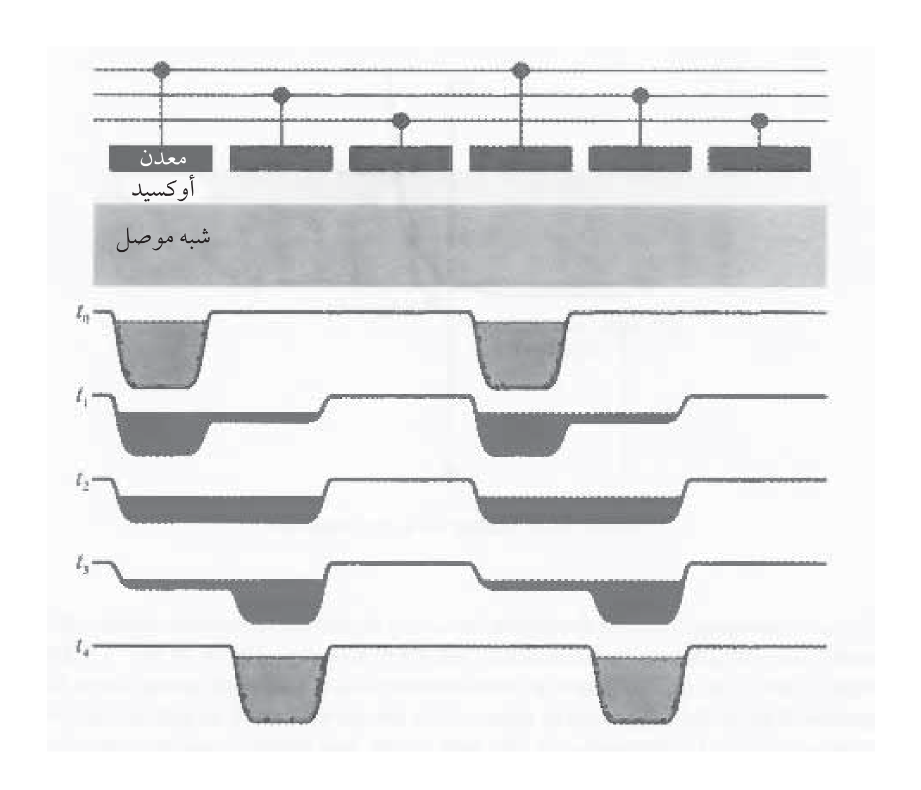


الشكل 8.11: الانحيازية بالنسبة إلى الوصلة من نوع n-p.

الحديث عن إيجاد شاشة عرض لمصفوف من الصمامات الثنائية الباعثة للضوء هو حديث عن استخدام مصفوفة من كاشفات ضوئية لتسجيل الصورة. ويتمثل التحدي هنا في كيفية إدماج أكبر عدد محتمل من الكاشفات مع بعضها بعضاً، في حين تستمر مهمة إدارة جميع الأجهزة لاستخراج إشارات ذات دقة مقبولة. ولعله سبق وأن رأينا أحد الحلول لهذه المشكلة: ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة (DRAM) (شكل 16.10). يضف مصور سيمُس (CMOS Imager) (شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل) (Denyer et al., 1995) كاشف ضوئي لكل خلية، ولأكثر بساطة يضع فقط مكثف شبه موصل أكسيد معدني (Metal Oxide Semiconductor) (MOS) (شكل 9.10). وعليه فالشحنة المنتجة بواسطة الكاشف الضوئي ستقرأ على أساس أنها شحنة في مكثف ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة. ولكن الآن، بدلاً من محاولتنا تحقيق أقصى قدر من السعة، من المهم أن نحقق أقصى قدر ممكن لجمع مناطق الكاشف الضوئي. وفي حين أن هذا التصميم للخلية المسمى بـ مجس بيكسل تقبلي (Passive Pixel Sensor) (PPS) يفعل ذلك من خلال وجود ترانزيستور واحد في كل خلية، فإنه يعاني من الضجيج والتأخير المرتبط بالشحن لخط طويل واحد بمكثف صغير. فالتماثلية في ذاكرة دخول

عشوائي استاتيكية/ ساكنة (SRAM) ما هي إلا مجس بيكسل نشيط (Active Pixel Sensor (APS)، يمكنه إضافة ترانزيستور واحد أو أكثر لـتحويل تيار ما وراء المعاوقة (Transimpedance) لڤولطية مكتسبة (الفصل الثالث عشر). وهذا لا يكمن أن يتم إلا على حساب خسارة المساحات المجمعة للكاشف الضوئي، ولكن يمكن تحسين أدائها من خلال خلق العدسات الدقيقة ووضعها فوق البيكسلات. الخراب الوحيد لمصور سيمُس هو ضجيج مُثَبَّت النّمط (Fixed Pattern Noise) (FPN) أخطاء الصورة المنهجية تأتي من الحساسية المتغيرة لـ بيكسل – بيكسل، وعبر تقاطع الحديث في خطوط القراءات. ويتم التعامل مع هذا من مخططات القراءات التفاضلية وحبس الخلفية.

تستفيد أجهزة الشحن المقترنة (Charge-Coupled Devices) (CCDs) من القدرة على التعامل مع بنية نطاق السطح لتحريك الشحنة خارجاً بصورة مباشرة (Boyle & Smith, 1971). فبينية انحناء النطاق في مكثف شبه الموصل الأكسيد المعدني (MOS) المستخدم في الترانزيستور الحقلي (MOSFET) لإدخال ناقلات في نطاق التوصيل، إلا أنها في المقابل تولد بئراً محتملةً لتخزين الناقلات التي قد تصل بوسائل أخرى (شكل 9.10). فبيكسلات أجهزة الشحن المقترنة تراكم شحنة الصورة في هذه البئر. وبدلاً من قراءتها خارجاً من خلال الأسلاك، يتم توصيل البيكسلات كما هو مبين في الشكل 9.11. يمثل عمق البئر وظيفة بوابة ڤولطية، التي هي في بداية كل دورة من المتوقع أن تحتفظ بشحنة أقل من كل القطب الكهربائي الثالث. ومن ثم يتم إسقاط الإمكانيات المحتملة على الخط، بينما تتصاعد في الخلايا القريبة، خالقةً بئراً كبيرةً مفردةً مملوءةً بالشحنات. وفي النهاية لكل دورة يكون البئر الثانية أقل شحناتٍ بينما تتزايد شحنات البئر الأولى، ناقلة الشحنة إلى الأعلى بواسطة بيكسل واحد. ومن خلال تكرار هذا النمط الدوري، فإن الشحنة في كل بيكسل يتم إزاحتها من نهاية الصف. إنّ خطوط المسح الضوئي الآن مدفوعة بنشاط من المحيط الخارجي للرقيقة، بحيث كل بيكسل تحتاج فقط إلى شحنة لنقلها لجارتها البيكسل. عملياً، إن أجهزة الشحن المقترنة (CCDs) فيها ركيزة إضافية لـ (n-type) فوق (p-type)، حيث تمثل قناة مدفونة (Buried Channel) تمكنها من أن تتحرك جيداً من السطح ومن أعلى الكثافات للحالات المعيبة. فبنية جهاز الشحن المقترن يمكن أيضاً مشاهدة تطبيقاتها في الذكرات التماثلية والخطوط المتأخرة.

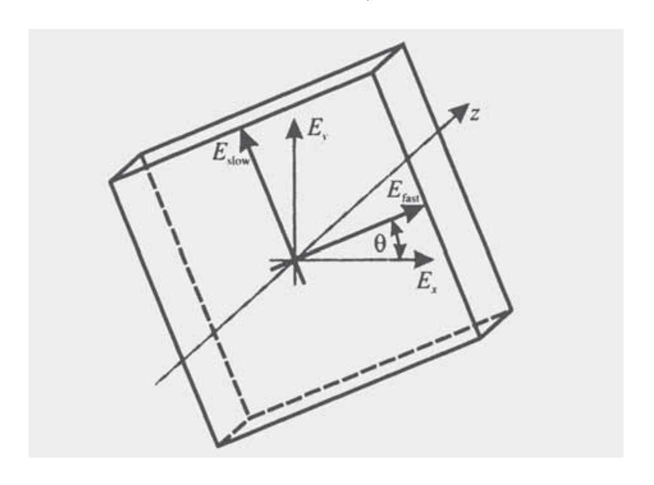


الشكل 9.11: عملية تشغيل جهاز شحن مقترن.

في تطبيقات الإضاة المنخفضة، يتم تبريد أجهزة الشحن المقترنة لتقليل تراكم التيار المتبقي من شحنة المستحث الحراري (Thermally-Induced)، ويمكن إضعافها حتى تُعطي ضوءاً من الجزء الخلفي لتجنب خسارة الشحنات المرتبطة مع أسلاك الأقطاب الكهربائية. ومع هذه التحسينات، فإن كفاءة الكمّ بإمكانها أن تصل إلى 100٪ في مطابقتها للأطوال الموجية، وإن الضجيج الذي قدمته القراءات يمكن أن يترتب ضمن حدود فعل إلكترون واحد. وعليه، فإن الحساسية يمكن تحديدها فقط من خلال جمع الوقت المسموح لتسجيل الصور الباهتة، ويتم ذلك بواسطة تراكم الشحن للأوقات الطويلة قبل مسحها خارجاً. إن معدل القراءة للفيديو ضمن درجة حرارة الغرفة لا يمكنه الوصول لتلك الحساية، ولكن مازال بالإمكان امتلاك قراءة الضجيج لعدة عشرات من الإلكترونات لكل بيكسل. ولعل المساهمة المهيمنة على هذا هي إعادة ضبط الضجيج (Reset Noise)

المرتبط مع خفض قراءة الدائرة الكهربائية، التي يمكن تقليلها من خلال قراءتها مرتين لحبس أداء الخلفية.

عند المقارنة ما بين مصورات سيمُس، سنجد أن أجهزة الشحن المقترنة (CCDs) تقدم كثافة بيكسلية وأداء ضجيج جيدين، إلا أنها تتطلب طاقة عالية لتشغيلها لكون تيارات الشحن مرتبطة مع قوة دفع دورة القراءة. كما أن تحسينات تلك الأجهزة ليست متوافقة مع تصميم شبه الموصل سيمُس التقليدي، الذي يتطلب صناعة خاصة بها مدعومة برقائق إلكترونية كي تكون سطح تمفصل لها. في حين أن مصورات سيمُس توفر الوصول العشوائي للبيكسل، كما أن جهاز فوق الرقيقة المتكاملة(*) (On-Chip Integration) ذا الصلة بالوظيفة، يعمل تاريخياً مع طاقة وكلفة منخفضتين، وبأداء عالٍ. ولكن لما كانت هذه التكنولوجيا ناضجة بعض الشيء فإن الفرق في الأداء آخذٌ في الاختفاء.



الشكل 10.11: محاور في بلورة ثنائية الانكسار.

3.11 التحوير

لقد بحثنا كيفية توليد وكشف الضوء، وفي هذا القسم الأخير من الفصل سننظر في الآليات الكامنة والنشطة لتحوير ذلك.

(*) هي الدوائر المتكاملة (IC) التي تجمع بين جميع مكونات جهاز كمبيوتر أو نظام إلكتروني آخر في شريحة واحدة. وقد تحتوي الرقيقة على الرقمية، والتماثلية، ومختلط إشارة، وغالباً ما تجمع جميع الترددات الراديوية على ركيزة رقاقة واحدة (المترجم).

1.3.11 الاستقطاب

لا يمكن للعين المجردة أن ترى الاستقطاب بصورة مباشرة، ولكن في العديد من التطبيقات يمكنها أن ترى آثار معالجة حالات الاستقطاب (Polarization). فالاستقطاب يمكن القيام به مع المواد الثنائية الانكسار (Birefringent)، أحد تلك المواد المتباين الخواص يترتب عليه استقطاب ∈ وبالتالي فإن مؤشر الانكسار (Index of Refraction)، n، سيعتمد على التوجه. ولعل البساطة في ذلك تكمن في أحادية اتجاه (Uniaxial) المواد التي تمتلك محوراً بصرياً أحادياً متعامدةً مع الاتجاه السريع والبطيء. فبالنسبة لمادة الكالسيت (Calcite ($CaCO_3$))، تكون مؤشرات الانكسار 1.658 n_{slow} و1.486 n_{fast}، معطياً فرقاً في ثنائية الانكسار بواقع 0.172. وفي الكوارتز (Quartz (SiO_2)) تكون ثنائية الانكسار أقل وبفارق بينهما يصل إلى 0.009.

تماماً كما المصفوفات الشعاعية البسيطة التي تم وصفها لسلسلة عناصر البصريات في القسم 1.2.8، نجد أن حسابات جونز (Jones Calculus) عملت الشيء نفسه لحساب استقطاب المواد. فإذا كانت مكونات الحقل الكهربائي المستعرضة للموجة هي:

$$E_x e^{iwt}\hat{x} + E_y e^{iwt}\hat{y}$$

سنقوم بكتابة المُعامِلات المعقدة على أساس متجه مكون من ناقلين (الشكل 10.11):

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (14.11)$$

فإذا كانت $\frac{E_y}{E_x}$ حقيقة محضة، فإن تلك الموجة يقال عنها مستقطبة خطياً (Linearly Polarized) لأن مكوناتها تتحرك ذهاباً وإياباً في هذه المرحلة، وإذا كانت $\frac{E_y}{E_x}$ i أو متعددة منها، فإن الموجة يطلق عليها مستقطبة دائرياً (Circularly Polarized) لأن المتجه يدور حول دائرة. وبين هاتين الحالتين (الخطي والدائري) هناك ما يسمى بـ الاستقطاب الإهليلجي (Elliptically Polarized).

إن مكونات الحقل النسبية لمحاور المواد الثنائية الانكسار يمكن إيجادها من مصفوفة الدوران:

$$\begin{pmatrix} E_{slow} \\ E_{fast} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}}_{\equiv \boldsymbol{R}(\theta)} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \tag{15.11}$$

ولما كان متجه الموجة (Wave Vector) هو $k \quad 2\pi/\lambda = nw/c$ ، فإن مكونات الحقل بعد إكثارها من خلال السماكة لـ d سوف تلتقط مرحلة التحول من e^{ikd} على طول كلّ محور:

$$\begin{pmatrix} E_{slow} \\ E_{fast} \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} e^{-in_{slow}\frac{wd}{c}} & 0 \\ 0 & e^{-in_{fast}\frac{wd}{c}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{slow} \\ E_{fast} \end{pmatrix} \tag{16.11}$$

ويمكن كتابة المعادلة (16.11) بصورة أكثر متناسقة بصيغة الجمع:

$$\delta = (n_{slow} + n_{fast)} \frac{wd}{2c} \tag{17.11}$$

وبصيغة الطرح:

$$\delta = (n_{slow} - n_{fast)} \frac{wd}{2c} \tag{18.11}$$

لتكون:

$$\begin{pmatrix} E_{slow} \\ E_{fast} \end{pmatrix} = \underbrace{e^{-i\sigma} \begin{pmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix}}_{\equiv \boldsymbol{B}(d)} \begin{pmatrix} E_{slow} \\ E_{fast} \end{pmatrix} \tag{19.11}$$

إن العامل الأولي $e^{-i\sigma}$ يمكن استبعاده، ما لم يتم انضمامه لاحقاً للمرجعية الشعاعية. فبالنسبة إلى الموجة المستقطبة التي هي على طول المحور المختبري، يكون التغيير فيها بعد مرورها من خلال المادة الثنائية الانكسار، ويمكن إيجادها بواسطة الدوران حول المحور

البصري، من خلال استخدام تطبيق مصفوفة ثنائية الانكسار، ومن ثم الدوران الخلفي:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E \end{pmatrix}' = \boldsymbol{R}(-\theta)\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}(\theta)\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \textbf{(20.11)}$$

تمتلك مادة ثنائية اللون (Dichroic Material) مُعامِلات امتصاص تستند إلى الاستقطاب، لكِلا الاستقطابين على حدٍ سواء، الاستقطاب الخطي والاستقطاب الدائري الثنائي اللون. فإذا كانت المادة الثنائية اللون الخطية قد امتصت بصورة كاملة أحد المكونات حينما يمر المكون الآخر، فتسمى تلك المادة بـ المستقطب الخطي (Linear Polarizer)، مصفوفة جونز:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \textbf{(21.11)}$$

(مهملاً حالة العامل الأولي). لقد طور إدون لاند (Edwin Land) المستقطبات الاصطناعية باستخدام كبريتات الإيودوكينين (Herapathite)، التي يمكنها أن تشكل بلورة ثنائية اللون، حيث تم اكتشافها من خلال حادث مختبري غير عادي تم خلاله إسقاط مادة اليود في بول الكلب المتغذي على مادة الكينين(*) (Quinine) (Land, 1951). وأكثر المواد استقراراً في الاستقطابية هي المواد المصنعة من الأوراق المضغوطة لـ بولي فانيل الكحولية (Poly Vinyl Alcohol) المتفاعلة مع اليود.

في بعض المواد المغناطيسية، تسافر موجات اليسار واليمين – الدائرية الاستقطاب في مختلف السرعات. ويرتبط أساسها الدائري الاستقطابي بواحد من الاستقطابات الخطية بواسطة:

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}}_{C}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \textbf{(22.11)}$$

عند مماثلة ثنائية الانكسار، بعد المرور من المواد المغناطيسية تصبح هذه المكونات:

(*) مركّب بلوري مرّ يستخلص من شجر الكينينا، وكان يستخدم سابقاً كمّنشط باعتبار هذه الأدوية مضادة للملاريا (المترجم).

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\theta_F} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} \quad (23.11)$$

وحين تكون $\theta_F = (n_- - n_+)wd/_{2c}$ تسمى هذه الزاوية بـ زاوية دوران فاراداي (Faraday Rotation Angle). وفي المواد الحديدية تسمى تلك الزاوية بـ ثابِتّ فرديت (Verdet Constant)، وذلك حين تكون VBd θ_F، d تمثل السمك، وB تمثل الحقل المغناطيسي المطبق DC، وV هي ثابِتّ فرديت. أما غرانيت الحديد الإيترومي(*) (Yttrium Iron Garnet (YIG))، فإن تكريبه الكيميائي $Y_3Fe_5O_{12}$، وتكون فيه قيمة V 0.1^0/G.cm.

في البناء الخطي، تكون زاوية فاراداي الدورانية هي:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = C^{-1} \begin{pmatrix} e^{i\theta_F} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_F} \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (24.11)$$
$$= \begin{pmatrix} \cos\theta_F & \sin\theta_F \\ -\sin\theta_F & \cos\theta_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$
$$= R(\theta_F) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

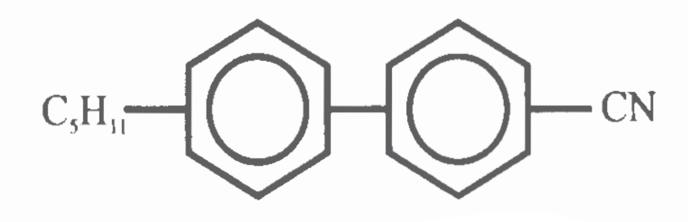
هذا مجرد دوران بواسطة زاوية فاراداي (من هنا جاء الاسم). المادة المغنطة التي دوران استقطابها زاوية 45^o تدور ما بين مستقطبات الخط المتصل مع بعضها البعض من خلال استخدام هذه الزاوية التي يُطلق عليها تسمية عازل فاراداي (Faraday Isolator): الضوء المستقطب خطياً يمكن أن يمر باتجاه واحد ولا يمكن للآخر أن يمر. فهذه المخالفة في عودة الاستقطاب إلى الوراء هي حالة محتملة، لأن المؤثرات المغناطيسية تغير الإشارة خلال وقت الانعكاس. ويستخدم عازل فاراداي لمنع الضوء من الاقتران مرة أخرى في الليزر، الذي يعتبر مهماً لهيكلة النماذج تلك، ومهماً للاستقرار والاختيار ولّيزرة الاتجاه في الطوق الليزري المتناظر (Symmetrical Ring Laser).

(*) هو نوع من الغرانيت الاصطناعي ذو تركيب كيميائي $Y_3Fe_2(FeO4)_3$، أو $Y_3Fe_5O_{12}$. وهو مادة مغناطيسية حديدية لا تنصهر إلا مع درجة حرارة 560 مئوية (المترجم).

2.3.11 البلورات السائلة

التطبيق الأكثر وضوحاً للاستقطاب نجده في شاشات السائل البلوري(*) (Liquid Crystal Displays) (LCDs). والسوائل البلورية هي موائع ذات ترتيب وسيطي ما بين بلورات دورية بعيدة المدى، وسوائل عادية مرتبطة ببعضها البعض معروفة بقصيرة المدى.

لعل خير مثال لجزيئة السائل البلوري ما هو معروض في الشكل (11.11) الذي يظهر الـ 5CB المتكون من (4-pentyl-4'-cyanobiphenyl). الحلقات السداسية في الشكل تمثل حلقات البنزين (Benzene Ring) الكيميائية، مع دوائر في وسط دوائر البنزين تُظهر الرنين ما بين طريقتين متعادلتين بتناوب الأواصر الأحادية والثنائية بين ذرات الكربون الواقعة في القمة. ويطلق على المحور الطويل لهذه الجزيئة المتناوبة الخواص بـ المدير (Director).



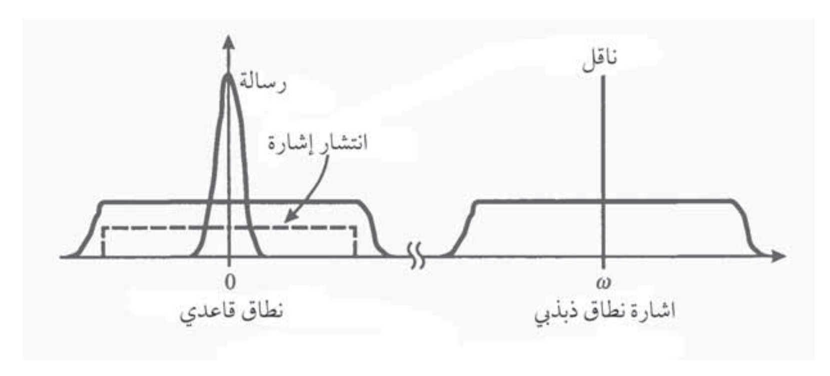
الشكل 11.11: السائل البلوري 5CB.

إن أشكال السائل البلوري الخيطي لـ (5CB) التي تنتظم فيه الجزيئات بمواقع عشوائية، جميعها تؤشر لنفس الاتجاه. ويسهم السائل البلوري سمكتك(**) (Smectic) بهذا النظام الترتيبي الموجه الطويل المدى، إضافة إلى ذلك فإن وضع جزيئات هذا السائل تكون على شكل طبقات طائرة. وفي الجزيئات المتراصفة (Cholesteric)، يكون موقع تلك الجزيئات عشوائياً، إلّا أن إدارتها تتم بالمحاذاة أو بالتحور الحلزوني (الشكل 12.11).

(*) وتستخدم في صنع شاشات التلفزيونات، وتُدعى بتلفزيونات شاشات السائل البلوري (LCD TV)، وهي أجهزة التلفزيون التي تستخدم فيها تكنولوجيا العرض LCD لإنتاج الصور التلفزيونية إذ تتصف بأنها أرق وأخف وزناً من شاشات أنبوب الأشعة المهبطية (RCT) المشابهة من حيث الحجم والعرض لشاشات (LCD) (المترجم).

(**) سمكتك سائل من السوائل التي تنطوي على حالة من التبلور السائلي تتوجه فيه الجزيئات بالتوازي ومرتبة في مسطحات واضحة المعالم. أما بالنسبة إلى خيطي (Nematic)، فهو سائل متصل أو يدل على حالة من التبلور السائلي الذي تتوجه جزيئاته بالتوازي ولكن ليست مرتبة في مستويات واضحة المعالم (المترجم).

إنّ الثنائي القطبي الراهن في السائل البلوري المتباين الخواص يمكن أن يستخدم كمرمز لتبديل توجهها الكهربائي، كما هو مبين في المخطط بشكل (13.11) (Schadt & Helfrich, 1971). حيث يتم احتواء السائل البلوري بين لوحين من الزجاج متباعدين في حدود 10 µm. فالأسطح الداخلية ذات طبقة رقيقة من الـ البوليمير بوليميد/ بوليميد متعدد متكوثر(*) (Polymer Polyimide)، حيث يتم فركها بقطعة قماش في اتجاه واحد لإنتاج الأخاديد النانومترية النطاق.



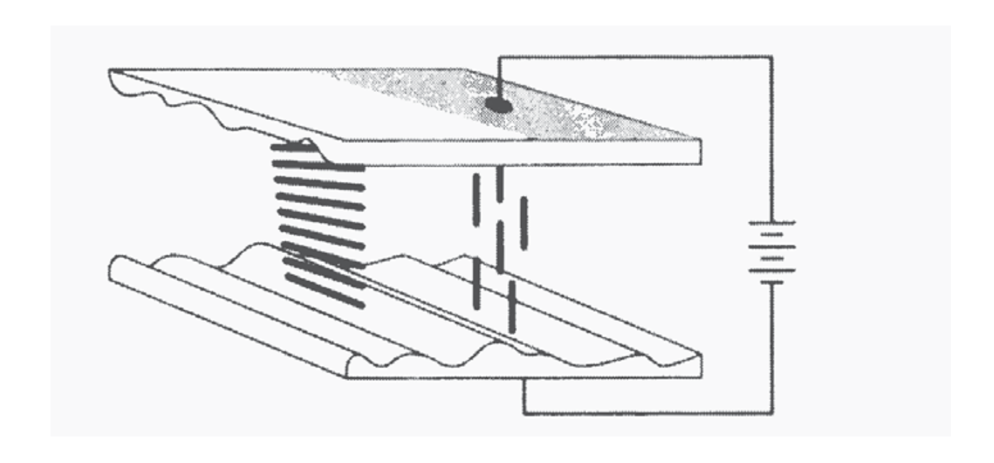
الشكل 12.11: ترتيب السائل البلوري.

وهذا الفرك هو واحد من عدد من إجراءات السحر الأسود(**) (Black Magic) في إنتاج شاشات السائل البلوري (LCD) التي يساء فهمها، ولكن العملية المهمة في ذلك هي أنها تعتبر أسرار ملكية تجارية أكثر من كونها مواضيع بحثية علمية.

يصطف «مدير الجزيئات» مع الأخاديد بسبب وجود طاقة الانحناء المرتبطة مع عبور الجزيئات. ففي الشاشات الملتوية الخطية (Twisted Nematic) (TN) يتم تناوب اللوحات بزاوية 90°. وهذا يُعطينا دوراناً صافياً كما في «الجزيئات المتراصفة»، ولكن هذه نتيجة لتطبيق شروط الحدود على الملتويات الخيطية.

(*) بوليمير بوليميد، يختصر أحياناً كتابةً بـ (PI) وهو بوليمير من الفصيلة الأحادية لـ إيميد. وقد دخل في عملية الإنتاج الضخم منذ عام 1955. حيث يتمتع بميزة ارتفاع حرارة مقاومته، وله تطبيقات متنوعة منها تلك التي تتطلبها المواد العضوية الوعرة، على سبيل المثال خلايا الوقود (المترجم).

(**) يشار إلى السحر الأسود عادة إلى استخدام قوى خارقة للطبيعة أو السحر لأغراض شريرة وأنانية (المترجم).



شكل 13.11: شاشات عرض السائل الخيطي الملتوي.

ولكون اتجاهين محتملين للدوران هناك، الكمّية الصغيرة من الجزيئات المتراصفة هي في الحقيقة لكسر التناظر. وإن لوحات الزجاج لها أقطاب واضحة مثبتة عليها، وعادة ما تكون من مادة إنديوم أكسيد القصدير (Indium Tin Oxide) (ITO). ولكون تلك الألواح متراصفة عن قرب مع بعضها بعضاً حين تمر بعض الڤولطات خلالها فإن الكثافة الكهربائية لثنائي القطب تصبح أكثر أهمية من طاقة السائل البلوري الموجهة، وإن الجزيئات ستدور لتتلاءم مع الحقل.

بسبب تباين الخواص، فإن السائل البلوري هو أيضاً ثنائي الانكسار. فحينما تكون الخلية في حالة خيطية، فبالإمكان اعتبارها وكأنها رزمة سميكة متناهية الصغر تدور حول لوحات ثنائية الانكسار. وإذا كانت الحالة هي من ضوء قادم في الخلية يرمز له بـ $\overrightarrow{E_0}$، فبعد مرورها من خلال أول طبقة من تلك الطبقات، فستكون:

(25.11)

$$\overrightarrow{E_1} = \boldsymbol{R}^{-1}(\theta)\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}(\theta)\overrightarrow{E_0}$$

حيث إن d تمثل سمك الطبقة وθ هي الزاوية المتغيرة أعلى الطبقة. فبعد طبقتين سيكون:

$$\overrightarrow{E_2} = \boldsymbol{R}^{-2}(\theta)\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}^{2}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}(\theta)\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}(\theta)\overrightarrow{E_0}$$
$$= \boldsymbol{R}^{-2}(\theta)[\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}(\theta)]^{2}\overrightarrow{E_0} \qquad (26.11)$$

وبعد N من الطبقات سيكون:

$$\overrightarrow{E_N} = \boldsymbol{R}^{-N}(\theta)[\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}(\theta)]^{N}\overrightarrow{E_0} \qquad (27.11)$$

فإذا كان كلٌّ من θ وd قيمتين صغيرتين، فهذا سيجعل المعادلة متقلصة لـ (Chandrasekhar, 1992):

$$\boldsymbol{E}_N = \boldsymbol{R}(N\theta)\boldsymbol{B}(Nd)\overrightarrow{E_0} \qquad (28.11)$$

عند حد الثابِتّ الحراري/ الحد الأدياباتيكي (Adiabatic Limit)، يتناوب الضوء مع المساحة التي يعمل فيها السائل البلوري، ناهيك عن انزياح طور الخلايا السميكة غير المدارة. فإذا تم وضع مرشحات الاستقطاب العابرة قبل وبعد الخلية المتماشية مع اتجاه نسيج البوليمير بوليميد المتعدد، فإنه عندما لا يكون هناك أية ڤولطية ضوء استقطاب راهن، فسوف تكون هناك استدارة للمرشح الأول لغرض تمريرها من خلال المرشح الثاني. ولكن عندما تكون الجزيئات بالمحاذاة مع الڤولطية المطبقة، فإنها لم تعد تدوّر الضوء، وسيقوم المرشح الثاني بمنع عملية الإرسال. وهذا ما يسمح بوجود صمام تحويل ضوئي مبنيٍّ على أساس تحرك الجزيئات بدلاً من المواد الماكروسكوبية.

تتم معالجة الشاشات الملتوية الخطية (NT) بصفوف وأعمدة الأقطاب الكهربائية، التي تعتمد فيها على استجابة كل بيكسل غير خطية للحقل الكهربائي، وذلك لعزل جزء من محرك شكل الموجة(*) (Waveform) المقصودة بذلك. حيث يحد من حجم الشاشة، لأن معدل الڤولطية الخارجة قد تصبح صغيرة جداً حين يتزايد عدد البيكسلات Alt)

(*) منحنٍ يظهر على شكل موجة في وقت معين. ومع تطور النبض يمكن للموجة الناقلة أن تصبح مرحلتها خارج سعتها المقصودة، مما يؤدي إلى خلق مجموعة متنوعة ومختلفة في الطول الموجي الكهربائي لذلك المجال الذي تعمل فيه (المترجم).

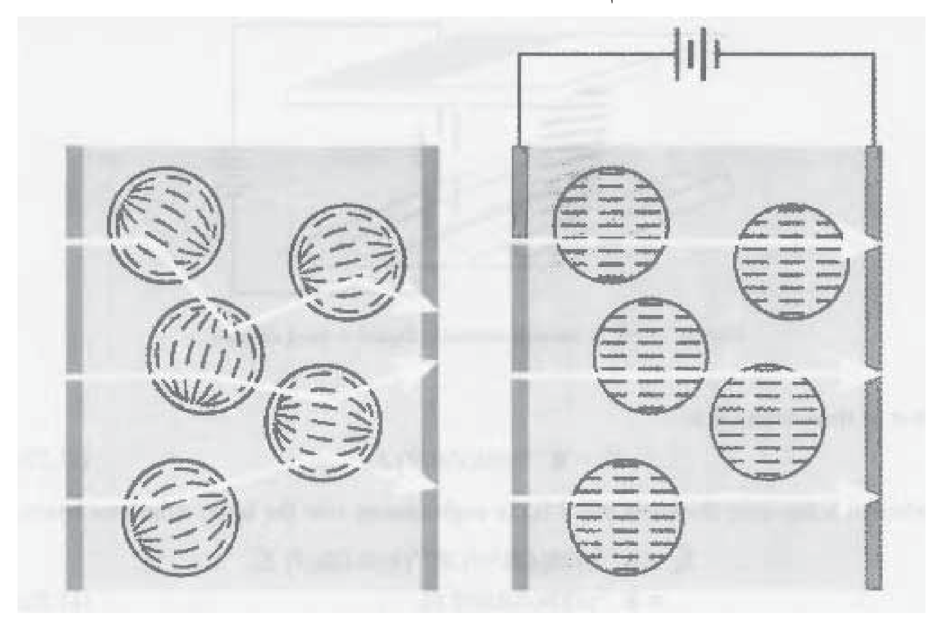
& Pleshko, 1974)، وهو ما يحدّ من التباين ويزيد من وقت التحويل. لهذا السبب يتم استخدام الملتويات الخطية في شاشات السائل البلوري (LCDs) في تطبيقات عديدة مثل الساعات ولوحات التحكّم، ولكن لا تستخدم في شاشاة الحاسبات الكبيرة. ولعل الطريقة الوحيدة لزيادة دقة الوضوح في الشاشات هو خفض مدى القولطية عبر مفاتيح الخلية التي يمكن تنفيذها في سلك خطي مضاعف الشدة (Double Super- Twisted Nematic (DSTN من خلال استخدام زاوية التوائية بمقدار 270^o بدلاً من زاوية 90^o. فالمؤشر الأكبر لتغيير الانكسار قد يؤدي أيضاً إلى الانحراف اللوني، معطياً لوناً مختلفاً غير مرغوبٍ فيه ما بين حالات خروج ودخول قولطية في الخلية. ويتم التخلص من هذه الحالات في شاشات الملتويات الخطية المضاعفة الشدة (DSTN) بواسطة إضافة فيلم مؤشر تعويضي ثاني أو طبقة شاشة سائل بلوري. لاحظ أن نفس الاختصار يستخدم في سلك ملتوٍ ثنائي ماسح (Dual Scan Twisted Nematic)، الذي يقسم الشاشة إلى لوحات فرعية تتم معالجتها بصورة منفصلة عن بعضها البعض.

يمكن للشاشات الملتوية الخطية المضاعفة (DSTN) أن تحتوي على المئات من البيكسلات، لكنها لا يمكن أن تصل إلى الألوف منها. ولهذا السبب من الضروري استخدام بعض أنواع المفاتيح التحويلية النشطة. ولكون شاشة السائل البلوري (LCD) ذات ترانزيستور الغشاء الرقيق (Thin Film Transistor) (TFT) يمكنها فعل ذلك مع نفس مخطط المعالجة في ذاكرة الدخول العشوائي المتحركة (DRAM) الموضح في الشكل (15.10)، تُصبح المكثفات أقطاب بيكسلات كهربائية (Fischer et al. 1972; Brody, 1996). وبذلك يرتفع التباين من ما نسبته 10:1 إلى 100:1، وينخفض وقت مفاتيح التبديل من حوالي 100ms إلى 10ms. وقد تم صنع الترانزيستورات باستخدام سيليكون غير متبلوِر (Amorphous Silicon (a-Si) مع نتريد السيليكون (Silicon Nitride (Si_3N_4)) المادة الرئسية للزجاج، المتحركة بحدود $1\ cm^2/(V.s)$، والمتزايد مع سيليكون متعدد البلّورات (Polycrystalline Silicon) (p-Si) وذلك لأن الحركة فيها من $100\ cm^2/(V.s)$~ التي قيمتها متقاربة بما فيه الكفاية من السيليكون الأحادي البلورة (فوق $1000\ cm^2 / (V.s)$) لبعض الإلكترونيات التي هي في إطار نفس العملية.

يتطلب تصنيع لوحات ترانزيستور الغشاء الرقيق خلق طباعة ليتوغرافية (معدنية) على مساحات واسعة، وتقليل الإنتاج (وزيادة الكلفة) للوحات مقبولة بعض

الشيء بسبب عيوب فيها من السهل رؤيتها. ومن القيود الأخرى بالنسبة إلى لوحات ترانزيستور الغشاء الرقيق هو اجتياز مرشحات الاستقطاب: بعد عبورها من خلال مرشح الاستقطاب، لأن الضوء الخارج سيكون بمعدل أقل من 10٪ لكلٍ من السائل البلوري والأقطاب ومحرك الترانزيستورات ولون المرشح.

إحدى المنهجيات المستخدمة لتقليل الكلفة هي الاستفادة من عمليات شبه الموصل سيمُس، لصنع شاشات عرض صغيرة يمكن استخدامها مع البصريات الخارجية. ويمكن تنفيذ ذلك بـشاشة عرض السائل البلوري على السيليكون (Liquid Crystal On Silicon (LCOS)، وذلك من خلال وضع السائل البلوري فوق رقاقة شبه الموصل سيمُس، واستخدامها في نموذج الانعكاس. ولعل الفائدة من هذه المنهجية تكمن في أن تباعد البيكسل يجعلها مضاهية لطول موجة الضوء، لتسمح بعرض اللون المسيطر والعناصر البصرية باستخدام البنيات الانحرافية (Alvelda & Lewis, 1998).



الشكل 14.11: بوليمير - السائل البلوري المكوثر المتبعثر.

في الاتجاه الآخر، يستخدم السائل البلوري المكوثر والمتبعثر (Polymer-Dispersed Liquid Crystal) (PDLCs) لتغطية مساحات كبيرة، مثل النوافذ الإلكترونية المسيطرة عليها (Electronically-Controllable Windows) (Fergason, 1985). هذه الفكرة يوضحها الشكل (14.11). حيث يملأ السائل البلوري الفراغات الصغيرة في مصفوفة

البوليمير. ومع عدم وجود أي حقل كهربائي مطبق، فإن اتجاه خط مدير الجزيئات يصطف متماثلاً محلياً في محيطها. معطيةً توزيعاً عشوائياً لاتجاهاتها. وهو ما يسبب تبعثر الضوء في عدة أوقات، سامحاً له بالانفصال خارجاً من نظام البصريات، أو حجب ما هو خلف النافذة. فعندما يتم تطبيق ڤولطية إلى الأقطاب الكهربائية، تهيمن مرة أخرى الطاقة الموجهة الثنائية القطب (Dipole Orientational Energy)، ومحاذاة مديري الجزيئات. فإذن كانت البوليمترات هي المؤشر المطابق للسائل البلوري، فإن الضوء يمكنه العبور مستقيماً خلال لوحة رموز التبديل من منطقة مبهمة إلى منطقة واضحة.

3.3.11 الدخان والمرايا(*)

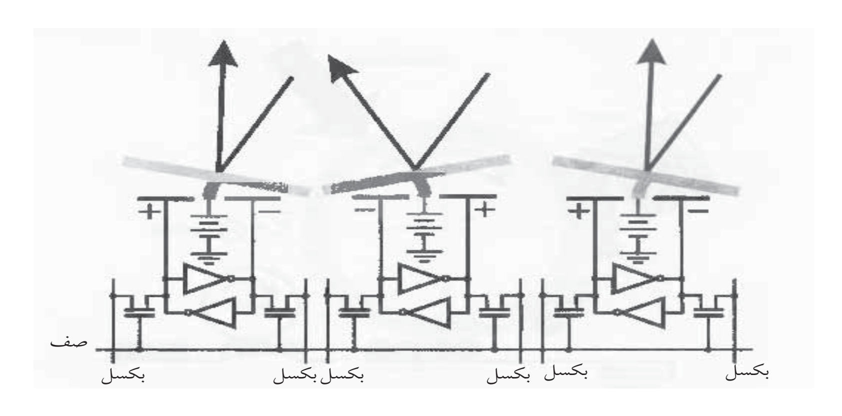
تعتبر الجسيمات الصغيرة والأسطح اللامعة من بين الوسائل الأولى المستخدمة لتعديل الضوء. ففي هذا الجزء الأخير من الفصل سننظر في بعض الطرق الجديدة، التي أُعيد ابتكارها لمعالجة أوجه القصور الجدية في المزيد (حديثاً) من شاشات العرض التقليدية.

تنمو التوقعات الخاصة بتطور الفيديو بصورة مهمة، مبدئياً كان نموها لتقديم عروض لمجموعات على نحو متزايد، كبديل عن عروض أفلام السينما، وفي نهاية المطاف كوسيلة لتسليط الضوء على الفضاءات الذكية (Underkoffler et al., 1999). في القسم الأخير من هذا الفصل لاحظنا أنه ما يقارب 10٪ من حدوث الضوء يمر عبر ألواح السائل البلوري، وكل ما تبقى منه (أي الضوء) يتبدد داخلياً. وهو ما يمثل مقدار حمل حراري كبير في شاشة العرض التي تتطلب إنتاج الآلاف من الشمعات، وهي مسألة خطرة ولا سيما بالنسبة للاستقرار الطويل الأجل للمواد البصرية. المشكلة الأخرى التي تصاحب السائل البلوري بالنسبة للتوقعات التطبيقية هي: فقدان مساحة العرض الخاصة بالمعالجة، وترانزيستور الغشاء الرقيق (TFTs)، التي يمكن أن تكون واضحة حينما يتم تضخيم البيكسلات مرات عديدة. بالنسبة لتطبيقات الفيديو لستين لقطة في الثانية، فإن الـ 17 ms لزمن تبديل مفاتيح التحويل لكل لقطة هي قريبة من الجداول الزمنية المطلوبة لإنشاء المحاذاة الجزيئية التي تؤدي إلى عدم وضوح التحف الفنية.

(*) إنّ مفهوم الدخان والمرايا (Smoke and Mirrors) مفهوم كثير ما يستخدم في علم الفيزياء للتورية عن الوضوح والغشاوة في المواضيع، فعلى سبيل المثال، يشير مفهوم الدخان والمرايا في الفيزياء البيئية إلى تلوث الغلاف الجوي من الغازات المسببة للاحتباس الحراري "الدخان"، في حين يتعلق مفهوم "مرايا" بأحد الحلول الممكنة (المترجم).

الشكل (15.11) يُعطي بديلاً بسيطاً للفهم، إلا أنه صعب التنفيذ، وهو جهاز ميكرو - مرآة رقمي (Digital Micromirror Device) (DMD). يبدأ جهاز الميكرو - مرآة الرقمي مع مخطط لـذاكرة دخول عشوائي استاتيكية/ ساكنة (SRAM)، ولكن بعد ذلك يخلق فوقها أقطاباً كهربائية على جانبي العاكسات، ومرآة على داعم التشوه الذي لا بد أن يكون منحازاً كهربائياً (Van Kessel et al., 1998). واعتماداً على البِتّ (Bit) المخزونة في الخلية الواقعة أسفل المرآة، فإن المرآة تميل من جانب إلى آخر. ويمكن أن يستخدم ذلك لتفادي حدوث الإضاءة داخل أو خارج مسار الخروج البصري. ولكن خلافاً لـما يحدث في شاشات السائل البلوري (LCDs)، قليلاً جداً من الطاقة يمتص من قبل المرايا، حيث يمكن للمرايا ملء المساحة السطحية للرقيقة (الشريحة)، ويمكنها التحويل خلال عددٍ من المايكروثانية بدلاً من الملي ثانية. وبسبب صعوبة السيطرة على جسامة قوة الانحناء، تتحرك المرايا ما بين التوقف في أي الاتجاهين، مع الاختلاف في تدرج اللون الرمادي من التعديل في التبديل للشكل الموجي. وهذه الهيكلية ما هي إلّا مثال عن نظم كهروميكانيكية صغرى (Micro-Electro-Mechanical System) (MEMS). وهو نظام تصنيع تكنولوجي مطور لنظام شبه الموصل سيمُس يعمل على النقش الانتقائي للطبقات خلال إنتاج الهياكل الميكانيكية القائمة بذاتها (Free-Standing Mechanical Structures)، التي تُجسر بين العلمين الميكانيكي والإلكتروني (Rodgers et al., 1997). فما وراء التطور في الطباعة اللنكوغرافية (الطباعة الحجرية) هناك خطوات لبنائها، فلذا تواجه النظم الكهروميكانيكية الصغرى (MEMS) طائفة من القوى التي هي ليست قضايا شائكة في الآلات الميكانيكية الكبيرة. أما بالنسبة إلى الجهاز ميكرو - مرآة الرقمي (DMD) فإن المشكلة الكبيرة تكمن في منع المرايا من الالتصاق بالركيزة بسبب ضعف القوى ما بين العناصر الداخلية والتصاق الشعيرات بسبب الرطوبة (Hornbeck, 1998).

تُعتبر الورقة التي نمسك بها، واحدة من البدائل الأكثر إثارة للاهتمام لمرآة تعكس الضوء. فهي ورقة شفافة مكونة من ألياف، واللون الأبيض يأتي من فوتونات مرتدة صعوداً ونزولاً لعدة مرات، ومن ثم يعاد نشرها. وهو ما يتيح تحويل الضوء الساقط من أي اتجاه تقريباً إلى فعل الإضاءة الخلفية الموحدة، مع التباين المصحوب من امتصاص في الحبر. إن مثل هذه الآلية تحدث مع مستحلب كريات الدهون في الحليب (الزبدة) أو قطرات الماء في السحابة. وهذه الظاهرة تتعلق بضعف التطويع في العدسات المتماسكة التي تصبح محاصرة عشوائياً في محيطها (Yoo et al., 1989; Hastings et al., 1994).



شكل 15.11: جهاز المرآة الرقمية الصغيرة جداً.

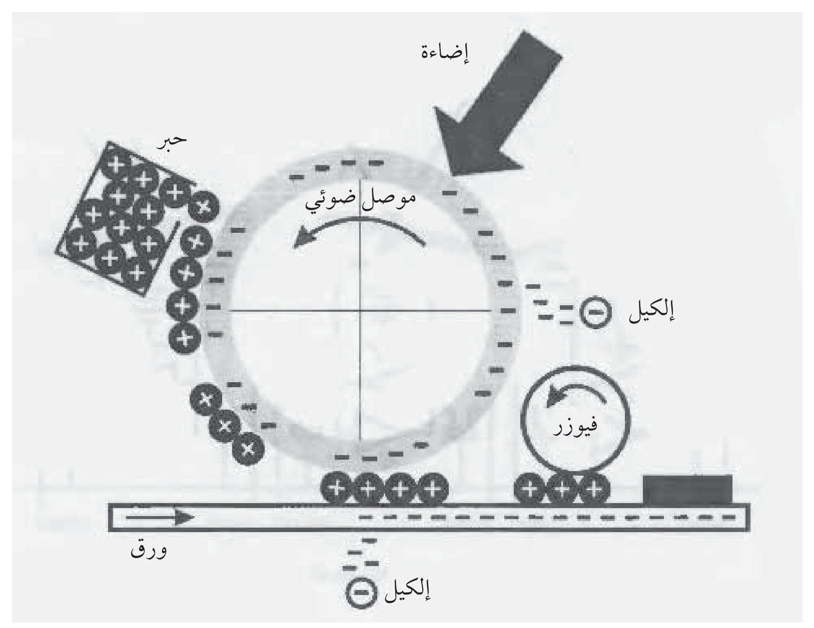
الاتصال الحالي ما بين جهاز حاسوب وقطعة من الورق، يستند إلى ابتكار جيستر كارلسون (Chester Carlson) المعروف بـ التصوير الضوئي الكهربائي (Electrophotography) المكتشف في عام 1938م. فالعناصر التي استخدمها في التصوير الضوئي الكهربائي في ذلك الحين، عادت لتظهر اليوم في طابعات الليزر والناسخات (شكل 16.11). وعليه فدورات الطباعة تبدأ مع مصدر الشحنة، عادة من إكليل التصريف الكهربائي/ التفريغ الكهربائي (Corona Discharge) من السلك الذي يمسك العديد من كيلوات الڤولطات (Kilovolts). وهذا ما يمهد إلى آيوّنت الهواء المحيط بالتفريغ الكهربائي، ليجذب الآيونات الموجبة ويصد الآيونات السالبة. وهذه الإلكترونات السالبة ستتراكم على سطح عازلٍ ما أو موصّل كهرباء ضوئي. كما أن المواد المستخدمة في التصوير الضوئي الكهربائي شاملةً لـ السيلينيوم(*) (Selenium)، والسيليكون، وموصّل كهرباء ضوئي عضوي، وذلك بسبب مرونة تلك المواد من الناحية الكيميائية والميكانيكية.

بعد الشحن، ينبعث ضوء من موصّل كهرباء ضوئي، مع الصورة المطلوبة. حيث يمكن إنجاز ذلك من خلال تركيز الضوء المنعكس من مستند ممسوح، أو من مجموعة خطية لصمام ثنائي باعث للضوء، أو من خلال التحويل المتقطع (on and off) لشعاع اللايزر لخطوط المسح النُقطية (Starkweather, 1980). النتيجة تكمن في حاملات الصورة المُحثة، المصاحبة لتلك الإلكترونات الموجبة الجذابة لإلكترونات السطح العاملة

(*) عنصر كيميائي عدده الذري 34، ويوجد في الطبيعة على شكل بلورات رمادية غير معدنية، لها خصائص شبه موصلة (المترجم).

على تحييد الشحنة، تاركةً الشحنات السالبة لتكون مكمِّلةً للإضاءة. ومن ثم يتم الدفع بشحنة مسحوق الحبر (Toner)، لغرض إلصاقه بموصّل كهرباء ضوئي في مساحات تلك الشحنات. ويطلق على هذه في الواقع الجسيمات المصطبغة بالحرارة، البلاستيكية الحرارية (Thermoplastic)، مرتبة بأحجام تبدأ من 10µm. فشحنات تلك الجسيمات هي معاكسة لتلك الموجودة على الموصّل الضوئي التي تم تطويرها بواسطة كهربة الاحتكاك(*) (Triboelectricity)، والناتجة عن التحول الذي يحدث عندما يتم فرك جسمين ببعضهما، بسبب الاختلافات في الألفة الإلكترونية الخاصة بكلٍ من الجسمين.

وأخيراً، إن وضع قطعة من الورق في موضع اتصال، مشحونة بحد ذاتها لسحب مسحوب الحبر خارجاً عن الموصل الضوئي. والخطوة الأخيرة تستخدم الحرارة والضغط لصهر مسحوق الحبر على الورق، ولإعادة ضبط موصّل كهرباء ضوئي لتمرير الورقة المقبلة. ويمكن أن يتم كل هذا بسرعة فائقة، ضمن سرعة تصل إلى 1000 ورقة في الدقيقة.

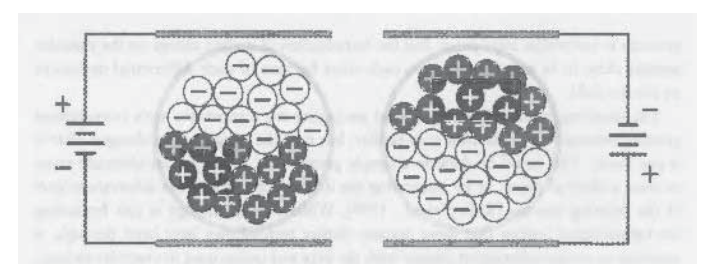


الشكل 16.11: تصوير ضوئي كهربائي/ إلكتروغرافيا.

قطعة الورق هي وسيلة عرضٍ مثالية: فهي رقيقة، ومرنة، ومصنوعة من مكونات غير متطايرة، وتوفر دقة عالية، وتبايناً عالياً. العائق الوحيد في ذلك، هو أنه بمجرد ما

(*) الشحنة الكهربائية المتولدة عن الاحتكاك (المترجم).

تتم الطباعة فلا يمكن تغيير ذلك الأمر. ولا يمكن تدارك ذلك إلا مع تطور الأحبار الإلكترونية (Electronic Inks) التي تحافظ على آلية التباين في الطباعة، ولكن أيضاً توافر العنونة الإلكترونية(*) (Electronic Addressability). ويمكن تنفيذ ذلك من خلال استخدام مغلف الاسترشاد الكهربائي المجهري (Microencapsulated Electrophoresis) المبين في الشكل (17.11) (Comiskey et al., 1998).



الشكل 17.11: مغلف الحبر الإلكتروني الكهربائي.

يبدأ التوليف بالمحلول المكون من جزيئات الحبر وباختلاف الألوان المتطابقة، بواسطة اختلاف شحنات السطح. ويتم تشتيت هذه الشحنات في السائل الثاني ليتم تشكيل قطرات مستحلبة تحتوي على مسحوق الحبر، مرتبة في حدود 100 μm. وأخيراً، إن خطوة مزج البلمرة السطوح البينية (Interfacial Polymerization) في النظام الثنائي الذي ينمو، ما هي إلا خطوة واضحة لتغليف واجهة المسحوق الحبري. فهي عملية قد استخدمت لتغليف الحبر بقشرة (صاروخية) لتنفجر تحت الضغط في النسخ الورقية غير الكاربونية، ولكن إدخال شحنة السطح على الجسيمات المصرح لها ستتحرك نسبة لبعضها البعض بسبب الحركة التفاضلية في الحقل الكهربائي.

نتائج التباين والوضوح والتعبئة والتغليف كُلها مسائلٌ ذات قدرة على التنافس مع الطباعة التقليدية، لكون آلياتها متشابهة، ولكن الآن يمكن تغيير الصورة بعد أن تم وضعها أسفل. وهي عملية يمكن تنفيذها في طابعة بسيطة قد لا تحتاج أكثر من

(*) العنونة هي قدرة جهاز رقمي للرد بشكل فردي على رسالة أرسلت إلى العديد من الأجهزة المماثلة. ومن الأمثلة على ذلك الهواتف المحمولة وقمة مجموعة صناديق تلفزيون الأجر. كما أن شبكات الكمبيوتر هي أيضاً معنونة عن طريق رقم MAC على بطاقات شبكة الإنترنت، وبروتوكولات الشبكات المماثلة مثل بلوتوث. ويسمح هذا بإرسال البيانات في الحالات التي يكون فيها من غير العملي (أو المستحيل، كما هو الحال مع أجهزة لاسلكية) التحكّم بالضبط أين أو إلى الأجهزة التي يتم إرسال الرسالة فيزيائياً (المترجم).

مصفوف أقطاب كهربائية لإعادة استخدام الورق، أو من من خلال دمج محرك الأقراص الإلكترونية مع الركيزة واعتبارها جزءاً من عملية الطباعة (Ridley et al., 1999). ففي حين أن هذه التكنولوجيا ما هي إلا مجرد بداية للتوسع التكنولوجي، هناك تكنولوجيات شاشات عرض تُعتبر أكثر نضجاً قد أُنتجت، واعدةً بدمج شاشات عرض المعلومات مع الأحبار والدهانات المستخدمة في احتياجاتنا في الحياة اليومية.

4.11 مراجع مختارة

[Sze, 1998] Sze S. M. (ed). (1998). *Modern Semiconductor Device Physics*. New York: Wiley-Interscience.

أجهزة بصريات متقدمة (وأنواع أُخرى من الموصلات).

[O'Mara, 1993] O'Mara, William C. (1993). *Liquid Crystal Flat Panel Displays: Manufacturing Science & Technology*. New York: Van Nostrand Reinhold.

كلّ ما تحتاج إلى معرفته للبدء بنفسك لإنتاج شاشات عرض السائل البلوري (LCD).

[Pai & Springett, 1993] Pai, D. M., & Springett, B. E. (1993). Physics of Electrophotography. *Reviews of Modern Physics*, 65, 163-211.

[Williams, 1993] Williams, Edgar M. (1993). *The Physics and Technology of Xerographic Processes*. Malabar, FL: Krieger.

التطور الملحوظ والنظرة ثاقبة للناسخة المألوفة.

5.11 مسائل

(1.11) (أ) كم واط من الطاقة موجودة في الضوء يتألف من 1000 شمعة فيديو بروجيكتور؟

(ب) ما الاستبانة المكانية لطباعة صفحة في كتاب يمكنها أن تطابق حدود العين؟

(2.11) (أ) ما هي ذروة الطول الموجي لإشعاع الجسم الأسود من شخص؟ ومن إشعاع خلفية كونية عند 2.74 K؟

(ب) بصورة تقريبية، ما هي سخونة المادة الملتهبة؟

(ج) ما هو التقدير الإجمالي للطاقة المنبعثة حرارياً من قبل شخص؟

(3.11) (أ) جد سمك واتجاه المادة الثنائية الانكسار التي دوران موجتها المستقطب خطي بقدار 90^{o}، وما هو سمك الكالسيت مع عامل الرؤيا (($\lambda \sim 600$ nm)؟

(ب) جد السمك والاتجاه الذي يحول الضوء الخطي المستقطب إلى ضوء دائري مستقطب، وقيّم مدى سمك الكالسيت؟

(4.11) انظر لمستقطبين خطيين ممتدين بنفس الاتجاه ولمادة ثنائية الانكسار وضعت بينهما. ما هي كثافة الانتقال، بوصفها دالة لتوجه مادة ثنائية الانكسار بالنسبة للمحور المستقطب؟

الفصل الثاني عشر

التخزين المغناطيسي

إن معظم البِتّات الكونية تخزن في حقول مغناطيسية دورانية موجهة[*] (Orienting Magnetic Spins). ولعل تطور هذه الأجهزة المغناطيسة الخاصة بالتخزين تعتبر درساً مهماً لنضج التكنولوجيا. لسنوات عديدة مضت، أظهرت التوقعات الواثقة والواعية ماهية مفهوم، لماذا البحث عن بدائل، مثل التخزين البصري الذي سيحل محل الحقل المغناطيسي قريباً. ولكن كلّ عام ابتكاري تطوري يضع التخزين المغناطيسي، أقرب من أي وقت مضى، إلى الحدود الفيزيائية الأساسية التي تقود إلى ثورة في التطبيقات الجديدة. ففي أكثر الأقراص المغناطيسية تباعداً تكون مسافة البِتّ بحدود 1 µm، بلوغ حد الانحراف عن التخزين الضوئي. وهذا يتطلب أن يكون رأس التسجيل في القرص القريب من السطح الواسع سريعاً، مقارنة مع المسار الحر لجزيء هواء. وبالتالي، من حيث يجب أن يوصف الهواء، فإن هكذا نظام يجب أن يوصف فيه الهواء بواسطة النظرية الكامنة للجسيمات المنفصلة بدلاً من المعادلة التفاضلية المتصلة بـ الهيدروداينمك[**] (Hydrodynamics). هناك العديد من الـ غيغا بايت (Gigabytes) تُناسب المحركات التي لا يتجاوز حجمها عدة بوصات، وأسعارها انخفضت من آلاف الدولارات إلى

(*) كلمة (Spin) تعني في ميكانيك الكمّ وفيزياء الجسيمات التي هي على شكل من الأشكال التي لا تتجزأ بالزخم الزاوي والتي تحملها الجسيمات الأولية، والجسيمات المركبة (الهادرونات)، والنوى الذرية، ولكونها دائرية الحركة وبسرعة فائقة سميت بهذا الاسم (المترجم).

(**) فرع من العلوم الفيزيائية المعنية بالقوى المؤثرة في/ أو عن طريق الموائع (خاصة السوائل) التي تستخدم لعملية ما (المترجم).

مئات الدولارات (Grochowski et al., 1993). هذه التحسينات، ما هي إلا نتيجة لمزيج من الخبرة التراكمية لهذا الجهاز، والدراسة العالية التطور للآليات الكامنة، وبعض الحظ في كيفية الاستجابة الطبيعية لمثل هذا التوسع العدواني (Mallinson, 1996). بالتأكيد سيأتي الوقت الذي سيمكننا من إيقاف استخدام تلك الأوعية الدورانية الكبيرة المتصدئة المهمة لتخزين المعلومات، ولكن سيبقى هذا الوقت متأخراً حدوثه أكثر مما نفكر بانتهائه (Thompson & Best, 2000). فالمغناطيسية هي معقدة بصورة مدهشة، وموضوع غير مفهوم تماماً. في هذا الفصل سنبدأ باستعراض الظواهر الأساسية للمواد الممغنطة، وبمقدمة حول الآليات المسببة للتمغنط. ومن ثم نقوم بتطبيق هذه الآليات لشرح المغناطيس والتسجيل البصري المغناطيسي (Magneto-Optical Recording)، وأمكنة وجوده ولكن في العلامات المغناطيسية غير المألوفة تطبيقاتها.

1.12 المغناطيسية

لقد شاهدنا في الفصل الخامس من هذا الكتاب، أن كثافة الطاقة في أي حقل هي:

$$U \equiv \frac{1}{2}(\vec{E}\,.\vec{D} + \vec{B}\,.\vec{H})(\frac{J}{m^3}) \quad (1.12)$$

أما كثافة الطاقة في المواد المغناطيسية فهي:

$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu_0(1 + X_m)\vec{H} = \mu_0\,(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.12)$$

حيث تمثل $\vec{B}$ كثافة التدفق المغناطيسي، و$\vec{H}$ قوة الحقل المغناطيسي، و$\vec{M}$ هي المغنطة (Magnetization). والمغنطة تساوي الزخم المغناطيسي (Magnetic Moment) $\vec{m}$ للمادة نسبة لحجمها، والمحسوبة كالآتي:

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V} \quad (3.12)$$

خلافاً لكل العمليات الهندسية، نجد أن السبب في استخدام وحدات قياس «سم غم ثانية»(*) (CGS) في الحقل المغناطيسي وبصورة شائعة جداً، يعود إلى ملاءمتها لضخامة الكمّية المغناطيسية. كما أن نظام الوحدات العالمي (SI) الخاص المعروف بـ كغم م ثانية) (MKS) الخاص بالحقل المغناطيسي، يستخدم قياس الأمبير لكل متر، ومن ثم

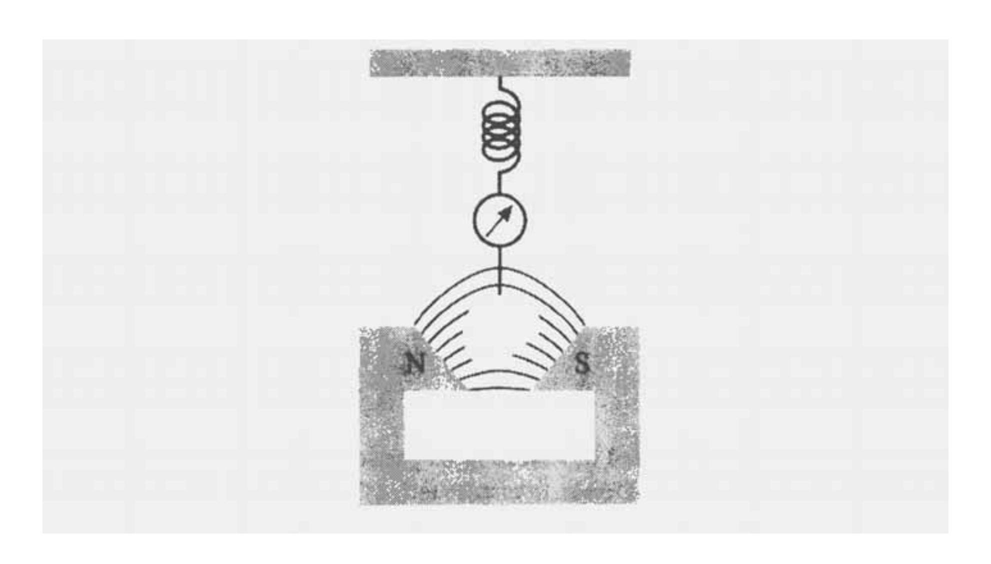
(*) نظام وحدة قياس CGS يعني سنتيمتر، غرام، ثانية، وهو بديل عن النظام المتري وهو نظام مبني على أساس أن السنتيمتر هو وحدة للطول، وغرام هو وحدة للكتلة، والثانية هي وحدة الزمن (المترجم).

يتم تحويله لنظام وحدات CGS كهرومغناطيسي (Electromagnetic) (EM)، وعليه فإن الأرستيد(*) (Oersted) يمكن حسابها بـ:

$$H : 1\frac{A}{M} = \frac{4\pi}{10^3}\ O_e \qquad (4.12)$$

إن وحدة كثافة التدفق المغناطيسي في نظام الوحدات العالمي يمكن حسابها بوحدة تسلا(**) (tesla)، ومن ثم يمكن تحويلها لوحدة غاوس(***) (gauss) التي يمكن حسابها بـ:

$$B : 1\,T = 10^4\,G \qquad (5.12)$$



الشكل 1.12: قياس النفاذية بواسطة الحقل غير المتجانس.

لنتأمل الآن ما سيحدث إذا ما تم جلب مادة ما، إلى حقل مغناطيسي يمتلك انحداراً

(*) وحدة قياس لقوة المجال المغناطيسي وهي تعادل 79.58 أمبير لكل متر (المترجم).

(**) تحدد قوة المجال المغناطيسي بعدد هذه الوحدات، فعلى سبيل المثال إذا كانت وحدة قياس كثافة التدفق المغناطيسي هي 1.0 تسلا، فإن قوة المجال ستكون أقوى وتكون أكثر قوة من المغناطيس مع المجال المغناطيسي بواقع 0.5 تسلا (المترجم).

(***) وحدة حث مغناطيسية وتعادل واحد من عشرة آلاف تسلا (المترجم).

في اتجاه z. وقد يتم ذلك من خلال مغنطة قطع من أقطاب مستدقة، كما هو موضح في الشكل 1.12 أعلاه. فإذا كان حجم المادة V، حيث يفترض أن يكون هذا الحجم صغيراً مقارنة مع مقياس طول انحدار المادة، فعليه من ثم يكون التغير في الطاقة، بعد جلبها إلى الحقل المغناطيسي مساويةً إلى الطاقة المخزونة في حقل المادة، ناقصاً وضع الطاقة قبل إجراء المغنطة:

(6.12)

$$\Delta E = \frac{1}{2}\int_{material} \vec{B}\,.\vec{H}\,dV - \frac{1}{2}\int_{no\ material} \vec{B}\,.\vec{H}\,dV$$

$$= \frac{1}{2}V\mu_0\mu_r H^2 - \frac{1}{2}V\,\mu_0 H^2$$

$$= \frac{1}{2}V\mu_0\,(\mu_r - 1)H^2$$

$$= \frac{1}{2}V\mu_0\,X_m H^2$$

سوف تكون هناك قوة على المادة الممغنطة، تقاس بواسطة المقياس الموضع في الشكل 1.12 حيث تساوي هذه القوة الانحدار في هذه الطاقة،

(7.12)

$$F = -\frac{d\Delta E}{dz}$$

$$= -V\mu_0 X_m H\frac{dH}{dz}$$

ستكون هذه القوة متناسبة مع القابلية المغناطيسية (Magnetic Susceptibility) X_m، التي تساوي النفاذية النسبية (Relative Permeability) μ_r ناقصاً واحداً. وهي تقنية اقترحها فاراداي، وتقدم طريقة بسيطة لحساب النفاذية في المادة. لكن هذه التقنية قد قادتنا إلى نتائج مختبرية غير متوقعة هي كالآتي: بعض المواد هي من نوع ذات النفاذية المغناطيسية المضاعفة(*) (Diamagnetic)، الفائقة الموصلية (Superconducting) تحرك الانحدار إلى الأعلى نحو الحقل الأضعف، وبعضها الممغنطة مؤقتاً (Paramagnetic)، والممغنطة حديدياً(**) (Ferromagnetism) وفيّري مغناطيسية(***) (Ferrimagnetic)

(*) مادة تميل لأن تكون ممغنطة في اتجاه 180^0 عند تطبيق المجال المغناطيسي (المترجم).

(**) بعض المواد (مثل الحديد) تعتبر الآلية الأساسية فيها لعلوم الفيزياء، وإنها تشكل مغناطيساً دائماً، أو تنجذب إلى المغناطيس (المترجم).

(***) هي تلك المواد التي تحتوي على بعض الذرات المعارضة للمغنطة لحظة تعرض المادة، وهي حالة مشابهة لحالات المعارضة للمغنطة الحديدية (Antiferromagnetic)، إلا أن تلك

تتجه نزولًا باتجاه الحقل المغناطيسي الأقوى. فالمواد التي هي من نوع النفاذية المغناطيسية المضاعفة تمتلك قابلية سلبية صغيرة ($\mu_r = 0.99996\ for\ Au$)، في حين تمتلك المواد الممغنطة مؤقتاً قابلية إيجابية صغيرة ($\mu_r = 1.00002\ for\ Al$). أما كلٌّ من المواد الممغنطة حديدياً والفيرّي مغناطيسية فتمتلك كلها كمّيةً هائلة من القابلية المغناطيسية ($\mu_r \sim 10^4\ for\ steel$). وفي المواد الفائقة الموصلية، تتطلب ظاهرة مايسنر(*) (Meissner Effect)، أن لا تكون هناك خطوط تدفق مغناطيسي في المادة. وهو ما يؤدي لأن تكون $\vec{B} = 0$ وهكذا فإن:

$$\vec{H} = -\vec{M} \Rightarrow X_m = \frac{M}{H} = -1 \qquad (8.12)$$

إن هذه القابلية المغناطيسية كثيرة من حيث الحجم، وأكبر من ما هي بالنسبة إلى مواد النفاذية المغناطيسية المضاعفة العادية، ولعل هذا التنافر المغناطيسي القوي يمكّن من استخدام القوى المغناطيسية(**) (Magnetic Levitation) للتحميل والمركبات (Nakashima, 1998).

لماذا تمتلك كل مادة وجهة نظر مختلفة عن الأخرى حول كيفية سلوكها في الحقل المغناطيسي؟ نحن الآن سنستدير إلى أصل الظواهر المغناطيسية المجهرية. فالمواد الفيرّي مغناطيسية التي تعتبر آليتها المغناطيسية هي الأعظم، ولكن من المفيد أن نُعلق على كل تلك المواد المغناطيسية.

1.1.12 النفاذية المغناطيسية المضاعفة

ينص قانون لينز (Lenz's Law) على أن الحقل المغناطيسي المتغير مع الزمن يدفع التيار بدارة دائرية يكون فعلها معاكساً للحقل المغناطيسي ذاته. فالنفاذية المغناطيسية

المعارضة في هذه المادة تحدث بصورة عفوية ومتذبذبة (المترجم).

(*)هي طرد المجال المغناطيسي من موصل جيد للكهرباء خلال تحوله إلى حالة فائقة التوصيل. وقد سميت بظاهرة ميسنر نسبة إلى عالم الفيزياء الألماني فالتر ميسنر الذي اكتشف هذه الظاهرة في عام 1933 عندما قام بقياس توزيع المجال المغناطيسي خارج القصدير الفائقة التوصيل مع عينات من الرصاص (المترجم).

(**) طريقة استخدام المجالات المغناطيسية لتعليق كائن فوق كائن آخر دون دعم الميكانيكية الصلبة، ولعل أهم تطبيق عملي لذلك هو قطار فائق السرعة (المترجم).

المضاعفة تأتي من تلك التأثيرات العاملة على الإلكترونات في الذرة. وعلى الرغم من أن هذا هو نظام الكمّ، إلا أنه نموذج بسيط لنتائج لانجفين التي هي تتفق بصورة جيدة كمّياً مع القياسات المختبرية. وبنظرة شبة كلاسيكية، فإن الزخم المغناطيسي إلى أي إلكترون يدور حول نواة الذرة هو:

$$m = I\,A = \frac{qv}{2\pi r}\,\pi r^2 = \frac{qvr}{2} \tag{9.12}$$

إن مؤشر ترابط هذه الدارة اللولبية للحقل المغناطيسي المتغير مع الزمن تؤدي إلى حث الكموميّة حول تلك الدارة اللولبية:

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -\mu_0 \frac{d(HA)}{dt} \tag{10.12}$$

موجهاً الحقل المغناطيسي باتجاه نحو الدارة اللولبية بصورة طبيعية، وهو ما يعجل الإلكترون بواسطة:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m_e} = \frac{qV}{2\pi r m_e} = -\mu_0 \frac{qr}{2m_e}\frac{dH}{dt} \tag{11.12}$$

إن عملية التكامل الرياضي لكلا جانبي المعادلة الرياضية أعلاه، باعتبار أن الحقل المغناطيسي يُبنى من 0 إلى H وبزمن T، يُعطي تغيراً كلياً في السرعة:

$$\int_0^T \frac{dv}{dt}\,dt = \int_0^T -\mu_0 \frac{qr}{2m_e}\frac{dH}{dt}\,dt \tag{12.12}$$

$$\Delta v = -\mu_0 \frac{qrH}{2m_e}$$

وهذا بدوره يعطي قيمة التغيير في الزخم:

$$\Delta m = \frac{q\Delta vr}{2} = -\mu_0 \frac{q^2 r^2 H}{4m_e} \tag{13.12}$$

فالمغنطة المتسببة من خلال فعل الزخم هي:

$$M = \frac{m}{V} = -\mu_0 \frac{q^2 Z r^2 H}{4 m_e V} \quad (14.12)$$

حيث V تمثل حجم الذرة، وقد أُضيف مُعامِل Z لمراعاة الإلكترونات المتعددة الذرات. وعليه فإن القابلية المغناطيسية ستكون:

$$X_m = \frac{M}{H} = -\mu_0 \frac{q^2 Z r^2}{4 m_e V} \quad (15.12)$$

وعلى الرغم من أن هذا التقدير قد تجاهل كل من الديناميكا الحرارية وميكانيكا الكمّ، إلا أن تلك المعادلة تُعطي حسابات تتماشى قيمها مع ما لاحظناه في مواد النفاذية المغناطيسية المضاعفة. (المسألة 1.12)، تبين لماذا لا تعتمده بقوة مواد النفاذية المغناطيسية المضاعفة على درجات الحرارة.

12.1.2 المغناطيسية المؤقتة

إن حساب فاعلية تيار الدارة اللولبية المستخدم في الحسابات الآنفة الذكر هي ليست ثابتة الفضاء، وبموجب تطبيقات الحقل يمكن توجيه التيار لكلا القيمتين، أعلى وأبطئ. فبالنسبة لحالة ميكانيكية كمّية بسيطة للدوران غير متفاعل - نصف زخم مغناطيسي، وهذا يتوافق مع حالات التقليب المتوازية وغير المتوازية للحقل (الفصل الخامس عشر). فإذا كان الزخم المغناطيسي m، فإن الطاقة للحالاتين ستكون $\pm mB$. وإذا كانت الكثافة لهذين الزخمين n، فإن المغنطة يمكن إيجادها من القيمة المتوقعة لـ دوران حلزوني موجه (Spin Orientation).

$$\begin{aligned} M &= nm\langle s\rangle \quad (16.12) \\ &= nm \frac{\sum_{s=-1,1} s e^{-\frac{E_s}{kT}}}{\sum_{s=-1,1} e^{-\frac{E_s}{kT}}} \\ &= nm \frac{e^{\frac{mB}{kT}} - e^{-}e^{\frac{mB}{kT}}}{e^{\frac{mB}{kT}} + e^{-}e^{\frac{mB}{kT}}} \end{aligned}$$

حيث إن mB تكون دائماً أصغر بكثير من kT، وعليه فإن القيمة المرفوعة لـ e يمكن توسيعها لتكون $1 \pm \frac{mB}{kT}$، حيث ستعطينا:

(17.12)

$$M = \frac{nm^2 B}{kT} = \frac{nm^2 \mu_0 H}{kT}$$

أو:

(18.12)

$$X_m = \frac{M}{H} = \frac{nm^2 \mu_0}{kT} \equiv \frac{C}{T}$$

هذا هو قانون كوري[*] (Curie's Law) والثابِتّ C (هل يمكنك تخمين ذلك)؟ هو ثابِتّ كوري[**] (Curie Constant). لنتوقع تطبيق قانون كوري على الموصلات الإلكترونية في المعادن، التي تمتلك زخماً مغناطيسياً حلزونيّ الدوران لـ:

(19.12)

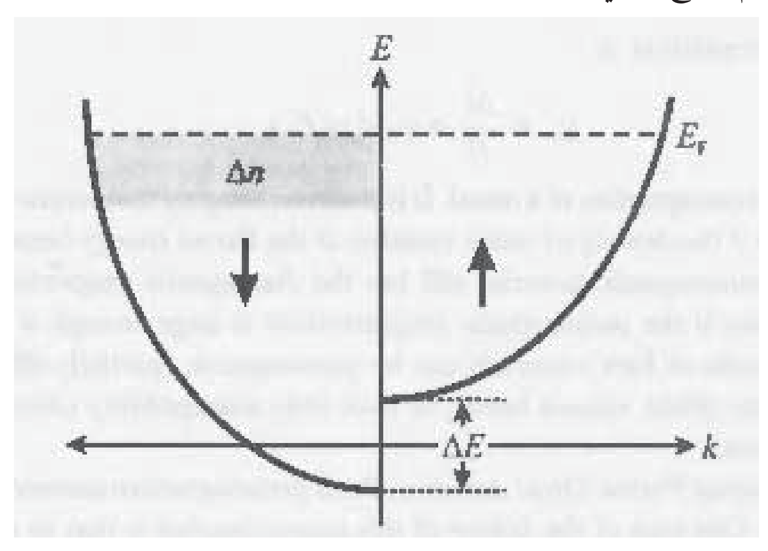
$$\mu_B = \frac{eh}{2m_e} = 9.274 \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

ولكن إيجاد القابلية المغناطيسية لمعظم المعادن ستكون مستقلة نسبياً عن درجة الحرارة بدلاً من أن تتناسب عكسياً معها. وقد حل باولي (Pauli) هذا اللغز من خلال إشارته إلى استخدام دالة الاشتقاق لقانون كوري باعتبارها دالة تقسيم، حيث سنجدها

(*) قانون كوري يصف القابلية المغناطيسية χ من المغناطيس الحديدي في منطقة متوازية مع المغناطيسية التي هي فوق نقطة كوري: $x = C/(T - T_c)$، حيث C هو ثابِتّ كور لمواد محددة، وT درجة الحرارة المطلقة المقاسة بوحدة قياس كلفن (المترجم).

(**) هو خاصية المواد المعتمدة، التي تتعلق بمغناطيسية المادة وفقاً لدرجة الحرارة (المترجم).

ستكون مناسبة فقط في حالة درجات الحرارة العالية المحددة. وفي غير ذلك المقام لا بد من استخدام توزيع فيرمي – دايرك(*) (Fermi-Dirac Distribution).



الشكل 2.12: تجزئة نطاق الدوران الحلزوني في الحقل.

إن مخططات النطاق في الفصل العاشر استخلصت دوال الزخم، بحيث كل حالة زخم تحتوي على دوران حلزوني نحو الأعلى ودوران حلزوني نحو الأسفل لكل حالة. الشكل (2.12) يُعيد تخطيط مخططات النطاق مع كل حالات الدوران الحلزوني نحو الأسفل على اليسار، والدوران الحلزوني نحو الأعلى على اليمين. فكل حالة دوران حلزوني الآن هي مرتبطة مع k+ في حين ترتبط حالات الزخم مع k . فتطبيق أي حقل سيؤدي إلى انقسام في طاقة الدوران الحلزوني. وذلك لكونه لا بد من أن تكون طاقة فيرمي (Fermi Energy) الباقية مساوية لوجهة بعض الإلكترونات الدائرة حلزونياً (على افتراض وجود حالات متاحة لتلك الإلكترونات تمكنهم للذهاب داخلاً). كما أن عدد الإلكترونات المنقولة هي تقريباً مساوية إلى عدد مرات انسكاب الطاقة مضروباً في كثافة الحالات عند طاقة فيرمي $n(E_F)$. وإن تلك الحالتين الشائعتين سيتساويان فيما

(*) في الفيزياء الإحصائية التي هي فرع من الفيزياء، توصف إحصاءات فيرمي – ديراك توزيع الجسيمات حالة الطاقة في أنظمة تتكون من العديد من الجسيمات المتطابقة إذا كانت لا تسلك تلك الجسيمات مبدأ باولي وتستبعده تماماً. وسميت هذه العملية نسبة إلى إنريكو فيرمي (Enrico Fermi) وبول دايرك (Paul Dirac) على الرغم من أن كلاً منهما اكتشف توزيع الجسيمات عن الآخر بصورة مستقلة ومن دون معرفة عمل الآخر (المترجم).

إذا كان نصف الفرق قد تم نقله، ولكن هناك زخمان من الحالات ولكل حالة دوران حلزوني:

$$\Delta n = \Delta E\, n(E_F) = B\mu_B\, n(E_F) \qquad (20.12)$$

فالمغنطة إذن هي الزخم الناتج لكل حجم:

$$M = \frac{m}{V} = \mu_B \Delta n = \mu_B^2 B n(E_F) \qquad (21.12)$$

وعليه فإن قابلية المغناطيسية هي:

$$X_m = \frac{M}{H} = \mu_0 \mu_B^2\, n(E_F) \qquad (22.12)$$

المعادلة أعلاه تمثل الدوران الحلزوني لمادة مغناطيسية مؤقتة. فهو أمرٌ إيجابي، حيث تكون فيها درجة الحرارة مستقلة تقريباً، وسوف تتلاشى فيما إذا لو تلاشت كثافة الحالات عند طاقة فيرمي، حينما يكون نطاق التكافؤ ممتلئاً. وتبقى المادة المغناطيسية المؤقتة تمتلك ممغنطة بنفاذية مغناطيسية مضاعفة من مدارات إلكترون، ولكن إذا كانت مغنطة النفاذية المغناطيسية المضاعفة كبيرة بما يكفي، فإنها سوف تهيمن. وهذا هو إحدى الأمثلة على كيفية إمكان جعل المواد تمغنط مؤقتاً (الملء الجزئي لنطاق التوصيل)، ونفاذية المغناطيسية المضاعفة (ملء نطاق التكافؤ)، أو امتلاك قابلية مغناطيسية قليلة (نفاذية المغناطيسية المضاعفة تلغي المغناطيسية المؤقتة).

بخلاف الالتزام بإحصاءات فيرمي – دايرك، فإن النفاذية المغناطيسية المضاعفة عند بولي تفترض أن الدورانات الحلزونية مستقلة. وإن إحدى علامات الفشل لهذه التقريبية سببه أنه في الكثير من مواد قانون كوري التجريبية نجد هناك حاجة للتوازن:

$$X_m = \frac{C}{T - T_C} \qquad (23.12)$$

وهذا بالتأكيد هو قانون كوري، حيث إن T_C تمثل درجة حرارة كوري، وقد تكون

كبيرة بعض الشيء: 11043 K في الحديد، على سبيل المثال. ولو قمنا بتعريفها ضمن إطار ثابِتّ كوري كـ $T_C = \lambda C$، فإن القابلية المغناطيسية يمكن كتابتها كالآتي:

$$X_m = \frac{M}{H} = \frac{C}{T_C - \lambda C}$$
$$HC = MT - M\lambda C$$
$$\frac{C}{T} = \frac{M}{H + \lambda M} \quad (24.12)$$

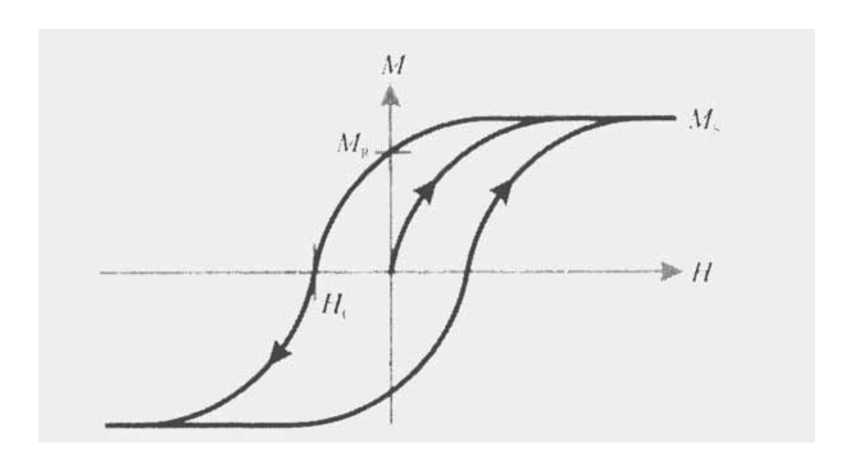
وهذه المعادلة (24.12) تستعيد الشكل الأصلي لقانون كوري، إذا ما افترضنا أن الدوران الحلزوني يحدد الحقل المحلي λM مضافاً إليه الحقل المطبق H. فتوازن λM يسمى بـ جزئية الحقل (Molecular Field)، ولغرض فهمها يستوجب علينا فهم المغنطة الحديدية وفصيلاتها.

13.12 المغنطة الحديدية، والمغنطة الحديدية المضادة، الفيرّيمغناطيسية

يمكن أن تنشأ كل من المغناطيسية المضاعفة والمغناطيسية المؤقتة من مجموعة من الآليات، إلا أن جميعها ضعيفة نسبياً. فالمواد الممغنطة حديدياً تتصرف بصورة مغايرة عن الأخرى في الحقل المغناطيسي قيد التطبيق: تكون استجابتها كبيرة، ودارة لولبية التباطؤ(*) (Hysteretic). الاعتماد على هذه الحالة الراهنة للعينة قد يوفر لنا تاريخها الماضي لآلية ذاكرة مطلوبة للتخزين المغناطيسي. حيث يمكن قياس مغنطة مغناطيس حديدي بواسطة جهاز موصوف في الشكل (1.12)، أو جهاز قرين له يسمى مقياس مغنطة بهزّ العيّنة (Vibrating Sample Magnetometer) (VSM)، يقوم الجهاز بهز العينة في الحقل المغناطيسي المطبق ويتم استماع التقاط الإشارة من قبل اللفائف الصغيرة نظراً لتحركها بسبب المغنطة. فإذا ما تم شكل المغنطة الناتجة على أساس دالة للحقل المطبق، فإن النتيجة ستكون شيئاً مشابهاً لما هو مبين في الشكل (3.12). فمن حيث التعريف مازال صحيحاً أن $B = \mu_0(H + M)$، ولكن يجب الآن استبدال النسبة $\mu = \frac{B}{H}$ مع النفاذية التفاضلية (Differential Permeability) $\mu = \frac{dB}{dH}$.

(*) كلمة إغريقية تعني إذا تعرض جسم ما إلى مجال ما فإن تلك الحالة تخلف أثراً يتم فيها تغيير القوى المؤثرة في الجسم. ولعل خير تسمية وصفية لهذا المصطلح هو التخلفية. وهي نزعة المادة الممغنطة إلى البقاء في حالة مغناطيسية (المترجم).

كلّما زاد الحقل المطبق شيئاً فشيئاً، نمت المغنطة حتى تصل إلى قيمة التشبُّع (Saturation Value)، التي يرمز لها بـ M_S والتي تعتبر مستقلة عن الحقل. وحينما يعاد الحقل مرةً أخرى لنقطة الصفر، تبقى قيمة M_R التي تمثل المغنطة المتبقية (Remnant Magnetization) الباقية في الحقل، وإذا ما انخفض الحقل لاحقاً لحد ما يسمى بـ TRM(*) – بالإكراه – تكون قيمته H_C لإزالة المغنطة المتبقية. وهذا ما يدعى بـ دارة لولبية التباطؤ (Hysteresis Loop)، الذي يمكن تخطيط حركته كما لو أن B تتضاد مع H.



الشكل 3.12: دارة لولبية التباطؤ.

مثل هذه الاستمرارية الانقيادية للمغناطيسية لا يمكن تفسيرها من خلال القوى المغناطيسية فحسب، لكونها عادة ما تكون أصغر بكثير من المُعامِل kT، وفي الحقيقة يمكن إهمال هذه القوى. ولغرض فهم هذا لا بد لنا من الانتقال إلى مسألة أكبر من ذلك بكثير وهي مسألة التفاعل الإلكتروستاتيكي (مسألة رقم 2.12)، وميكانيكيات الكمّ.

ولعلنا نبدأ مع أبسط نموذج ممكن للوسط الصلب، نبدأ مع نواتين وإلكترونين. ورغم أن ذلك في الحقيقة لا يمثل إلا جزيئة هيدروجين، إلا أنه كافٍ للتعريف في أصل المغنطة الحديدية.

(*) وهي مختصر لكلمة (Thermoremanent) التي تعني أنه عندما تبرد الصخور البركانية تكتسب مغنطة من المجال الأرضي. ويمكن أن تكون القيمة المغناطيسية لهذا المجال أكبر بكثير مما يمكن أن يكون إذا تعرضت إلى نفس المجال في درجة حرارة الغرفة، كما يمكن لهذه المغناطيسية أيضاً أن تكون مستقرة جداً ودائمة دون تغيير كبير لملايين السنين (المترجم).

نسمي النواتين a وb، والإلكترونين 1 و2. فلو عزلنا إحدى النوايتين، لنقل الإلكترون 1 يحوم حول النواة a، ولنفترض أن النواة ضخمة بحيث لا تتحرك، فإن مُعامِل هاملتون(*) (Hamiltonian) هو:

$$H_a = \frac{p_1^2}{2m} - \frac{e^2}{r_{1a}} \quad (25.12)$$

حيث r_{1a} تمثل المسافة ما بين الإلكترون 1 والنواة a. ومفترضين أن $\varphi_a(\vec{x}_1)$ تُمثل أدنى دالة ذاتية (Eigenfunction) لتطبيق هاملتون.

لنضع الآن الذرتين متقاربتين معاً، سنجد أن الطاقة الذاتية للإلكترون الأحادي لن تكون طاقة ذاتية لـمشترك هامليتون بين الذرتين، ولكن يمكننا استخدامها على أساس قاعدة لبناء تلك العملية. فتلك الدالات للموجات المشتركة $\psi(1,2)$ يجب أن تجد حلاً لاثنين من المعوقات. وذلك لكون الجسيمات الكمّية لا يمكن تمييزها، كما يستوجب عدم تغيير القيم، إذا ما تم التبادل بين الجسيمات، وعليه:

$$|\psi(1,2)^2| = |\psi(2,1)^2| \quad (26.12)$$

ولما كانت الإلكترونات هي فيرمونات(**)، فإن دالة الموجة يجب أن تكون غير متماثلة، فتتغير العلامة إذا ما استبدل الإلكترونان مكانهما:

$$\psi(1,2) = -\psi(2,1) \quad (27.12)$$

(*) وهو مُعامِل اكتشفه العالم الرياضياتي البريطاني السير وليام روان هاملتون (Sir William Rowan Hamilton) عام 1883، حيث يدل هذا المُعامِل على المفاهيم المستخدمة في وصف الموجات الميكانيكية للجسيمات، وطبقه على وظائف مميزة في مجال البصريات والميكانيكا النيوتونية، مما أدى إلى ولادة علم جديد في القرن العشرين يُدعى الآن بـ الشكلية الهاملتونية الميكانيكية نسبة له (المترجم).

(**) الفيرمون يمكن أن يكون جسيمات أولية مثل الإلكترون، ويمكن أن يكون جسيمات مركبة مثل البروتون. ووفقاً لنظرية الدوران الحلزوني الإحصائية، فإنه في أي نظرية مجال كمّي نسبية معقولة، إن الجسيمات التي تدور دوراناً حلزونياً بعدد صحيح هي بوزونات، في حين أن الجزيئات التي تدور حلزونياً بنصف عدد الصحيح هي الفيرمونات (المترجم).

أن ψ لا بد لها من أن توّصف كلاً من الدوران الحلزوني للإلكترون ودرجة مكانية حرية حركة الإلكترونات. الفصل الخامس عشر سيعمل على دراسة الأشكال ذات العلاقة بحالات الدوران الحلزوني لكلا الإلكترونين، وهذه ستكون إما متماثلة أو غير متماثلة، مستندةً لعملية تبادل الجسيمات. وهو ما يعني، أن تطابق مكانية دالات الموجة لا بد من أن يكون إما متماثلاً أو غير متماثل، وذلك للحفاظ على التناظر المضاد العام. ويمكننا بناء مثل هذه الحالات من خلال الطاقة الذاتية لإلكتروننا الأُحادي وذلك من خلال دمجهما مع بعض لتصبح المعادلة:

$$\psi(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = \varphi_a(\overrightarrow{x_1})\varphi_b(\overrightarrow{x_2}) \pm \varphi_a(\overrightarrow{x_2})\,\varphi_b(\overrightarrow{x_1}) \qquad (28.12)$$

فإشارة الإيجاب تذهب مع التماثل المضاد لحالة الدوران الحلزوني، وإشارة السلب تذهب مع تماثل حالة الدوران الحلزوني. وهذه لن تكون بأي حال طاقة ذاتية لمشتركات هاملتون، إلا أنها ستكون تقديراً جدياً لكون الذرتين ستبدأان بالتقارب لتصبحا مع بعضهما، وتكوّنا جزءاً من أساس من مجموعة كاملة لتوسيع الحل العشوائي.

مُعامِل هاملتون لنظام مشترك سيصبح:

$$H = \underbrace{\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} - \frac{e^2}{r_{1a}} - \frac{e^2}{r_{2b}}}_{H_0} + \underbrace{\frac{e^2}{r_{ab}} + \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{1b}} - \frac{e^2}{r_{2a}}}_{H_{int}} \qquad (29.12)$$

حيث إن H_0 يمثل مجموع المُعامِل الهاملتوني للذرات الفردية، التي تمتلك حالات ذاتية لإلكترون أُحادي، في حين تُمثل H_{int} تفاعل المُعامِل الهاملتوني الذي ينشأ من استجلاب الذرتين معاً. وعليه فالطاقة H_{int} المقترنة H_0 بالتفاعل هي $E_{int} = \langle\psi|H_{int}|\psi\rangle$. فإذا قومنا هذه الطاقة نسبة إلى أساسيّتنا لدالة الموجة فستكون:

يمثل الحد الأول من المعادلة (30.12) تكامل التداخل (Overlap Integral)، في حين يمثل الحد الثاني من المعادلة ذاتها تكامل التبادل (Exchange Integral). وهنا نجد النقطة الأساسية: إن أفضلية الدوران الحلزوني الموجه سوف يكون واحدة من العوامل لتقليل المساهمة من تكامل التبادل. والتوجه النسبي لدورات الإلكترون الحلزونية ستحدد التماثل (التناظر) لدالة موجة الدوران الحلزوني.

$$E_{int} = \langle \psi | H_{int} | \psi \rangle \tag{30.12}$$

$$= \iint \psi^* \left(\frac{e^2}{r_{ab}} + \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{1b}} - \frac{e^2}{r_{2a}} \right) \psi \, d\vec{x}_1 \, d\vec{x}_2$$

$$= 2 \iint |\varphi_a(\vec{x}_1)|^2 |\varphi_b(\vec{x}_2)|^2 \left(\frac{e^2}{r_{ab}} + \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{1b}} - \frac{e^2}{r_{2a}} \right) d\vec{x}_1 \, d\vec{x}_2$$

$$\pm 2 \iint \varphi_a^*(\vec{x}_1) \varphi_b^*(\vec{x}_2) \varphi_a(\vec{x}_2) \varphi_b(\vec{x}_1) \left(\frac{e^2}{r_{ab}} + \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{1b}} - \frac{e^2}{r_{2a}} \right) \psi \, d\vec{x}_1 \, d\vec{x}_2$$

$$= E_{overlap} \pm E_{exchange}$$

وفي المقابل، فإن تلك العملية تؤدي إلى تقييد دالة الموجة المكانية إما بالتماثل أو بالتماثل المضاد، وتحدد إشارة تكامل التبادل. فهذا التكامل هو دالة للقوى الإلكتروستاتيكية، تعيّن مقياس الطاقة بواقع أكبر بكثير من القوى المغناطيسية المرتبطة مع ما يتطلبه الدوران الحلزوني. وهذه هي طريقة التفاعلات الإلكتروستاتيكية التي تؤدي إلى استقرار الطلب المغناطيسي.

إن تكامل التبادل ما هو في الحقيقة إلا مظهر من مظاهر مبدأ استبعاد باولي (Pauli Exclusion Principle) للإلكترونات. والتي تنص على أنه لا يمكن للإلكترونات أن تكون على نفس الحالة، مما قد يؤدي إلى حدوث قوة فعّالة بين الإلكترونات. وعلى الرغم من أن أصل مبدأ استبعاد باولي يكمن في أسس التماثل في ميكانيكا الكمّ، إلا أن الآثار المترتبة عليه ما هي إلا تفاعل حقيقي كبير. فبالنسبة لنصف دورة من الدوران الحلزوني، سنلاحظ في الفصل الخامس عشر أن الضرب القياسي (Dot Product) $\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$ للدورانين الحلزونيين $\vec{s}_1$ و $\vec{s}_2$ يمكن أن يمتلك قيماً ذاتية لـ $-3/4$ بالنسبة للتمثال المضاد لحالة الدوران الحلزوني أو $+1/4$ بالنسبة إلى حالة التماثل. ومن خلال تكامل التبادل، ترتبط تلك الحالات للدوران الحلزوني مع طاقة التداخل $E_{antisymmetric}$ و $E_{symmetric}$. ويمكن وصف هذه العلاقة بين طاقتي التداخل المتماثلة والمضادة للتماثل من خلال الدوران الحلزوني الهاملتوني الفعّال:

$$H_{SPIN} = \frac{1}{4}\left(E_{antisymmetric} + 3\,E_{symmetric}\right) - \left(E_{antisymmetric} - E_{symmetric}\right)\overrightarrow{S_1}\cdot\overrightarrow{S_2} \quad (31.12)$$

لنتحقق من ذلك من خلال اعتبار $\vec{s}_1 . \vec{s}_2 = {}^{-3}/_4 , {}^{+1}/_4$. فلنسقط أي قيد لا يعتمد على الدوران الحلزوني، ونستدعي المُعامِل الأولي وليكن J، ومن ثم لنعمم عمليتنا هذه لتكون أكثر من دورانين حلزونيين، فسوف تُعطينا مُعامِل هايزبرغ هاملتون:

$$H_{spin} = \sum_{i,j} J_{i,j}\, \vec{S}_i \,.\, \vec{S}_j \quad (32.12)$$

وهذا النوع من التفاعل يسمى بـ اقتران J (J Coupling). فإذا كانت J موجبة، كما هي لمواد الحديد (Fe) والكوبل (Co) والنيكل (Ni)، فإن الدورانات الحلزونية ستُشير إلى نفس الاتجاه، معطية طلباً للمغنطة الحديدية.

في حالة ضد- مغناطيسية حديدية في مثل مادة المغنيس (Mn) والكروم (Cr) ستكون طاقة التبادل سلبية، وعليه فإن الدورانات الحلزونية تستبدل التوجه، كما ليس هناك زخم مغناطيسي صافٍ حتى لو كان هناك طلب مغناطيسي طويل المدى. مادة الفيرّيمغناطيسية ما هي إلّا مادة أكسيد السيراميك التي لها زخم مغناطيسي تلقائي، إلّا أنها مادة عازلة جيدة. وينشأ هذا الزخم المغناطيسي بسبب احتواء اقتران مضادات المغنطة الحديدية، ولكن هناك اختراقات دورانية حلزونية شبكية نحو الأعلى والأسفل لديها زخم مغناطيسي مختلف عن بعضها البعض إلا أنها لا تُلغى.

إن معظم مواد الفيرّيمغناطيسية الأكثر شيوعاً مصنوعة من مواد تحتوي على أكاسيد الحديد، وتسمى الحديديات (Ferrites). ولكونها ليست موصلات، ولكونها لا تحجب الحقول الكهربائية، ولا تحتاج إلى تيار حراري معاكس، فهي مفيدة لمجموعة من تطبيقات الموجات الدقيقة، فضلاً عن فائدة توجيه التدفق الإلكتروني في اللفائف السلكية. ومن الأمثلة على ذلك هو مكافئ الموجات الدقيقة (Microwave Equivalent) لدوران فاراداي البصري، الذي يستخدم في تي العجيبة(*) (Magic T) لتوجيه إشارات الموجات

(*) وصلة ربط تستخدم في أنظمة الموجات الدقيقة تتألف من أربعة مستطيلات تعمل كدليل للموجات الدقيقة. وتلتقي هذه المستطيلات الأربعة في تقاطع واحد ثلاثي الأبعاد. وقد تم اكتشاف هذا الجهاز في غضون الحرب العالمية الثانية من قبل و. أ. تيلر (W. A. Tyrell) العامل في مختبر بيل (Bell Lab) الذي أفصح عن نتائج هذا الجهاز في ورقة علمية نُشرت بإيرلندا عام 1947م (المترجم).

الدقيقة باتجاهات مختلفة، تبعاً فيما إذا وصلت هذه الإشارات لمنفذ المخرج أو الإدخال. وهذا بالفعل خرقٌ لظاهرة عكس العملية (عودة الإشارة باتجاه معاكس) الممكنة بسبب كسر انعكاس ثابتية الزمن، نظراً لظهور إشارة الزمن في قانون السرعة الأساسي $\vec{v}\times\vec{B}$. فغالباً ما تكون الكبيلات ملفوفة بأسلاك حديدية، مثل تلك الحبيبات الموجودة في كيبلات شاشة الحاسوب، لإضافة حث لتصفية المكونات العالية التردد غير المرغوب فيها.

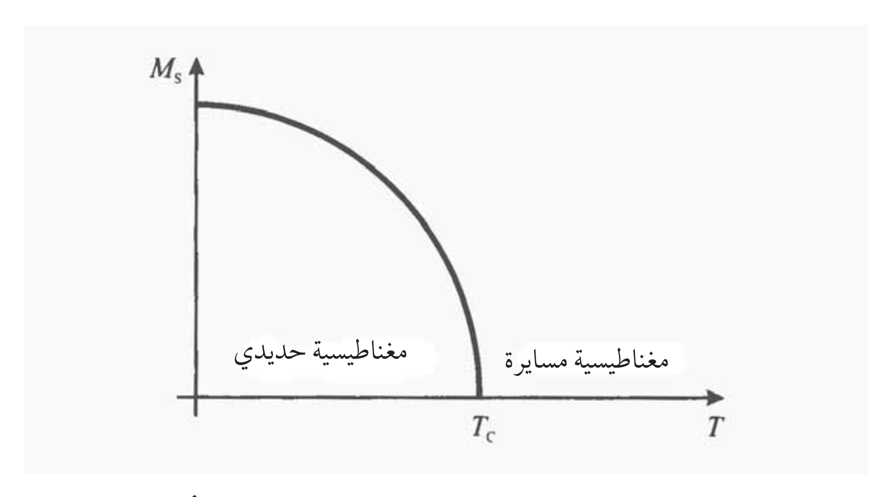
يمكن للمعادلة رقم (32.12) أن نضمنها لتشمل حدود اقتران دوران حلزوني غير متجاورة. فتفاعل التبادل ما بين دالات موجات التداخل في المعادلة (30.12) يطلق عليها اسم التبادل المباشر (Direct Exchange)، ولعله من الممكن أيضاً لتفاعل التبادل أن يمر من خلال العديد من الجسيمات المعيقة. وهذا هو ما يدعى بـ التبادل غير المباشر (Indirect Exchange). ولعل أهم مثال لهذا هو ما يحدث بالفعل في الرنين المغناطيسي النووي (Nuclear magnetic Resonance) (NMR)، حيث تتوسط الإلكترونات الرابطة تفاعل التبادل ما بين نويات (جمع نواة) الذرات (Ernst et al., 1994) والتبادل غير المباشر الذي هو أصل قوة مغناطيسية التربة النادرة (Rare-Earth Magnets) (Buschow, 1991). وعلى الرغم من معرفة القدر الكبير لسلوكية مُعامِل هايزبرغ هاملتون، إلا أن الحساب الكمّي لـ $J_{i,j}$ أبقى حلها من المبادئ الأساسية المعروفة بالمشاكل المفتوحة والمروعة، وذلك لأن التحدي المتمثل في التعامل مع هذه الآثار لأجسام عديدة، مازال بعيداً عن توصيف الإلكترون المستقل بصورة تقريبية (Mattis, 1998).

في درجات الحرارة العالية، تصبح المواد الممغنطة حديدياً مواداً مغنطة مؤقتاً، وذلك عندما تصبح تلك المواد متهيجة حرارياً أكبر من طاقة التبادل. ويلاحظ أن هذا الانتقال حاد، ويصاحبه مغنطة متشبِّعة تتلاشى عند درجة حرارة كوري T_c (شكل 4.12). وبالمثل تصبح المواد المضادة للمغنطة الحديدية ممغنطة بصورة مؤقتة، إذا ما وصلت درجة الحرارة لمستوى أعلى من درجة حرارة ناييل (Néel Temperature). فكلما انخفضت مواد المغنطة حديدياً لمستوى أقل من درجة حرارة كوري، كان الإشباع في المغنطة قد وصل إلى قيمة محدودة حينما يتم محاذاة كل ما في هذه المادة.

المغنطة المتبقية هي ما تبقى من التشبُّع مغناطيسياً بعد إزالة الحقل المطبق. فإذا كان الحقل المغناطيسي المطبق كبيراً، تسمى المادة قاسية وفائدتها تكمن بكونها مثل مغناطيس دائم. أما إذا كان الحقل المغناطيسي المطبق صغيراً، فتُدعى المادة اللينة. مجهرياً، هذه المواد

تختلف عن بعضها البعض في تباين خواصها الذاتية. وذلك لأن الطاقة المخزونة في الحقل المغناطيسي هي الطاقة التي عندما تكون في حدودها الدنيا فيما إذا كان التدفق المغناطيسي على أشده في المناطق العالية النفاذية.

$$E = \frac{1}{2\mu} \int B^2 \ dV \quad (33.12)$$



الشكل 4.12: اعتماد درجة حرارة مغنطة التشبُّع.

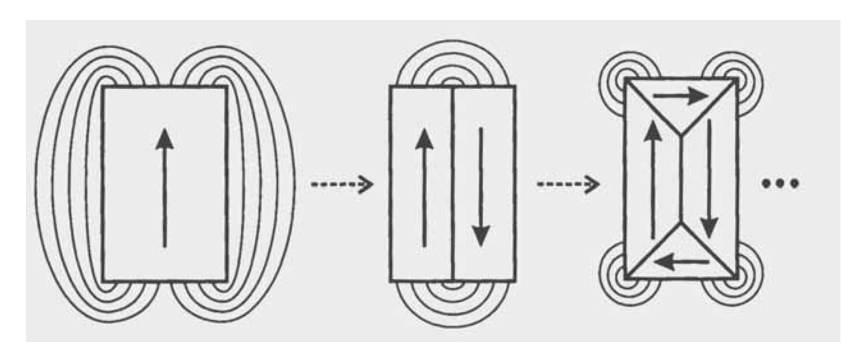
وعليه فالمواد ذات النفاذية العالية تُسحب في الحقل المغناطيسي الذي حولها، وهذا هو ما يفسر هذه الخاصية المسماة بـ النفاذية (Permeability). يمكن استخدام تلك النفاذية لتوجيه الحقل المغناطيسي في التسجيل الرئيسي أو في المحول الأساسي. وحيث هناك تشتت مرتبط مع دارة لولبية التباطؤ (مسألة 5.12)، تُستخدم هذه التطبيقات في المواد المغناطيسية الهشة مع دارة لولبية تباطؤ مغناطيسية ضيقة. وتطبيق هذا قد يكون بشكل خاص صحيح بالنسبة إلى الزجاج المعدني (Metallic Glass) الذي يتكون من خلال التبريد السريع للسبائك المعدنية لمنع نمو الحاجة إلى البلورية. وفي كثير من الأحيان أيضاً تكون طبقات ألواح المواد الأساسية محولات مكونة من صفائح رقيقة، يمكنها أن تقلل من التيار الحراري المعاكس، إذا كانت وضعية تلك الصفائح متعامدةً على اتجاه الإلكترونات المتسارعة بواسطة الحقل المغناطيسي.

يتم بمحاذاة الدورانات الحلزونية للذرات محلياً لتشكيل أنطقة (Domains) عديدة، وذلك بسبب طاقة التبادل الموجدة في المواد الممغنطة حديدياً. إلا أن حجم النطاق هذا

غالباً ما يكون أصغر بكثير من العينة، وذلك بسبب عوامل المنافسة، مثل التأرجح الذي يمكن إعادة توجيهه، وبسبب الطاقة المخزونة في الحقل التي تنتجها الأنطقة. وللنظر في الدراسة الأخيرة وما يحدث للنموذج الذي كان بداية ممغنطاً تجانسياً انظر الشكل (5.12). فهناك طاقة كبيرة مخزونة في التدفق المغناطيسي للإعادة الخارجية، التي يمكن تقليصها بواسطة فصل الدورانات الحلزونية بنطاقين متضادين، وعليه فإن التدفق العائد ليس لديه القدرة على الانتقال بعيداً. كما يمكن تقليص تدفق الإعادة الخارجية بصورة أكبر، بواسطة فصل الدورانات الحلزونية بأربعة أنطقة، وهكذا دواليك. ولا يمكن أن تستمر هذه العملية بصورة غير متناهية، وذلك لأن الحدود ما بين الأنطقة تتطلب بضع مئات من المباعدة الشبكية التي تسمى بـ جدار بلوخ (Bloch Wall) لتغيير الاتجاه. ومن خلال الضرب القياسي، فإن طاقة التبادل تتناسب مع جيب تمام (Cosine) الدوران الحلزوني الموجه نسبياً θ. وللحد من الاختلال الصغير، يمكن لهذه الزاوية أن يتوسع نطاقها فيكون $1-\theta^2$. من هذا يمكننا توسيع الجدار ليكون أكثر من متعدد دوراني حلزوني يتحمل الزيادة الخطية في الطاقة من عدد الدورانات الحلزونية، ولكن هذا يوافر قدراً كبيراً من الطاقة مرفوعاً للأس 2، وذلك من خلال تقليص الزوايا النسبية. وهذه الطاقة ستنتشر خارج الجدار ولحجم محدود من خلال تحبيذ محاذاة الدوران الحلزوني الكوني. وحجم النطاق النهائي هو نتيجة المفاضلة بين جميع تلك الآليات، الأحجام المميزة هي ما بين 1μm إلى 100μm. فـ الفقاعة المغناطيسية (Magnetic Bubble)، نطاقها صغير فهي مجرد دارة لولبية مفردة في جدار بلوخ، ولا يمكن أن تكون الفقاعات المغناطيسية مفيدة إلّا لمرة واحدة لـ ذاكرة غير متلاشية (Non-Volatile Memory)، لكنها محدودة بسبب السرعة المستخدمة لنقلها.

إن كل رحلة حول دارة لولبية للتباطؤ تبدأ مع أكثر الدورانات الحلزونية المشيرة إلى نفس الاتجاه، وذلك لأن بعض درجات الحرارة تجعل بعض الدورانات الحلزونية تشير لاتجاهات مغايرة. ولما كان الحقل الخارجي قد اجتيح، فإن الأنطقة مع الدورانات الحلزونية المشيرة للاتجاهات المعاكسة ستزرع بذرتها وتنمو، لتسيطر في نهاية المطاف على كل العينة. وهذه العملية تستغرق وقتاً، يبدأ من انتقال الحقل سريعاً من دون أن يكون له تأثير يذكر. وبالتالي فإن شكل دارة لولبية التباطؤ ستعتمد أيضاً على مدى سرعة تغير الحقل المغناطيسي، للوصول إلى الحد الذي تكون فيه حالة تغيير الحقل بطيئة. فإذا الحقل لا يمكنه الوصول إلى مرحلة التشبُّع المغناطيسي فإن بعض الأنطقة ستترك تدور حلزونياً بصورة معاكسة. وهذا هو ما يفسر لماذا يؤدي خفض تأرجح الحقل المغناطيسي إلى إزالة

التمغنط (Demagnetize) من العينة. فإذا تفحصنا دارة لولبية التباطؤ بالتفصيل، نجد أن المنحني المستمر هو حقيقة يتكون من خطوات منفصلة عن بعضها البعض تسمى مراحل باركهاوسن (Barkhausen Steps). وهذه تنشأ من القفزات المتقطعة للأنطقة المغناطيسية، عند خطوة واحدة للتغيير في المغنطة التي هي عكس المغنطة.



الشكل 5.12: الأنطقة المغناطيسية التي تخفض عودة تدفق الطاقة.

12.2 التسجيل المغناطيسي

بدأ التسجيل بالوسيطة المغناطيسية عام 1898 مع تسجيل أولي لخطاب فالديمار بولسن(*) (Valdemar Poulsen) على أسلاك الفولاذ باستخدام مغناطيس كهربائي معلق من حامل متحرك ممتد على طول السلك. ومنذُ ذلك الحين تطورت تقنية هذه الوسيلة وتقدمت أنظمة التسجيل بصورة عميقة، ولكن الفكرة الأساسية لم تتغير: اكتب رسالة كما لو كانت ممغنطة بوسيطة مناسبة، ومن ثم اكتشف مغنطتها. وذلك لأنه بسبب التقلبات الحرارية يمكن أن تتحرك أنطقة الجدار، فكل الوسط المغناطيسي سيزيل نفسه في نهاية المطاف، فيما إذا تُرك ضمن درجة حرارة الغرفة. فكما هي كل الوسائط الرقمية هي غير ملائمة لخزن أي أرشيف طويل المدى، إلا إذا كان هناك تصحيح للخطأ بصورة منتظمة.

1.2.12 الوسائط المغناطيسية

تحتوي معظم الوسائط المغناطيسية على جسيمات حديدية في غلافها. ولإعطاء منحني تباطؤ أكثر استقراراً وحدةً لا بد من اختيار جسيمات صغيرة بصورة كافية (~1µm)،

(*) مهندس دنماركي مولد في كوبنهاغن (1869–1942) طور ما يعرف بمسجل السلك المغناطيسي عام 1899 بعد أن جربه طوال عام 1898م (المترجم).

بحيث لا يمكنها أن تدعم أي جدار نطاق عرضي. إن أقدم المواد المستخدمة، والتي مازالت تعتبر من المواد الأكثر شيوعاً هي كاما أكسيد الحديد Gamma Ferric Oxide Y) (Fe203-. هذه الأكاسيد تمتلك [*] 300 Oe مقاومة للمغناطيسية وتصل فيه درجة حرارة كوري 600 ^{o}C، رغم أنه يخضع لمرحلة انتقالية عند درجة حرارة 400 ^{o}C. وقد أصبح ثاني أكسيد الكروم ($Chromium\ dioxide\ CrO_2$) أكثر شعبية بالنسبة للتسجيل التماثلي، ولكونه يحتوي في أقصى حالاته على 450Oe من مقاومة المغناطيسية، ولكن على حساب درجة حرار كوري التي تتقلص فيه لتصل إلى 128 ^{o}C فحسب. ولعل أكثر المقاومات المغناطيسية تحدث في $BaFe_{12}O_{19}$ عند ما يقارب 6000 Oe~، مما يجعلها مغناطيسية مفيدة في بطاقة الائتمان. والواقع أن هذه المقاومة المغناطيسية كبيرة جداً للاستفادة منها في التسجيل. كما أن المادة الوسيطية Co-Ti تضاف لتقليص المقاومة المغناطيسية عند حدود 1000 Oe~. ويمكن إضافة مواد أخرى لتحسين الخصائص الميكانيكية للوسائط، مثل جسيمات السيراميك التي تساعد على الحماية من تهشيم القرص الممغنط (تم اكتشاف ذلك بالصدفة من خلال استخدام مادة السيراميك في طحن مسحوق أكسيد الحديد في طاحونة كرة[**] (Ball Mill)).

يُصنع الشريط المغناطيسي عن طريق تشتيت الحديديات في المذيب وربطها ونشرها على شكل جزيئات، عموماً على شكل بوليستر[***] (Polyester)، مثل ميلار[****] (Mylar)، الذي هو 1~ بسمك ملم (0.001 inch, 25.4μm). يتم تطبيق حقل مغناطيسي قوي لتوجيه الجسيمات على طول محور الشريط، ويجفف المذيب حرارياً، ومن ثم يتم ضغط الشريط وصقله بين البكرات. وتصنع الأقراص المرنة (Floppy Disks) بطريقة مشابهة باستثناء أن الجسيمات في الأقراص المرنة تتسق بشكل عشوائي، مما يؤدي إلى مغنطة أصغر لما تبقى وبترتيب من 1000 G بدلاً من 1500 G. وباستخدام هذه التقنية تمّت تغطية حوالي 2000 ميل مربع من وسائط الإعلام المسجلة في عام 1990.

(*) Oe هي مختصر لكلمة (Oersted) وحدة قياس لقوة المجال المغناطيسي أي ما يعادل 79.58 أمبير لكل متر (المترجم).

(**) نوع من الطواحين المستخدمة لطحن المواد المعدنية إلى مسحوق ناعم للغاية لاستخدامها في عمليات التلبيس المعدنية، والدهانات والألعاب النارية، والسيراميك وانتقائية التكلس في الليزر (المترجم).

(***) وفئة من البوليميرات التي تحتوي على مجموعة وظيفية إستر (Ester) في سلسلة الرئيسية. والإستر مركب كيميائي مشتق من حمض (العضوية أو غير العضوية) الذي يتم استبداله بـ OH (الهيدروكسيل) بشكل مجموعة واحدة على الأقل من قبل مجموعة O (المترجم).

(****) وكثيراً ما يستخدم ميلار للإشارة عامة إلى فيلم البوليستر أو ورقة من البلاستيك. ومع ذلك هي علامة تجارية مسجلة مملوكة لشركة دوبونت تيجن (Dupont Tejjin) من منتجاتها ورقة البلاستيك المصنوعة من البولي إيثيلين تيريفثاليت (Polyethylene Terephthalate) الراتنج (المترجم).

لقد استبدلت الأقراص الصلبة (Hard Disks) الأكثر تطوراً بهذه العملية، بعملية الترسب الفراغي (Vacuum Deposition) للغشاء المغناطيسي الرقيق مثل كوبلت كروم (Cobalt-Chrome) (CoCr) أو كوبلت نيكل (Cobalt-Nickel) (CoNi). فالغشاء الرقيق المكون من 500 Å تتحقق فيه مقاومة مغناطيسية بواقع 1000 Oe، فعندما توضع في الزجاج أو تحول إلى ماس فإن الطبقة السفلية يمكن أن تكون مسطحة وناعمة بما فيه الكفاية لتسمح للطبقات العليا لأن تكون متقاربة للغاية. والغشاء المغناطيسي الرقيق يمتلك أيضاً خاصية الاستفادة من منحنيات التباطؤ التي هي غالباً ما تكون على شكل مستطيلات، وعليه فإن الانتقال ما بين التوجهات يكون حاداً جداً. هناك تحسينات إضافية على تلك الوسائط التي تأتي من التنميط الحجري لإزالة طاقة التفاعل ما بين البِتّات المتجاورة، كخزن البِتّ مع التوجه العمودي للنطاق وجعلهم حزمة أكثر تقارباً (Bertran et al. 1998; Todorovic et al. 1999). وقد أدت هذه التحسينات إلى إعطائنا تسجيلاً مغناطيسياً أكثر كثافة من $10\ Gbit/in^2$، مما شكل تحدياً كبيراً لترك التخزين الضوئي المحدود.

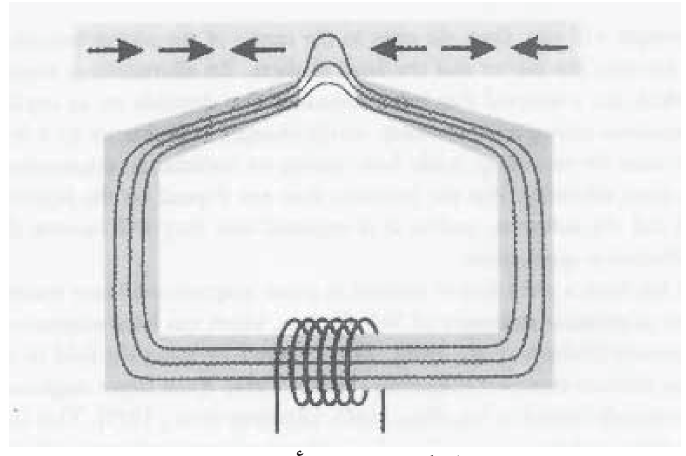
12.2.2 التسجيل المغناطيسي

تحتوي رؤوس التسجيل الأكثر شيوعاً على مؤشر لتغيير الاتجاه حول دارة لولبية من مادة مغناطيسية لينة قابلة للاختراق مثل برمالوي (Permalloy) ($Ni_{78}Fe_{22}$)، التي تمتلك نفاذية تصل لأكثر من 10^5~. وهذه النفاذية المغناطيسية الكبيرة يمكنها قيادة الحقل إلى الثغرة التي تنتج هامش الحقل المستخدم للقراءة والكتابة (الشكل 6.12). ففي الرأس المتعدد الطبقات (Laminated Head Sheets) من البرمالوي يكون سمك الطبقة ملم واحداً ومضغوطاً. وهذا يساعد على حصر التدفق المغناطيسي مع الرأس، بسبب التكلفة العالية للتنقل ما بين الصفائح، ولتقليص الخسارة في التيار المعاكس. ومن ثم تُصقل الفجوة وتملأ على سبيل المثال بالزجاج.

إذا كانت الإشارات التماثلية قد سُجلت وتم تطبيقها مباشرة في رأس الكتابة، فإن التسجيل يمكن أن يكون بائساً جداً وذلك بسبب التباطؤ في الوسائط. ويمكن معالجة ذلك من خلال إضافة إشارة الانحياز العالية التردد (High-Frequency Bias Signal)، التي غالباً ما تكون في مدى 100-400 kHz مع رفع السعة بواقع 10~ أكثر من الإشارة المطلوبة. فالإنحياز يعمل على أخذ الوسائط بصورة سريعة حول دارة لولبية التباطؤ. ومع عدم وجود إشارة كتابة، فإن ما يحدث في هذه العملية لا يتعدى التأرجح بين التشبُّع المغناطيسي. على أية حال، عندما تُضاف إشارة الكتابة، فإن جهة واحدة من الدورة ستكون أقل مغناطيسيةً من الجهة الأخرى، وسيكون اكتشاف هذا الفرق غرابة خطية طالما لا تكون إشارة الكتابة كبيرة جداً. وإن انحياز التردد العالي تتم إزالته عندما

يكون التسجيل بوضع قراءة لأنه بعيد جداً عن نطاق البث لإلكترونات القراءة.

برمالوي هي مادة لينة ميكانيكياً، تعاني رؤوسها من التآكل وضعف السيطرة على الأبعاد. فالرؤوس التي هي أكثر دواماً، مثل تلك التي نحتاجها لتسجيل الفيديو، هي وسائط حديدية مع طبقات من ثاني أكسيد السيليكون SiO_2 تنمو عند الواجهة لتقديم الفجوة. ولعل أدق الرؤوس هي تلك المصنوعة من رواسب الطبقات الرقيقة على الطبقات السفلية من البرمالوي، طبقة من اللفائف النحاسية، طبقة برمالوي عليا، ومن ثم طبقة فوقية من ثاني أكسيد السيليكون SiO_2، وتستخدم هذه الأقراص في جهاز الكمبيوتر العالي الكثافة جداً.

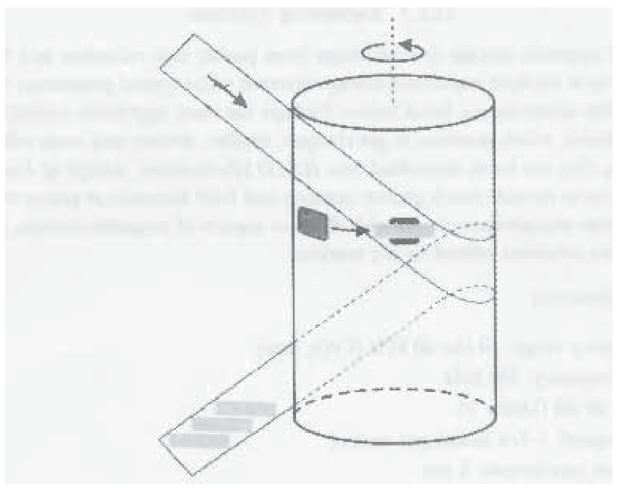


الشكل 6.12: رأس تسجيل محثي.

تتطلب أشرطة الفيديو وأجهزة الصوت الرقمية ترددات عالية، 10 MHz~. وحتى لو كان بإمكان إلكترونات القراءة والكتابة أن تعمل عند هذه الترددات، فإن الطول الموجي المقابل للتسجيل على الشريط سيكون قصيراً جداً لمتابعة الدوران الحلزوني. ولحل هذه المشكلة، طورت شركة أمبكس (Ampex Corporation) حوالى عام 1956 طريقة لتحريك الرأس نسبة إلى الأشرطة، لذلك ستكون السرعة بين الرأس والشريط عالية جداً. ويمكن أن تتم هذه العملية الآن بالتزامن مع المسح الحلزوني (Helical Scanning)، كما هو مبين في الشكل (7.12).

الرؤوس التي تمت مناقشتها مسبقاً تستخدم اللفائف الحثية لالتقاط الإشارة. وكان حجم المنطقة التي تتناقص فيها الكتابة التي من الضروري استخدامها أكثر قد بلغت حدّها من الضرورة استخدامها أكثر، فيكون هناك المزيد من التناوب في اللفائف للحفاظ

على قوة إشارة كافية، ولكن هذه العملية ستزيد من الحث، والتباطؤ عند استجابة الرأس. كما أنه، ولسرعة ثابتة فإن قوة الإشارة ستتغير من الحاشية إلى مركز السطح لأن نسبية السرعة ما بين السطح والرأس ستتغير. البديل هو رؤوس مقاومة مغناطيسي (Magnetoresistive Heads)، التي يمكن أن تستخدم مواداً تمتلك مقاومة تعتمد على الحقل المغناطيسي المطبق. فالمثال الأكثر شيوعاً هو البرمالوي، الذي يغير مقاومته بواسطة نسبة مئوية قليلة في الحقل المستخدم للتسجيل. وبصرف النظر عن عدم وجود الحث، فإن الرؤوس المقاومة المغناطيسية تمتلك خاصية كبيرة هي أن الاستجابة لا تعتمد على السرعة النسبية للرأس والطبقة السفلية، وهكذا فمن المتوقع أنه، سوف تصبح التطبيقات العالية الأداء هي المهيمنة.



الشكل 7.12: مسارات مكتوبة بواسطة مسجل مغناطيسي حلزوني المسح.

هناك قدرٌ كبيرٌ من الاهتمام في مواد المقاومة المغناطيسية العملاقة (Giant Magnetoresistance)، مثل المواد المتعددة الطبقات أو الهياكل الحبيبية (Granular Structures) لـ NiFeCo/Cu، التي يمكنها أن تمتلك مغناطيسية مقاومة عملاقة تصل عشرات النسبة المئوية (Baibich et al., 1988). حيث تعمل هذه الطريقة باستخدام حقل مغناطيسي لتعديل خصائص نقل الإلكترون التي تعتمد على الدوران الحلزوني (Parkin, 1994). ويمكن مشاهدة المقاومة المغناطيسية الكبيرة في المواد المنتسبة إلى $La_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$ (Ramirez et al., 1997). وهذا التغير يمكن أن يكون 100٪ أو أكثر، وعليه لا بد من أن تسمى بـ مقاومة مغناطيسيّة هائلة (Colossal Magnetoresistance) بالطبع.

3.2.12 أنظمة التسجيل

تتراوح أنظمة التخزين المغناطيسية التجارية ما بين الشريط المسجل الجيبي ونوعية بطاقة الذاكرة الخاصة بالحاسوب الشخصي للرابطة الدولية (Personal Computer Memory Card International Association) (PCMCIA) ذات الأقراص الصلبة تصل سعتها تيرابايت في أنظمة التخزين المركزي، وبعض العوامل النموذجية على سبيل المثال تلك العابرة لهذا الطيف مدرجة أدناه. ولربما كان القياس الأكثر إقداماً في محركات الأقراص الخاصة بالحاسوب الشخصي، هي مازلت تنحصر في الحصول على حاسوب أرخص، وأصغر حجماً، وأكثر كثافة، وأكثر موثوقية. وبسبب ذلك، يتم تجميعها في أنظمة (مصفوفة التعدد للأقراص المستقلة (Redundant Arrays of Inexpensive Disks (RAID)) لتوفير قدرات أكبر بكثير، حيث يكون خطأ التسامح بأسعار أقل بكثير من أسعار أنظمة الخزن التقليدية الكبيرة. وكما هو في كل الجوانب الأخرى ذات العلاقة بالتخزين المغناطيسي، لعله من الصعب الفوز بحلول ناضجة ومصقولة من خلال الأسواق الكبيرة.

شريط تسجيل صوتي (كاسيت)

- نطاق التردد: 20 Hz- 20kHz (شريط CrO_2).
- تردد انحيازي: 100 kHz.
- SNR: 80 dB (Dolby S) .
- سرعة الشريط: 1-7/8 inche/s في الثانية.
- أقصر طول موجي: 2µm.

شريط فيديو (VHS-SP)

- سرعة الشريط: 1-5/16 inche/s في الثانية.
- عرض الشريط: 0.5 أنج.
- مسار الملعب: 58 µm.
- مسار الزاوية من الأفق: 6^o

- قطر الأسطوانة: 2.45 أنج.
- معد دوران الأسطوانة: 1800 دورة في الدقيقة.
- إضاءة التحوير: 3.4–4.4 MHz (FM).
- SNR: 42 dB.
- سرعة الرأس النسبية: 220 inche/s في الثانية.
- أقصر طول موجي: 1 µm.

قرص مرن (3.5 in HD)

- تنسيق القدرات: 1.44 MB.
- معدل نقل البيانات: 500 كيلوبِتّ في الثانية
- كثافة بِتّ: 17434 بِتّ لكل أنج
- كثافة المسار: 135 المسارات لكل أنج
- معدل دوران: 300 دورة في الدقيقة الواحدة

القرص الصلب (IBM Ultrastar 72ZX)

- حجم القرص: 3.5 أنج.
- عدد الأقراص: 11.
- عدد من الرؤوس: 22.
- القدرة: 73.4 GBytes.
- كثافة بِتّ: 352000 بِتّ لكلّ أنج.
- كثافة المسار: 20000 مسار لكلّ أنج.
- معدل دوران: 10000 دورة في الدقيقة الواحدة.

- معدل نقل: MByte 160 في الثانية.
- معدل نقل الوسائط: Mbit 473 في الثانية.
- كثافة التخزين: Gbit 7 لكل inche/s مربع.

3.12 مراجع مختارة

[Hummel, 1993] Hummel, Rolf E. (1993). *Electronic Properties of Materials*. 2nd edn. Berlin: Springer-Verlag.

مقدمة تطبيقية لمغناطيسية (وكذلك أنواع عديدة أخرى لـ) خصائص المواد.

[Mattis, 1988] Mattis, Daniel C. (1988). *The Theory of Magnetism I: Statics and Dynamic*. New York: Springer-Verlag.

نظرية ميكانيكا الكمّ المغناطيسية.

[Mee & Daniel 1996] Mee, C. Denis & Daniel, Eric D. (eds). (1996). *Magnetic Storage Handbook*. 2nd edn. New York: McGraw-Hill.

[Mallinson, 1993] Mallinson, John C. (1993). *The Foundations of Magnetic Recording*. 2nd edn. Boston: Academic Press.

ويغطي هذان الكتابان اثنين من التفاصيل الخاصة بأنظمة التخزين المغناطيسية العملية.

4.12 مسائل

(1.12) (أ) قدر قابلية النفاذية المغناطيسية المضاعفة لنموذج صلب.

(ب) باستخدام ذلك، قدر القوة اللازمة للحقل المغناطيسي لماسك مغناطيسي شوكي، على افتراض أن مُعامِل التدرج ينخفض للصفر عبر الشوكة. عبر عن جوابك بمقياس teslas.

(2.12) قدر حجم طاقة التفاعل المغناطيسية المباشرة ما بين اثنين من الإلكترونات

الحرة في صلب، ثم قارن هذا الحجم بطاقة التفاعل الكهربائي للإلكترونين. تذكر أن الحقل المغناطيسي الثنائي القطب $\vec{m}$ هو:

(34.12)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\hat{x}(\hat{x}..\vec{m}) - \vec{m}}{|\vec{x}|^3}\right]$$

(3.12) باستخدام المعادلة الخاصة بالطاقة في الحقل المغناطيسي، وضح لماذا:

(أ) ينجذب المغناطيس الدائم إلى المغناطيس الحديدي غير الممغنط.

(ب) ينجذب قطبا نقيض مغناطيس دائم إلى بعضهما بعضاً.

(4.12) قدر مغنطة التشبُّع للحديد عند 0 K.

(12.5) (أ) وضح أن منطقة مغلقة في دارة لولبية التباطؤ في في المستوى (B, H) تساوي تبدد الطاقة عند الدوران حول الدارة اللولبية.

(ب) قدر قوة التبدد، إذا تم تدوير كغم من الحديد خلال دارة لولبية للتباطؤ عند 60 Hz، قوة مقاومة الحديد $4 \times 10^3 \; A/_m$.

(6.12) بصورة تقريبية، ما هو التيار المطلوب في السلم المستقيم ليكون قادراً على مسح تسجيل $\gamma - Fe_2O_3$ على مسافة سنتيمتر واحد.

(7.12) على افتراض أن التسجيل الرقمي مع حجم البِتّ يكون مساوياً لأقصر طول موجي يتم تسجيله في المتوسط، كمّ يحتاج شريط الفيديو لتخزين: 1 Gbyte? 1 Tbyte?

الفصل الثالث عشر

القياس والترميز

لما كان عدد الإلكترونات أو الفوتونات المستخدمة لتمثيل البِتّ قد أصبح صغيراً بما يكفي ويمكن عدّها بسهولة مطلقة، فلا بد من توافر وسيلة أكثر تطوراً لقياسها. وعليه يجب فصل الإشارات الضعيفة من الخلفيات القوية، باستخدام أجهزة يمكنها تشكيل مجموعة من القيود على كيفية استخدامها أو عدم استخدامها. لعل الشيء الوحيد المؤكد هو أن الأخطاء التي ستحدث ستكون مفيدة. كما يجب على النظام أن يكون ذا قابلية استباقية للكشف وتصحيح الأخطاء. إن كل ذلك لا بد بالطبع أن يتم بسعر منخفض وبسرعة عالية وبكثافة كبيرة... إلخ.

سندرس في هذا الفصل مجموعة من التقنيات لمعالجة هذه المشاكل، التي قد تبدأ مع الآلات المنخفضة المستوى التي يمكنها قياس الإشارة، ومن ثم نتحول إلى دراسة التحوير على المستوى المتوسط المستخدم لكشف الإشارة، وننتهي مع المستوى العالي المعني بالترميز الذي يمثل معلومة الإشارة. ومن الأمثلة الصارخة التي تظهر وتساعد على حدٍ سواء على تطوير هذه الأفكار هي الاتصالات مع مجسات الفضاء البعيد. فهي قد تُبحر أكثر فأكثر خارج عمق النظام الشمسي، على أن المعدل الذي يمكن من خلاله إرسال بيانات إلى الأرض يبقى بصورة تقديرية ثابت، وذلك لتناقص قوة الإشارة التي تقابلها بواسطة زيادة كفاءة الاتصالات المتسببة باستخدام هوائيات أكبر، مع حساسية إلكترونية أكثر ومقارنة أفضل وتصحيح الخطأ (Posner & Stevens, 1984).

قد تبدو هذه الموضوعات الهامة من الأمور الدنيوية العادية الخاصة بالتفاصيل

الهندسية، وصعوبتها تستحق النظر في كتاب فيزياء. ولعل ذلك غير صحيح على ثلاثة أصعدة. **أولاً**، أنه من دون هذه التفاصيل الهندسية، تكون كل فكرة مادية ذكية في العالم غير قادرة على التأثير على أي شيء، وعليه فإن تلك التفاصيل الهندسية توافر السياق لفهم كيفية تطوير الأجهزة. **ثانياً**، هذه التفاصيل، تخلق أو تنهي العمل بالأنظمة التطبيقية، محولة المحددات الفيزيائية الأساسية إلى قيود تصميمات هندسية. وأخيراً، هناك في الواقع صلات عميقة جداً بين هذه الأفكار وطبيعة القانون الفيزيائي. سنرى أنه كلما تمكنا من فهم الهندسية والطبيعة بصورة أفضل وأفضل، كنا أقل قدرةً، وأقل إحساساً على التمييز ما بين القوانيين الفيزيائية التي تحكم النظام وبين المعلومات المتمثلة فيها. فالآليات الفيزيائية الجديدة مثل منطق الكمّ (الفصل الخامس عشر) تقدم بدائل واعدة، وتحسينات جمة للتطبيقات الحالية الموصوفة في هذا الكتاب.

القياسات 1.13

المضّخمات 1.1.13

عادةً ما يتطلب قياس إشارة ما مزيجاً من التضخيم والتصفية. فالعمود الفقري لمعالجة الإشارات التماثلية هو مضخّم عمليّاتي (Operational Amplifier) (op-amp)، وتقريباً يكون مكبّر الصوت المثالي متنوعاً بشكل ملحوظ. فالمضخّم العمليّاتي متوافر مع مدخلات الضوضاء من أوطئها ضجيجاً إلى $nV/\sqrt{Hz}$، ومخرجات طاقة تصل إلى عدة كيلوات من الواط، وبأسعارٍ تتراوح ما بين عدة سنتات أميركية ولغاية مئات الدولارات الأميركية.

الفكرة الرئيسية التي أدت إلى تطوير المضخّم العمليّاتي هي أنه في الوقت الذي كان من الصعب فيه بناء مكبّر للصوت بمواصفات معينة، كان بالإمكان الحصول على مكبّر صوت متفاوتِ القدرة يمتلك مكاسب مهولة، تكون خصائصه محددة فقط من خلال شبكة التغذية الراجعة (Feedback Network). علاوة على ذلك، ومنذُ أن تم تحديد العلاقة ما بين المدخلات والمخرجات بواسطة المكونات السلبية في شبكة التغذية الراجعة، بات بإمكان مكبّر الصوت تكبير الصوت تكبيراً خطياً، على الرغم من تطور الترانزيستورات، أو الأنابيب المفرغة التي ليس بإمكانها تكبير الصوت خطياً (Black, 1934).

يمتلك المضخّم العمليّاتي اثنين من المدخلات، في حين تكون المخرجات فيه ممثلةً

بالفرق بين إشارة الجانب الإيجابي وإشارة الجانب السلبي، مضروباً بالكسب 10^6~. القيمة الحقيقية للكسب، ليست عاملاً موثوقاً به، ولكنها تُعطي اعتباراً للدوائر الكهربائية المبينة في الشكل (1.13). حيث يعمل المضخّم العمليّاتي على قيادة المخرجات بحيث تكون مدخلاتها غير قابلة للانعكاس، ولديها في ذات الوقت إمكانية عكس المدخلات. وفي هذه الحالات تكون الاتصالات غير المعكوسة مرتكزة، وعليه فإن الانعكاس يؤدي فعله كأنه أرض افتراضية (Virtual Ground): هو في الحقيقة غير متصل فعلاً بالأرض، إلّا أنه يتصرف وكأنه مضخّم عمليّاتي له القدرة على توجيه مخرجاته بحيث تتلاءم المدخلات المعكوسة مع الأرضية غير العاكسة للمدخلات.

معظم مخططات المضخّم العمليّاتي ذات مدخلات تيار قليلة، وهو تقريب جيد لافتراض ليس فيه تدفق تيار في المدخلات. ويتطلب ذلك الحصول على إجمالي التيار القادم الداخل والخارج من عقدة الانعكاس في الدائرة الكهربائية الأولى، كما هو موضح في الشكل (1.13)، مضافاً إليها صفر لتعطي العلاقة الآتية:

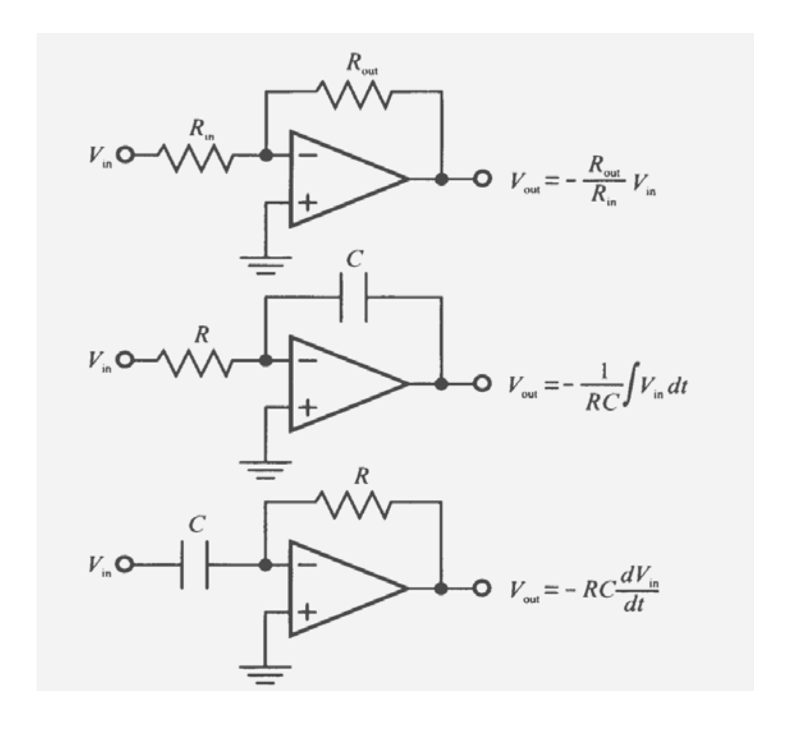
$$\frac{V_{in}-0}{R_{in}}+\frac{V_{out}-0}{R_{out}}=0\Rightarrow V_{out}=-\frac{R_{out}}{R_{in}}\,V_{in} \qquad \textbf{(1.13)}$$

المخرجات المعكوسة نسبة إلى المدخلات تردنا ببساطة من نسبة مقاومتين. التكوينات ذات الصلة تقبل تيار المدخلات أو توفر تياراً للمخرجات (مسألة رقم 1.13)، وتستبدل المقاومة الأولى أو الأخرى بمكثف يمكنه أن يُعطي تكاملاً أو تفاضلاً (شكل 1.13). وهنا لا بد لنا من ملاحظة أنه، في دائرة التكامل العملية عادة ما يضاف إليها مقاومة كبيرة بالتوازي مع سعة التغذية الراجعة، وخلاف ذلك فإن أي خطأ في تعويض جهدٍ صغير في المضخّم العمليّاتي سيؤدي إلى دمجه صعوداً وفي النهاية يقود المخرجات إلى قضبان إمدادات الطاقة (قيوداً).

إن تكامل وتفاضل المضخّم العمليّاتي يُمكّنه من استخدام مرشحات مرور الصوت العالية والمنخفضة، وتمكّنها حتى من حل المعادلات التفاضلية في الحواسيب التماثلية (رغم أن الحواسيب التماثلية عادة ما تحل المعادلات المكتوبة فقط في الحدود التكاملية لأن التفاضل يؤدي إلى زيادة الضجيج في النتائج). فقد كانت ذات أهمية عالية في حل المعادلات التفاضلية حتى خمسينات القرن العشرين، ورغم أنه قد تم استبدالها بالكامل

بالحواسيب الرقمية، إلا أنها مازالت مفيدة عندما تكون هناك حاجة لحلول سريعة ورخيصة ومستمرة.

تحقيق توازن التيارات عند عقدات الانعكاس يبين أن التيار (كما في الشكل (2.13)) يجمع أو يطرح مدخلاته. فتفاضل مكبّر الصوت مفيد بشكل خاص لأجهزة القياس، وذلك بسبب إمكانية استخدامه لقياس الاختلاف الصغير ما بين إشارتين تحتويان على عناصر مشتركة واسعة، مثل نفس التقاطعات الخارجية. ولأن الأداء محدود بسبب مدى قرب القيم المقاومة، فبعناية تتوافر أزواج متماثلة من المقاومة لغرض تفاضل مكبّرات الصوت. وهناك قيود أخرى تتعلق بـ نسبة رفض النمط المشترك Common Mode) Rejection Ratio (CMRR) للمضخّم العمليّاتي، حيث نسبة الاستجابة للاختلاف في مدخلات الإشارة تكون مقسومةً على القيمة المشتركة للإشارة. وهذا ببساطة يمكن أن يكون أعلى من 100 dB.



الشكل 1.13: المضخّم العمليّاتي، وتكامله، وتمايزه.

يتم استبدال المضخّم العمليّاتي المشترك داخلياً بعامل تصفية صوت أحادي القطب

(Gershenfeld, 1999a) لضمان الاستقرار (Millman & Grabel, 1987). ويمكن وصف كسبها كدالة للتردد:

(2.13)

$$G(w) = \frac{G_{ol}}{1 + i\frac{w}{w_{ol}}}$$

حيث G_{ol} تمثل دارة لولبية مفتوحة (Open-Loop) لكسب التيار المستمر من دون أي دائرة كهربائية خارجية للتغذية الراجعة، وتمثل w_{ol} الدارة اللولبية المفتوحة لتصفية الدورانات المتحركة للإلكترونات بالاتجاه الأعلى والأسفل. فالتردد w_l حينما يتم تخفيض الكسب فيه لوحدة ما فمن السهولة أن نجد:

(3.13)

$$l = \left|\frac{G_{ol}}{1 + i\frac{w_l}{w_{ol}}}\right|$$

$$= \frac{G_{ol}}{\sqrt{1 + \frac{w_l^2}{w_{ol}^2}}}$$

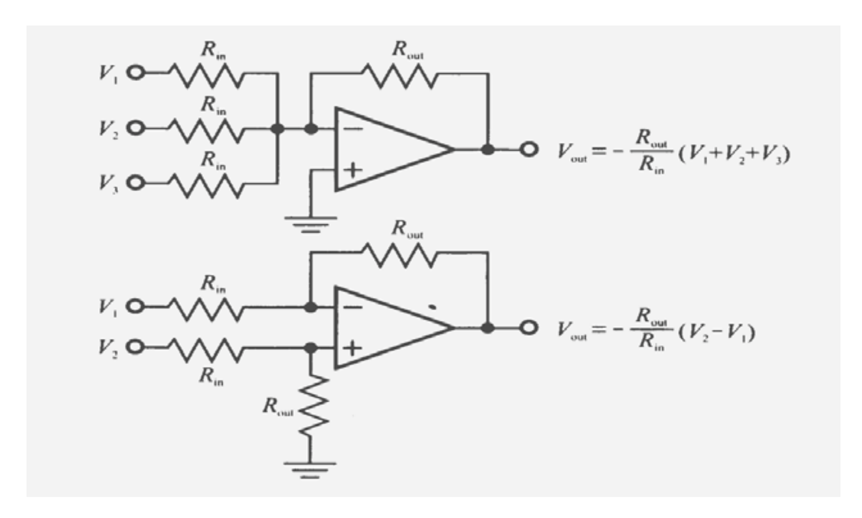
$$w_l^2 = (G_{ol}^2 - 1)w_{ol}^2$$

$$w_l \approx G_{ol}w_{ol}$$

حينما تكون $1 \gg G_{ol}$. وهو ما يجعلنا نستلهم، لماذا يطلق على w_l بـ ضرب الكسب بعرض النطاق (Gain-Bandwidth Product). أنه يحدد أعلى تردد يمكنه تشغيل المضخّم العمليّاتي عنده، إذا تم تخفيض الاستجابة الترددية، إذ من الممكن أن يكون هناك كسب أعلى (المشكلة رقم 2.13).

إن معاوقة المدخلات (Input Impedance) ومعاوقة المخرجات (Output Impedance) لمكبّرات الصوت ذات خصوصيات هامة. فهناك المعاوقة الكهربائية الفاعلة، التي يمكن رؤيتها من خلال مقود الجهاز، أو إنها مقودةٌ بواسطة مكبّر الصوت. كما يجب أن تكون معاوقة المدخلات كبيرة قدر الإمكان بحيث لا يمكن لمكبّر الصوت

تحميل مصدره، ففي ترانزيستور المجال الحقلي[*] (Field-Effect Transistor) (FET) يمكن أن تكون قدرة المضخّم العمليّاتي حوالي $10^{12}\Omega$~، ولكن حينما يكون المضخّم العمليّاتي فيما بين القطبين تكون قدرته صغيرة أقل ما يمكن لتصل إلى $10^{9}\Omega$~. أما بالنسبة إلى معاوقة المخرجات فيجب أن تكون أوطئ ما يمكن، وبعكسه فإن ڤولطية المخرجات ستعتمد على كمّية التيار المسحوب، التي تتراوح كمّيتها النموذجية ما بين ohm أو Kilo-Ohms.



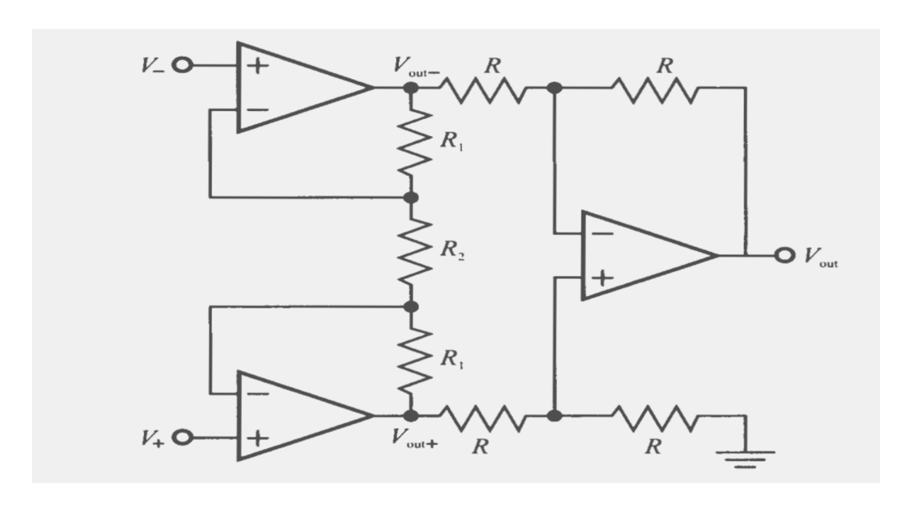
الشكل 2.13: إجمالي مضخم الصوت وتفاضله.

تفاضلية مكبّر الصوت تمتلك اثنين من القيود العملية: الأولى نسبة رفض النمط المشترك (CMRR) التي تعتمد على مدى مطابقة المقاومات، والثانية يجب أن تكون معاوقة المدخلات، التي قد تم تحديدها بواسطة مقاومة المدخلات. فكل مصادر مخرجات المعاوقة العالية جداً يكون التيار المسحوب بواسطة مقاومة المدخلات مرفوض. ولعله يمكن حل هذه المشكلة من خلال استخدام مضخّم قياس صوتي (Instrumentation Amplifier)، المبين في الشكل (3.13).

نلاحظ في هذا الشكل أن المدخلات تذهب بصورة مباشرة إلى مكبّرات الصوت

(*) هو ترانزيستور يستخدم في الحقل الكهربائي للتحكّم في شكل التوصيل ما بين قناة وأخرى من نوع واحد، وهو من الموصلات الحاملات للشحنة في مواد أشباه الموصلات، ولهذا السبب هو معروف بأحاديته القطبية (المترجم).

العازلة، بحيث تكون فيها معاوقة المدخلات، معاوقة (كبيرة) لمدخلات مكبّر الصوت. في حين يتم توصيل المخرجات لدائرة كهربائية مقسم ذكية بحيث يكون مكبّر الصوت هو ناتج الفرق ما بين الإشارات وليس نمط قاسمها المشترك.



الشكل 3.13: مضخم قياس صوتي.

وهذا ما يجعل ذلك ينطبق على تكاملية وحدة كسب مكبّر الصوت، التي يمكنها أن تمتلك دقة في تقليص المقاومات على الرقائق. فتحقيق التوازن بين التيارات الكهربائية عند رؤوس الانعكاس التياري يعطينا الآتي:

$$\frac{V_{out-} - V_-}{R_1} + \frac{V_+ - V_-}{R_2} = 0 \qquad \frac{V_{out+} - V_+}{R_1} + \frac{V_- - V_+}{R_2} = 0 \qquad \textbf{(4.13)}$$

أو

$$V_{out} = \frac{R_1}{R_2}(V_- - V_+) + V_- \qquad V_{out+} = \frac{R_1}{R_2}(V_{\mp} - V_-) + V_+ \qquad \textbf{(5.13)}$$

التغيير المهم في المعادلتين أعلاه هو أن الفرق ما بين المدخلات قد جرى تضخيمه بواسطة $^{R_1}/_{R_2}$، في الوقت الذي يتم فيه تمرير إشارات فردية من خلال الكسب، بحيث يمكن أن تكون هذه الإشارات قد احتوت على نمط من الضوضاء المشترك. وعليه فإن المخرجات من تكاملية المكبّر ستكون

$$V_{out} = V_{out+} - V_{out-} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)(V_+ - V_-) \quad (6.13)$$

لدى تفاضلية المكبّر الحالية وظيفة أسهل بكثير مما سبق، وهي إزالة نمط الضجيج المشترك من فرق الإشارة لمكبّر الصوت الكبير، ومن أول وهلة.

2.1.13 التأريض، والتدريع والأداء

يكون مكبّر الصوت جيداً حين يؤدي عمله فقط. فبينما تؤدي هذه الملاحظة المعقولة إلى تسويق غير معقول لمكبّرات الصوت، بدلاً من كيبلات الباثولوجيا لعشاق الموسيقى السذج، فإن الأمر الصحيح هو أن التغيرات الصغيرة في الأسلاك يمكنها أن تكون ذات تأثير بالغ الأهمية على أداء النظام (الجيد والسيء منها). فالهدف من ذلك هو التأكد على أن تحقيق الفائدة لأكبر قدر ممكن من تحصيل وجهة الإشارة، وأقل قدر ممكن من أي شيء آخر. ولعل المصطلح المناسب والمهذب لهذا المجال هو التوافق الكهرومغناطيسي (Electromagnetic Compatibility)، فلنسأل ونقول: ما أرضية معركتنا في هذا المجال، بحيث يمكن للإلكتروناتنا الصمود أمام نبض كهرومغناطيسي نووي (Hunt & Fisher 1990; Mitchell & George 1998).

على الرغم من أن مبادئ تطبيق الأسلاك الجيدة يمكن أن يُظهر لنا بأنها قريبة جداً من الشعوذة بدلاً من هندسة التصميم، إلا أنها حقيقة مجرد تطبيق لمعادلات ماكسويل. فالنظر في سلسلة الدوائر الكهربائية المبينة في الشكل (4.13) سنجد في الدائرة (أ)، أن المصدر متصل مباشرة بـ النهاية المفردة(*) (Single-Ended) لمكبرّ الصوت، وهو ما سيؤدي لمشكلتين رئيسيتين. المشكلة الأولى، هي أن أيّ ڤولطية متقلبة حول الإشارة ستؤدي إلى إمكانية الاقتران بالسعة، منتجة تداخلاً في الإشارة. أما المشكلة الثانية فهي، أن المصدر ومكبّر الصوت مرتكزان في موقعين مختلفين. كما يجب على التيار أن يتدفق من خلال المسار الذي يربط بين الركائز، وبالتالي فان أي مقاومة هناك ستؤدي إلى التغير النسبي في القدرات غير المتحققة. والأسوء من ذلك أن هذا الاختلاف سوف يعتمد

(*) وهي الطريقة الأبسط والأكثر شيوعاً لنقل الإشارات الكهربائية عبر الأسلاك. فبإمكان سلك واحد أن يحمل ڤولطية مختلفة تمثل الإشارة، في حين يتم توصيل سلك آخر إلى القولطية الراجعة التي عادة ما يتم تفريغها في الأرض. أما البديل الرئيسي لإشارة النهاية المفردة فهي ما يسمى بالإشارة التفاضلية (المترجم).

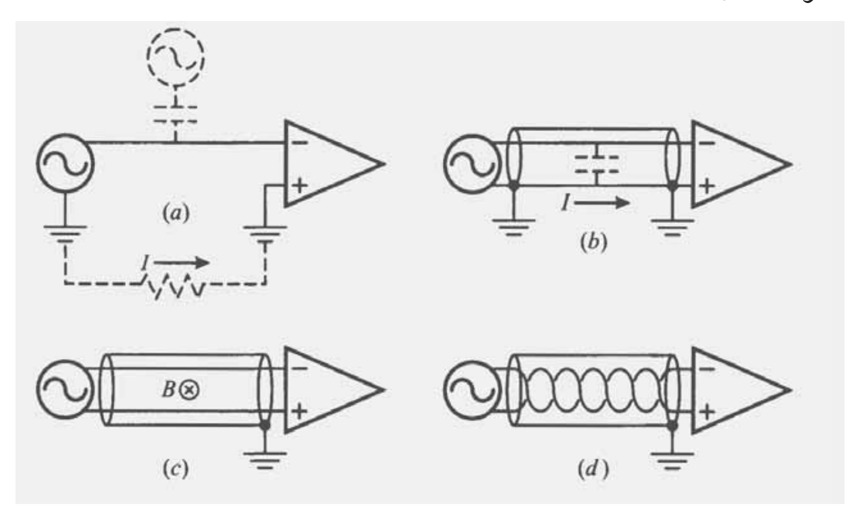
على التحميل، وعلى كل شيء آخر يستخدم الأرض. وهذا ما يسمى بـالـدارة اللولبية الأرضية (Ground Loop)، وهي حزمة موصلة سميكة تكون أداة مفضلة للتصدي بواسطة تقليل المقاومة ما بين مواقع الأرضية. فالنظم المصممة تصميماً جيداً تذهب في تصميمها إلى أبعد من ذلك للحفاظ على فصل الدوائر الكهربائية الأرضية لكل وظيفة، مصحوبة مع الكثير من السعة تضاف لكل من تلك الوظائف لتعمل كمرشحات: مؤرّض واحد للمنطق الرقمي مع ضجيجه العالي التردد، مؤرّض واحد للمحركات مع موجات تياره الكبير، ومؤرّض واحد هادئ لأجهزة الاستشعار التي تتطلب تياراً قليلاً ولكن ڤولطية مستقرة استقراراً جيداً، وهكذا. كل هذه المؤرّضات المذكورة تلتقي فقط في عقدة مؤرّض ميكّا (Ground Mecca) المفردة.

الدائرة الكهربائية (ب) في الشكل (4.13) تعالج السعة الملتقطة بواسطة الأسلاك المحيطة مع درع الموصل، منشأةً بذلك جهداً متساوياً حول الموصل. الخدع المناسبة لمعالجة ذلك، تقوم ببناء صندوق من الموصلات حول الدوائر الكهربائية الحساسة، وذلك لتوفير حماية إلكتروستاتيكية، ولف الأسلاك الداخلة في، والخارجة من، الدائرة الكهربائية حول المحوّل الأساسي الملفوف حلقياً، يوافر تصفيةً استقرائيةً للضجيج العالي التردد. فدرع الكابل مبنيٌ على حساب إدخال سعة كبيرة من المصدر إلى الدرع، فكل كابل محوري (Coaxial) نموذجي يمكن أن يكون له عشرات البيكوفاراد(*) (Picofarad) لكلّ قدم من الكابل، مما يؤدي إلى فقدان إشارة كبيرة. حيث يمكن معالجة ذلك من خلال استخدام الكسب الموحد لمكبّر الصوت لقيادة الدرع الخارجي والموصل الداخلي المحتمل. وعندما يكون مكبّر للصوت سريعاً بما فيه الكفاية، فإن الدرع سيتعقب الإشارة، وسيزيل بشكل فعال سعة الكابل. فالأتباع الخاصة لهذا الغرض متوفرة، لأنه إذا لم يكن مكبّر الصوت سريعاً بما فيه الكفاية، أو لم يكن هناك ما يكفي من التيار في المصدر، فإن ديناميكيات نظام الكابل المدرع ممكن أن تتبادل فيما بينها فوائد الإشارات. وعليه فإن الدائرة الكهربائية (ب) هي أيضاً مؤرّضة الدرع عند كلٍ من نهايتيها. ويمكن أن يكون هذا ذا فعالية إذا ما تم استخدام الدرع الثقيل، بحيث تكون مقاومة الاتصال صغيرة جداً، ولكن بخلاف ذلك تُستجلب الدارة اللولبية الأرضية بواقع قريب جداً من إشارة الأسلاك.

في الشكل (ج)، يتم توصيل طرفي مصدر إشارة إلى مكبّر للصوت التفاضلي، ويربط

(*) واحد ترليون من الفاراد أي ما يعادل 10^{12} فاراد (المترجم).

درع الكابل بإحدى النهايتين. فليس درع الكابل وحده لا يتم استخدامه كدائرة كهربائية مستمرة فحسب، بل نحن لا نريد أن يكون الدرع متاحاً كدائرة مستمرة: وظيفتها هي الحفاظ على تساوي الجهد حول ما تؤدي إليه الإشارة فقط. ولأن الإشارات لا تصل تفاضلياً، فإن مكبّر الصوت يمكنه أن يزيل أي تدخل مشترك للوضع الذي لا يزال قائماً. للأسف هذا لا يساعدنا مع مصدر ضوضاء مهم آخر، مع الفيض المغناطيسي الذي يربط بين الدوائر في أوقات متفاوتة حين يأتي في كثير من الأحيان من خطوط الكهرباء. فحتى الكابل ذو النفاذية العالية لا يمكنه الاحتفاظ بجميع التدفق المغناطيسي من الخيوط السلكية بين الموصلات، حيث تُظهر الإمكانات الناجمة عن القولطيات المختلفة بدلاً من نمط التحول المشترك.

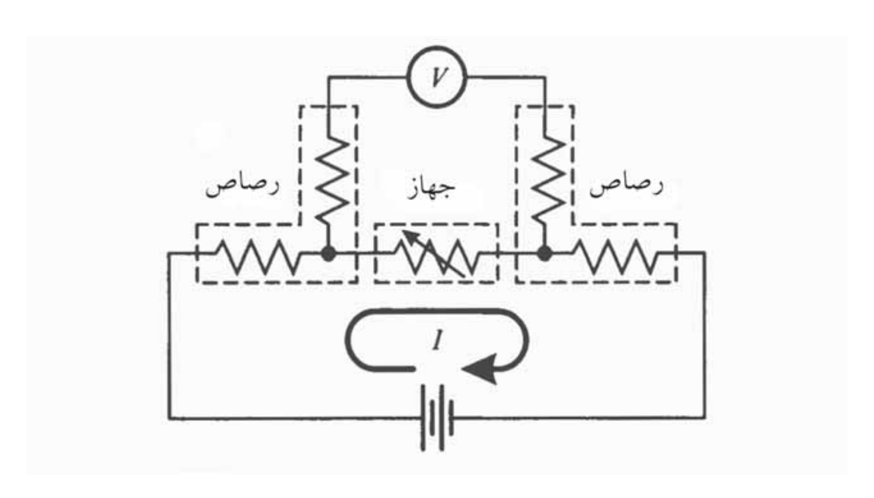


الشكل 4.13: مشاكل التأريض: **أ.** دارة لولبية أرضية والتقاط السعة، **ب.** تداخل الإشارة (Cross-Talk) ودرع الـتأريض غير الملائم، **ت.** التقاط المغناطيسية، **ث.** سلك زوجي ملتوٍ مدرّع.

يتم استبدال الموصلات مباشرة في الشكل (د) بـ «سلك زوجي ملتوٍ مدرّع» (Shielded Twisted Pair). ويمكن للدورانات اللولبية فعل شيئين: التقليل من مساحة المقطع العرضي للتدفق المغناطيسي الذي تلتقطه، وتوجيه التيار الناجم عن التناوب في الدورانات اللولبية، أو في المتوسط يمكنها فعل ما هو قريب مما ذكرناه. هذا هو السبب الذي يفسر استخدام السلك الزوجي الملتوي المدرّع، يؤرض فيه أحد الأسلاك الذي يستخدم في معظم الأحيان للإشارات التي على مستوى منخفض. وتتوقف فائدة ذلك،

عند الطول الموجي الذي يصبح في ترتيب متباعد عن الموصّل، ولكن هذا القطع يمكن أن تتمدد لتكون ذات ترددات ميكروفية.

إذا كان جهاز القياس يحتاج الاستجابة للإشارة فقط، فإن مدخلات الصوت العالية المقاومة الممكن استخدامها لا يمكنها تحميل المصدر. ولكن إذا كان الجهاز هو أيضاً مسؤول عن توفير تيار لإثارة القياس، فمن الممكن أن يكون هناك انخفاض كبير في ڤولطيته عبر الربط الذي سيكون مختلفاً مع تغيرات التحميل. ولعلاج هذه المشكلة يتم القياس بواسطة استخدام جهاز قياس رباعيّ الأطراف (Four-Terminal Measurement)، االموضح في الشكل (5.13). كل طرف من الأطراف الأربعة يؤدي إلى الجهاز الذي تحت الاختبار الذي يحوي على موصلّين، وهنا اعتبرنا المقاومة متغيرة. أحد هذين الموصلّين يذهب إلى ڤولطية أو مصدر التيار الذي يدفع التيار عبر المؤدي أو الجهاز. في حين ما تبقى من الأطراف يستخدم لقياس انخفاض الڤولطية عبر الجهاز. فمقاومة التيار في الدارة اللولبية مسألة غير مهمة، لأن التيار هو نفسه في كلّ مكان. كما أن المقاومة في ڤولطية الدارة اللولبية لا تهم أيضاً، لأن المهم سحب الڤولطية لا التيار. وهذا هو ما يفسر امتلاك دقة المقاومة الأساسية لأربعة أطراف، على الرغم من ظهورها على شكل زوجين متطابقين.



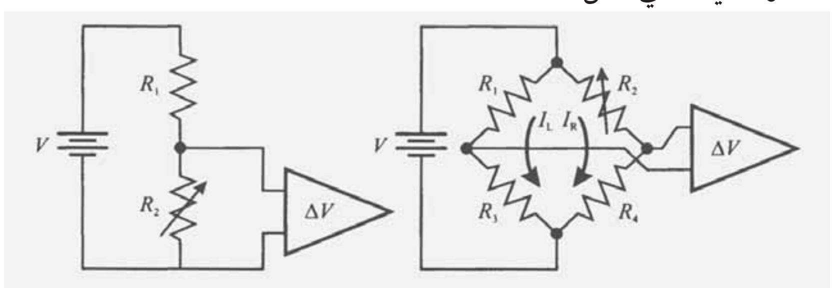
الشكل 5.13: قياس رباعيّ الأطراف.

عندما تفشل كل هذه التقنيات، يكون من الممكن التخلي عن التدريع الكهرومغناطيسي، والزوج البصري. فاللمسافات الطويلة، يكون بالإمكان إرسال

المعلومة بواسطة استخدام الألياف البصرية، وأنواع عديدة من الاستشعار ممكن استخدامها مع جميع الأجهزة البصرية (الفصل الرابع عشر). وحتى ضمن الدوائر الكهربائية، يكون زوج العازل الضوئي (Optoisolator) للصمام الثنائي الباعث للضوء مع الصمام الثنائي الضوئي (Photodiode) في حزمة واحدة لتوفير اتصالاً منطقيً من دون وجود أي اتصال كهربائي. وهذه مستخدمة، على سبيل المثال، في مواصفات مرباط تبادلي رقمي للمعدات الموسيقية (Musical Instrument Digital Interface) (MIDI) وذلك لمنع حدوث الدورانات الكهربائية التأريضية في الأدوات السمعية (Lehmlan & Tully, 1993)، وفي المعدات الطبية لمنع حدوث الدورانات الكهربائية التأريضية في المرضى.

3.1.13 الجسور

تتطلب العديد من أجهزة الاستشعار، مثلما تتطلب أجهزة قياس الضغط والرؤوس المقاومة مغناطيسياً، الكشف عن تغيير المقاومة الصغيرة. في حين أن تلك الأجهزة الاستشعارية دائماً تقريباً هي الأفضل لقياس التغيرات الصغيرة في الإشارات الصغيرة بدلاً من البحث عن تغيرات صغيرة في قيمة إشارة كبيرة، حيث نادراً ما يكون بالإمكان أن يحدث التغيّر عشوائياً في خط الأساس لمقاومة الأجهزة. فـ الجسر الكهربائي (Bridge Circuit) هو الذي يعطي الحل لهذه المشكلة.



الشكل 6.13: قياس شدة تغير مقاومة صغيرة عند وجود جسر كهربائي.

إذا تم إسقاط ڤولطية V على أكثر من مقاومتين على التوالي، بحيث تكون المقاومة الثابتة R_1 والمقاومة المتغيرة R_2 (الشكل 6.13)، فسيكون القياس عبر المقاومة المتغيرة هو:

$$\Delta V = \frac{VR_2}{R_1 + R_2} \quad (7.13)$$

وإذا كانت المقاومتان مختلفتان بقوة إشارة الاستشعار المطلوبة، حيث R R_1 و R_2
R +δ ، فإن:

$$\Delta V = \frac{VR}{2R+\delta} \approx \frac{V}{2}\left(1 - \frac{\delta}{2R}\right) \quad \textbf{(8.13)}$$

التغير الصغير في المقاومة يؤدي إلى تغير طفيف في ڤولطية الكبيرة. فإذا تم ترتيب ڤولطية بدلاً من المقاومة في جسر ويتستون (Wheatstone Bridge)، فإن الفرق في ڤولطية ما بين طرفي الجسر الكهربائي سيكون:

$$V = I_L(R_1 + R_3) = I_R(R_2 + R_4) \quad \textbf{(9.13)}$$

$$\Delta V = I_R R_4 - I_L R_3$$

$$= V\left(\frac{R_4}{R_2 + R_4} - \frac{R_3}{R_1 + R_3}\right)$$

والآن، إذا كانت R R_4 R_3 R_1 و R +δ R_2، فإن:

$$\Delta V = V\left(\frac{R}{2R+\delta} - \frac{R}{2R}\right) \quad \textbf{(10.13)}$$

$$= V\left(\frac{1}{2 + \delta/_R} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\approx -\frac{V}{2}\,\frac{\delta}{2R}$$

يمكن الآن قياس تغيير القولطية الصغيرة مباشرة من دون الحاجة للإزاحة الكبيرة. وينطبق هذا التحليل نفسه على المقاومات المعقدة للمكثفات المتغيرة والمُحثات الكهربائية (Electrical Inductors).

2.13 التضمين(*) والكشف(**)

حتى الآن مازال لدينا قلقٌ كبيرٌ حول سلامة الإشارات التي نحاول قياسها، ولكن ليس حول ما يتعلق بتصميمها. ولكون يمكن اختيار هذا الشيء في النظام الهندسي، فإن

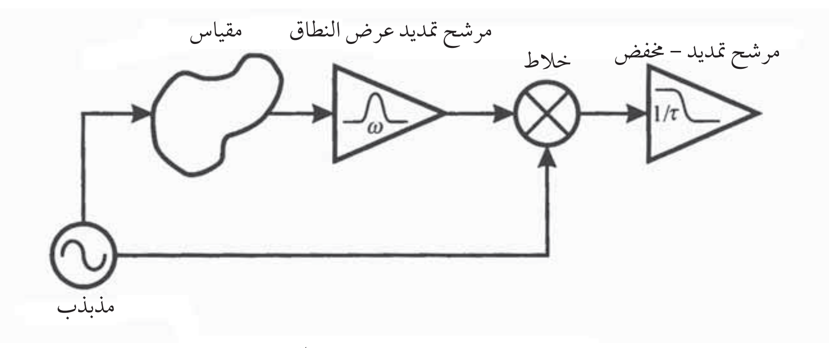
(*) في مجال الإلكترونيات والاتصالات السلكية واللاسلكية، التعديل أو التضمين (Modulation) هو عملية واحدة أو أكثر من الخصائص الموجية الدورية المتفاوتة المسماة بـ إشارة الحامل، التي ترافق التحوير أو التعديل بناءً على المعلومة التي تحتويها الإشارة (المترجم).

(**) الكشف (Detection) في مجال الإلكترونيات والاتصالات السلكية واللاسلكية، هو استخراج معلومات معينة من تيار كبير من المعلومات دون تعاون محدد من أو تزامن مع المرسل (المترجم).

المجموعة التالية من التقنيات تسعى إلى إقرار المعلومات التي تساعد على فصل الإشارة (Signal Seperation)، أي التفريق ما بين الإشارة والضجيج، ناهيك عن حل المعوقات مثل محدودية نطاق البث.

1.2.13 الكشف المتزامن

إذا كان حجم الفائدة بصورة دورية ممكناً من خلال تحوير أجهزة القياس، فإن الكشف المتزامن (Synchronous Detection) مع مضخّم إحكام (Lock-in Amplifier) يمكنه العثور على إشارة ضعيفة مدفونة بين ثنايا الضجيج العالي (الشكل 7.13)، فإن تحوير الجسر الكهربائي يمكن إنجازه من خلال إبدال مصدر ڤولطية مباشر بمصدر ڤولطية متناوب. فبالنسبة للقياس البصري قد يكون التعديل مختلفاً بصورة دورية، معتمداً على شدة ضوء المصدر. وعليه، فإنه لإنجاز هذا العمل، يستوجب أن يكون الضجيج غير معتمد على الإثارة. وللإحكام يمكنه تقليص ضجيج جونسون في مكبّر الصوت الذي في هذه الحالة مستقل في مدخلاته، لكنه لإطلاق الضجيج من مكتشف ضوئي(*) (Photodetector) يمكن فتحه وإغلاقه مع الضوء. المسألة رقم 7.13 تركز على أرقام نموذجية للحد من هذه الأنواع من الضجيج.

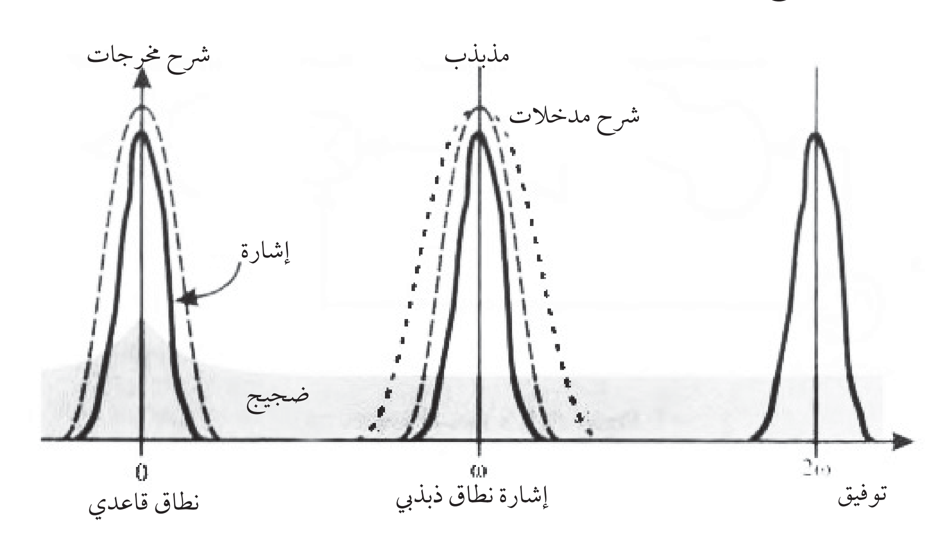


الشكل 7.13: الإحكام في مضخّم صوت.

في مذبذب إحكام (Lock-in Oscillator) تتولد الإثارة الدورية $\sin(wt)$ التي تقود القياس، فتنتج في الإشارة $A(t)\sin(wt)+\eta(t)$، التي تتضمن الاستجابة المطلوبة $A(t)$ جنباً إلى جنب مع الضجيج غير المرغوب فيه $\eta(t)$. وحيث إن عملية

(*) جهاز يكتشف ويستجيب للضوء الحادث باستخدام تأثير الكهربائية الناتجة من الفوتونات (المترجم).

الضرب في مجال الزمن تساوي الالتواء في مجال التردد، فإن كشف الإشارة يلتف حول المذبذب (مكونات التردد الإيجابي مبينة في الشكل 8.13). الميزة المباشرة من ذلك هي، أن تضخيم الصوت اللاحق يمكن أن يحدث عند ترددات المذبذب بدلاً من أن يكون قريباً من التيار المباشر، وبعيداً عن مكبّر صوت الضجيج $^{1}/_{f}$. والنهاية الأمامية تتضمن أيضاً مرشح يمر عرض نطاق (Bandpass Filter) مرتكز في المذبذب الذي هو واسعٌ بما فيه الكفاية ليشمل عرض نطاق التردد لـ $A(t)$، لكن ذلك يرفض ما تبقى من الضجيج الذي هو خارج النطارق الترددي في $\eta(t)$.



الشكل 8.13: توسيع الإحكام في مجال التردد (لا لتوسيع الحجم).

بعد ذلك، يضرب الناتج من المرشح بنفس إشارة المذبذب لاستخراج إشارة التعديل من حاملها، فتولد حدود جمع وطرح في المعادلة الرياضية:

$$[A(t)\sin(wt)+\eta(t)]\ \sin(wt) = A(t)sin^2(wt)+\eta(t)\sin(wt) \qquad \textbf{(11.13)}$$

$$= \frac{1}{2}A(t)\cos(wt-wt)-\frac{1}{2}A(t)\cos(wt+wt)+\eta(t)\sin(wt)$$

$$= \frac{1}{2}A(t)-\frac{1}{2}A(t)\cos(2wt)+\eta(t)\sin(wt)$$

وهذا ما يُدعى بـ كشف متجانس (Homodyne Detection)، إذا ما تم استخدام مصدر إشارة مختلف في مزج الكشف المتجانس. فالكشف المتجانس يستخدم، على سبيل

المثال، في تحويل إشارة الراديو القصيرة الموجة إلى مرحلة إشارة الراديو تردد وسيط (Intermediate Frequency)، لمزيد من التكبير للصوت قبل التعديل النهائي.

الخطوة النهائية في الإحكام هي تمرير مخرجات إشارة التعديل من حاملها (Demodulate Signal) من خلال مرشح مرور منخفض لفصل عناصر القياس القريبة من التيار المباشر عن إشارات الضجيج المعدل، ومجموع الإشارة، تاركة $^{A(t)}/_{2}$. وفي المجال الزمني، يتم إيجاد استجابة مرشح المرور المنخفض بواسطة جمع المدخلات مع الاستجابة النبضية للمدخلات، التي تقوم بقياس متوسط الإشارة:

$$\langle[A(t)\sin(wt)+\eta(t)]\rangle \sin(wt) = \langle A(t)sin^2(wt)\rangle + \langle\eta(t)\sin(wt)\rangle \quad (12.13)$$

$$\approx \frac{1}{2}A(t)$$

وهذا يفترض أن الضجيج غير مرتبط بالمذبذب؛ وإن القيمة الفعلية لتداخل الإشارات يعتمد على المدة التي هي أكثر من متوسط الزمن المستخدم.

إن عناصر الإحكام ومدخلاتها قد تم توقعها عند مرحلة إثارة الترددات. وإن رفض الضجيج سيعتمد على مرشح الوقت الثابت، الذي يمكن أن يكون طويلاً جداً لقياس ما هو قريب من التيار المباشر. وقد يكون من المفيد جداً مشاهدة تصفية المخرجات بواسطة المازجات، التي تظهر وكأنها مرشح تمرير عرض النطاق (Band-Pass Filter) متمحور حول المذبذب. ولكن، على العكس مرشح ممر النطاق التقليدي، يمكننا أن نجعل هذا المرشح ضيقاً وفق ما نُريد، من خلال زيادة مخرجات مرشح الزمن الثابت، وإذا ما قام المذبذب بجرف مرشح تمرير النطاق، فإن تتبعها سيتم تلقائياً. نظرياً، مرشح تمرير نطاق المدخلات لا نحتاجه مطلقاً، ولكن عملياً هناك الكثير من الضجيج الذي قد يؤدي إلى اللاخطية عبر الحديث في مرحلة المدخلات التي ستصلنا عبر الكشف على أساس أنها إشارة.

إذا كان هناك أي تأخير في القياس، فستكون هناك مرحلة تحول تقوم بتحويل A إلى كمّية معقدة. وللتمييز ما بين التغيرات في السعة وما بين مرحلة تحويل A إلى كمّية معقدة، من الضروري أن نتتبع مدخلات مكبّر الصوت بواسطة اثنين من الممزجات ومرشح مرور منخفض. الأول يستخدم $\sin(wt)$ لإيجاد المكون الحقيقي، في حين يستخدم المزج الثاني $\cos(wt)$ للمكون الوهمي. وهذا ما يسمى بـ كشف تربيعي (Quadrature

(Detection، حيث ينتج عنه قيمتان الأولى I والثانية Q، حيث تعبر I عن في الطور -In Phase) و Q عن التربيع (Quadrature).

إن عملية الضرب التماثلية يمكن تأديتها بواسطة استخدام خلية جيلبرت (Gilbert Cell)، التي تستند على تدفق التيار المتغير من خلال تفاضلية مكبّر الصوت (Gilbert, 1975). فمكبّر الصوت (أو المازج) يمكن أيضاً إبداله بمفتاح يعمل على التبديل ما بين الإشارة ومعكوسها. وهذه العملية هي شبيهة بعملية استخراج إشارة التعديل من حاملها مصحوبة بموجة مربعة، ورغم إمكانية التقاط ضجيج متناسق، إلا أن هذه العملية هي أبسط بكثير في جعل التحول مثالياً تقريباً، قياساً بعملية الضرب المستخدمة في خلية كيلبرت.

إذا كانت الإشارة المعنية إشارة رقمية، فبالإمكان استخدام خوارزمية الكشف بدلاً مما ذكرناه أعلاه، حيث يتم معالجة الإشارة الرقمية بواسطة البرمجيات الحاسوبية. وهذا ما يمنح مرونة في الخوارزمية، جنباً إلى جنب مع متطلبات القوة والتعقيد والكلفة التي هي أكبر من ما يمكن مقارنته مع الدائرة الكهربائية المتناظرة، على الرغم من إمكانية أن تكون الإشارة الدورية عينة ناقصة (Undersampling) أقل زمناً حين تكون حالة استقرار الطور جيدة (Smith, 1999).

2.2.13 طور الكشف والترميز

إذا كان قياس مكونات الإحكام هي I و Q، فإن طور زاوية الإشارة يمكن إعطاؤه بواسطة $\tan^{-1}(I/Q)$. وعندما يمكن تحديد الطور بهذه الطريقة، فإن دارة لولبية تثبيت الطور (Phase-Locked Loop) (PLL) ستكون شيئاً ملازماً ومفيداً للإحكام الذي يلغي الحاجة إلى الدوال المثلثية المعكوسة (Inverse Trigonometric Function)، حيث بالإمكان استخدام دارة لولبية تثبيت الطور كمصدر للإشارة، إضافة إلى استخدامها كمحلل إشارة أيضاً (Wolaver, 1991). ومن أمثلة ذلك ما تم عرضه في الشكل (9.13)، حيث نجد فيه أن كلًا من المازج والمذبذب محكومان بفولطية (Voltage-Controlled Oscillator) (VCO) متصلان بـ دارة لولبية التغذية الراجعة (Feedback Loop) المتمركزة حول المرشح الفاعل (Active Filter).

يسمى هنا مضاعف الصوت بـ طور كاشف (Phase Detector). فإذا كانت $V_{in} = \cos(wt + \theta_{in})$ و $V_{VCO} = \sin(wt + \theta_{VCO})$ ومن ثم إذا كانت $\theta_{in} \approx \theta_{VCO}$ فإن ذلك سينتج:

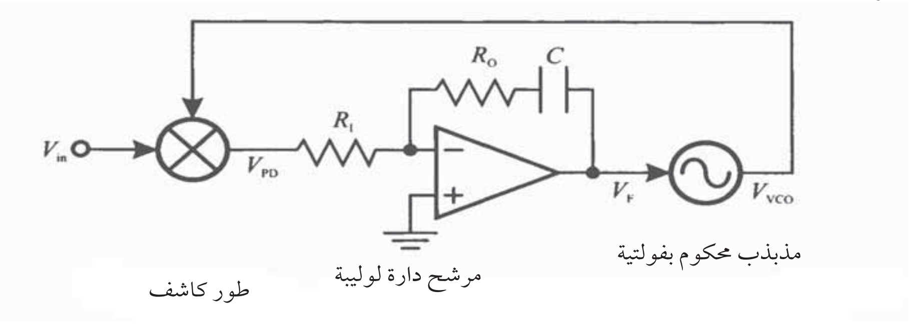
$$2\sin(wt+\theta_{VCO})\cos(wt+\theta_{in}) = \sin(\theta_{VCO}-\theta_{in}) + \sin(2wt+\theta_{VCO}+\theta_{in}) \quad \textbf{(13.13)}$$

$$\approx \theta_{VCO}-\theta_{in}$$

(إن مجموع الإشارة قد تمت إزاحته بواسطة المرشح، لذلك لم تظهر قيمته في المعادلة أعلاه). كما أن قيمة المخرجات تتناسب مع طور الفرق الزاوية:

$$V_{PD} = K_{PD}(\theta_{VCO}-\theta_{in}) \quad \textbf{(14.13)}$$

حيث إن المُعامِل K_{PD} يمكن أن يتضمن الكسب من مضاعفة الصوت، كما لو أن مع الإحكام، يمكن تنفيذ هذا أيضاً مصاحباً مع مفتاح الفتح والإغلاق بدلاً من مضاعفة الصوت.



الشكل 9.13: دارة لولبية تثبيت الطور.

إذا كانت الإشارة والمذبذب المحكوم بڤولطية (VCO) فيهما اختلاف صغير في التردد، فإن:

$$2\sin[(w_{in}+\delta w)t)]\cos(w_{in}t) = \sin(\delta w\, t) + \sin(2w_{in}\,t+\delta w\, t) \;\approx \delta w\, t \quad \textbf{(15.13)}$$

وهذه النتيجة تمثل منحدراً بطيئاً مصحوبة بانحدار مُعطى بواسطة الخطأ في التردد.

نأتي الآن إلى الدارة اللولبية للمرشح، حيث إن تحقيق التوازن بين التيارات الكهربائية في العقدة غير المقلوبة (مسألة 1.13)، سيكون:

$$\frac{dV_f}{dt} = -\frac{R_o}{R_I}\frac{dV_{PD}}{dt} - \frac{V_{PD}}{R_I C} \quad (16.13)$$

يتبع ما جاء أعلاه معالجة VCO، التي تحدث تردداتها في حينه $V_{VCO} = \cos(w_{VCO}t)$. ولكوننا نُريد أن نقارن هذه المدخلات، فإن الاختلافات ستُعرّف الطور المعتمد على الزمن:

$$sin(w_{VCO}t) = \sin(w_{in}t + \theta_{VCO}(t)) \quad (17.13)$$

ولما كان التردد هو مشتقة الزمن لتلك الأسباب والحجج، فإن:

$$w_{VCO} = \frac{dw_{VCO}t}{dt} = w_{in} + \frac{d\theta_{VCO}}{dt} \quad (18.13)$$

فالمذبذب المحكوم بقولطية (VCO) يضع خارجاً التردد الذي يتناسب مع ڤولطية المدخلات، ويعوضها بثابِتّ معين:

$$w_{VCO} = K_{VCO}V_F + w_o \quad (19.13)$$

وبناءً على ذلك:

$$\frac{d\theta_{VCO}}{dt} = K_{VCO}V_F + w_o - w_{in} \quad (20.13)$$

الآن، إذا كانت مدخلات التردد والطور قيماً ثابتة، فإن اشتقاق المعادلة (14.13) سيكون:

$$\frac{dV_{PD}}{dt} = K_{PD}\frac{d\theta_{VCO}}{dt} \quad (21.13)$$

بحيث:

$$\frac{1}{K_{PD}}\frac{dV_{PD}}{dt} = K_{VCO}V_F + w_o - w_{in} \quad (22.13)$$

أو لربما نأخذ المشتقة الثانية:

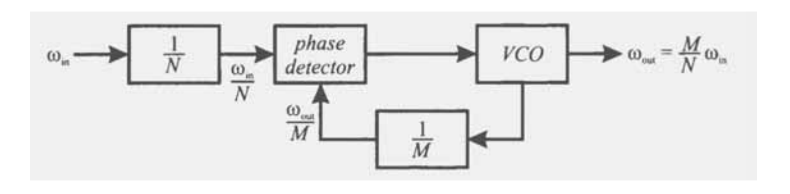
$$\frac{d^2V_{PD}}{dt^2} = K_{PD}K_{VCO}\frac{dV_F}{dt} \quad (23.13)$$

ومن خلال ربط المعادلة أعلاه بالمعادلة (16.13) نحصل على:

$$\frac{1}{K_{PD}K_{VCO}}\frac{d^2V_{PD}}{dt^2} + \frac{R_2}{R_1}\frac{dV_{PD}}{dt} + \frac{1}{R_1C}V_{PD} = 0 \quad (24.13)$$

إن مخرجات طور الكشف قد لبتها المعادلة الخاصة بالحركة البسيطة للمذبذب التوافقي. فالكتلة محددة من خلال الكسب، وانخفاض سعة التذبذب محدد من خلال نسبة المقاومة، واستعادة القوة تعتمد على سعة التغذية الراجعة. وهذه كُلها يمكن اختيارها بشكل حرج قد يؤدي لدفع عمل الدارة اللولبية لتثبيت الطور، بحيث يمكن إحكام تثبيتها في الإشارة بأقصى سرعة ممكنة. وذلك لأنه بالإمكان تتبع التغيرات الحاصلة في التردد، وفي الطور، الذي هو بحق كذلك دارة لولبية لتثبيت تردد الطور (Phase-Locked Frequency Loop (PLFL)).

إن أحد أهم تطبيقات الدارة اللولبية لتثبيت الطور (PLL) هو في توليد واسترداد ساعات التوقيت. لننظر في البديل الرقمي المبين في الشكل (10.13). مذبذب الإشارة في w_{in} يذهب إلى عداد يقوم بتقسيم التردد باستمرار بواسطة المقسم N. وهذا المقسم وحده ممكن استخدامه لتجميع ترددات أخرى، ولكن نتائجها ستكون ضعيفة جداً بالنسبة لقيم N، التي تتطلب مدخلات تردد عالية جداً. ومع هذا، فهنا تتم مقارنة تلك الترددات التي هي في طور المكشاف، مع ترددات المذبذبات المحكومة بڤولطية (VCO) حتى تتساوى هذه الترددات مع بعضها بعضاً، بحيث تكون $w_{in}/N = w_{out}/M$، أو $w_{out} = Mw_{in}/N$. ومن هذه المعادلة يتم فيها الآن تحديد التردد بواسطة النسبة M/N، لتُعطي نتائج ترددات ذات دقة عالية جداً وأكثر اتساقاً لتلك الترددات المعتمدة.



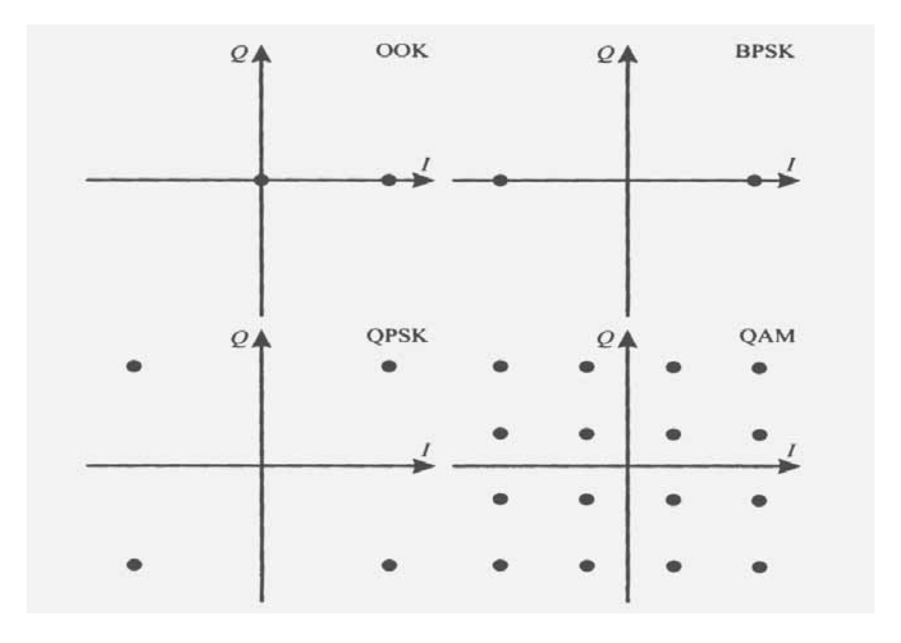
الشكل 10.13: مزج التردد لدارة لولبية تثبيت الطور.

بالنسبة إلى موضوع الاسترداد، بإمكان الدارة اللولبية لتثبيت الطور إحكام الطور المتلقي للمرسل الناقل بواسطة الإرسال عن بعد. فبمجرد المشاركة في الطور الذي يمكن الرجوع إليه، من الممكن استخدام الطور فضلاً عن التردد والسعة لتخزين المعلومات. بعض مخططات التعديل يمكن ملاحظتها في الشكل (11.13). أولاً، مفتاح فتح – غلق (OOK) (On-Off Keying)، الذي بإمكانه فتح وإغلاق سعة الناقل ببساطة. وهذه هي النسخة الرقمية لـ تضمين السعة (AM) (Amplitude Modulation). فالسعة الرقمية عاملة، ولكن ليست هناك طريقة فيها للتمييز ما بين حالة الإغلاق (Off State) والتداخل الذي يمنع استلام حالة الفتح (On State). ولعل الأفضل لمثل هذه العملية هو مفتاح إزاحة الطور الثنائي (BPSK) (Binary Phase-Shift Keying). وبمجرد أن تكون الدارة اللولبية لتثبيت الطور محكمة، فمن الممكن إبقاء ناقل السعة ثابتاً، والتبديل هو فقط بعلامتها. ومن هذا، نجد الآن أن كلّ الحالات المنطقية، مستقلة عن قوة الإشارة: مستقبلات تضمين إزاحة الطور الثنائي (BPSK) يمكنها تقطيع المدخلات بصورة متعمدة ومن ثم استخدامها رقمياً في الدارة اللولبية لتثبيت الطور، وذلك لإزالة معلومات السعة. وهو ما يوافر موثوقية أكبر لاستلام الإشارة الضعيفة وتقلباتها. فكما هو الحال مع مكبّر الصوت المُحكم، من الممكن إضافة قناة استخلاص ثانية مع مخرجات المذبذبات المحكومة بفولطية لإزاحة الطور بزاوية 90° لتحدد بشكل منفصل مكونات I وQ. وعليه، فيمكننا الآن إجراء مفتاح إزاحة الطور التربيعي (Quadrature Phase-Shift Keying) (QPSK)، وتشفير المعلومات في أربع حالات، مستندة إلى علامات مكونات كلّ من I و Q. حيث تقوم هذه العملية التشفيرية بإرسال اثنين من البِتّات (Two Bits) بدلاً من بِتّ واحدة لكلّ رمز منقول[*] (baud)، وبإمكانها أن تفعل أفضل من ذلك.

إن التباعد في الحالات ضمن مستوى (I, Q) يحتاج فقط إلى أن يكون كبيراً بكبر ضوضاء القناة المتوقع. ففي تضمين سعوي تربيعي (Quadrature Amplitude Modulation) (QAM)، يتم استخدام معلومات السعة للضغط فيها العديد من الرموز، فجهاز موديم V.32 (Modem V.32) يرسل 9600 بِتّ في الثانية لقناة هاتفية سعتها

(*) في الاتصالات السلكية واللاسلكية والإلكترونيات، الـ baud هو وحدة لمعدل رمز أو معدل تعديل في حرف بالثانية. هو عدد من التغييرات لرموز متميزة (إشارات حدوث حدث) التي أدخلت على وسيلة انتقال في الثانية الواحدة لإشارة رقمية أو رمز خط (المترجم).

2400 Hz بواسطة استخدام لفيف من الحالات النمطية لـ 16 تضمين سعوي تربيعي. ومن خلال النظر في سلسلة من الرموز لتكّون موجه في الأبعاد الفضائية العليا، من الممكن أن تكون أكثر كفاءة حين يعاد ترتيبها.



الشكل 11.13: مخططات تضمين.

وعليه فالسؤال الأساسي المطروح هنا، ما حزمة المجالات الأفضل في الفضاء الأحادي العالي التي تكون بصورة مفاجأة عميقة بعيدة (Conway & Sloane 1993). وفي نهاية المطاف، وبسبب الدارة اللولبية لتثبيت الطور، فإنه بالإمكان تتبع التغيرات في التردد، ناهيك عن تتبع الطور، حيث يمكن إرسال المعلومة أيضاً بنفس الطريقة المستخدمة في مفتاح إزاحة التردّد (Frequency-Shift Keying) (FSK). إذ يتم ذلك بكفاءة أقل من كفاءة استخدام الطيف المتوافر، ويتطلب تصميم ناقل ومتلقٍ للعمل فوق مدى الترددات، ولكن هذه النسخة التماثلية مألوفة نوعاً ما في البث الراديوي ذي خاصية التضمين الترددي (Frequency Modulation) (FM).

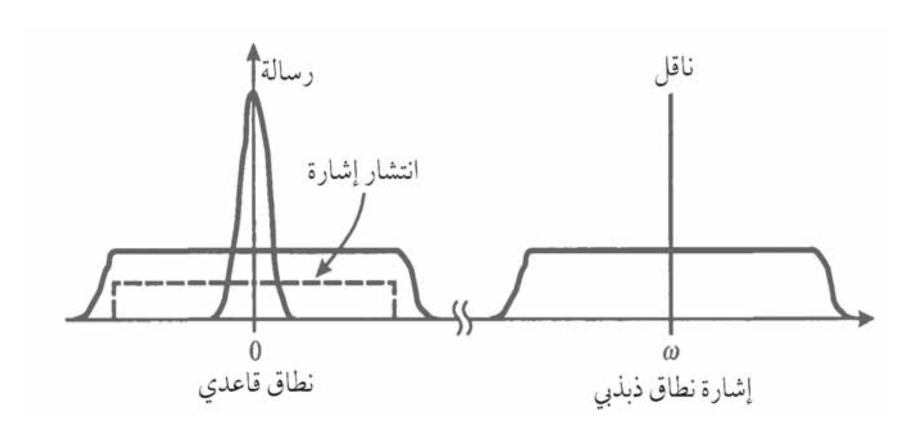
3.2.13 الطيف المنتشر

في مكبّر الصوت المُحكم، أو في وصلة رديوية لتضمين السعة، يتم ضرب القياس

أو الرسالة بـإشارة الناقل الضيق النطاق. فقبل إزالة التضمين (Demodulation) تحتفظ الإشارة بنطاق ترددها الأصلي. لنركز الآن على الناقل (الشكل 8.13)، الذي يعني أن هذا النظام هو للتشويش على التردد. إن أي ضجيج في الخلفية (أو حتى التشويش المتعمد)، الذي يكون قريباً من الناقل سوف يتم اكتشافه على أساس إشارة صالحة. ولعل الأسوء من ذلك هو، إذا تم إرسال العديد من الرسائل على ترددات محاذية في نطاق معين فإن حواف توزيعها ستتقاطع وتؤدي إلى التداخل فيما بينها. هذه المشاكل تضع قسطاً منها على الحد من عرض النطاق الترددي للإشارة المرسلة، وذلك باستخدام مؤشرات المذبذبات المستقرة جداً والمرشحات الضيقة. ويتم استخدام أجهزة اتصالات الطيف المنتشر (Spread Spectrum Communications) بدلاً من إمكانية استخدام الكثير من عرض النطاق الترددي لكل إشارة. وعلى الرغم من أن هذا قد تبدو مردوداته ضارة، إلا أنه يؤدي إلى فوائد كبيّرة جداً.

تُضرب السلسلة المباشرة (Direct Sequence) للطيف المنتشر بـالرسالة الأصلية بواسطة إشارة عرض النطاق المنتشرة المتولدة من خلال مصدر ضجيج عشوائي مزيّف (Pseudo-Random Noise)، وبمجرد ظهور ذلك الضجيج العشوائي، نجد أنه متولد من الخوارزمية الحتمية (Deterministic Algorithm). فهذا اللفيف من الأطياف يمكّن الرسائل من ملء عرض النطاق الترددي للإشارة المنتشرة، التي يمكن بالتالي تضمينها بواسطة ناقل اتصال آخر لمزجها في نطاق إرسال متوافر (مكونات التردد الإيجابي هو كما مبين في الشكل 12.13). ولعل البديل عن كل ذلك هو طيف انتشار القفز التردّدي (Frequency Hopping Spread Spectrum)، الذي يستخدم تسلسلاً عشوائياً مزيّفاً (Pseudo-Random) لتحديد تردد الناقل. ويطلق على الإشارة قبل التضمين تسمية إشارة نطاق قاعدية (Baseband Signal)، في حين يطلق عليها بعد التضمين تسمية إشارة نطاق ذبذبي (Passband Signal). في المتلقي، تتم إزالة ناقل التردد العالي بواسطة التضمين، ومن ثم يتم استرجاع الرسالة من الإشارة المنتشرة بواسطة استخدام نسخة رسالة متزامنة من مولد الضجيج العشوائي المزيّف. سوف نتجاهل من الآن فصاعداً (بصورة نسبية) الخطوات الواضحة للتضمين وعدم التضمين التي تتم بواسطة الناقل، ونركز فقط على انتشار الإشارة وعدم انتشارها.

ما جاء أعلاه، يشبه الإحكام في المذبذب العالي الضجيج. فعملية الانتشار تُزيد بشكل ملحوظ جداً محتويات المعلومة في الرسالة المرسلة، وبالتالي تقلل من التقاطع ما بين الإشارة وتداخل الضجيج.



الشكل 12.13: تضمين انتشار الطيف.

بالنسبة إلى الضجيج الملتقط من قبل المتلقي، يجب في هذه الحالة أن يطابق تماماً التسلسل العشوائي المزيف المتولد، بدلاً من مطابقة ناقل التردد والطور فحسب. في حين سيتم رفض أي شيء آخر في الكاشف، إلى الحد الذي يطول فيه مدى تقبلنا لمتوسط مستوى الإشارة. وهذا يعني أن:

- الضجيج في القناة يجب أن يكون أقل بكثير من المحتمل قبوله كإشارة نافذة.

- نشر الرسائل المخالفة يجب أن يتم باستخدام نفس النطاق الترددي الذي سيتداخل بصورة غير مفهومة، وبهذا يمكننا الإسهام في مكون صغير من عرض النطاق الترددي في أرضية الضجيج ذات العلاقة. وهذا النوع من مشاركة القنوات، يطلق عليه اسم دخول متعدد بتقسيم الرمز (Code Division Multiple Access) (CDMA)، الذي يحط من التحميل بأمان أكثر، بدلاً من البدائل التي منها دخول متعدد بتقسيم الزمن (Time Division Multiple Access) (TDMA) الذي يجعل من الأجهزة تأخذ دورها باستخدام القناة)، دخول متعدّد بتقسيم التردّد (Frequency Division Multiple Access) (FDMA) ن خلال إسنادها إلى ترددات مختلفة)، وتحسس الناقل المتعدد الإرسال (Carrier Sense Multiple Access) (CSMA)، حيث يتناوبون على أساس الاستماع لنشاط قناة).

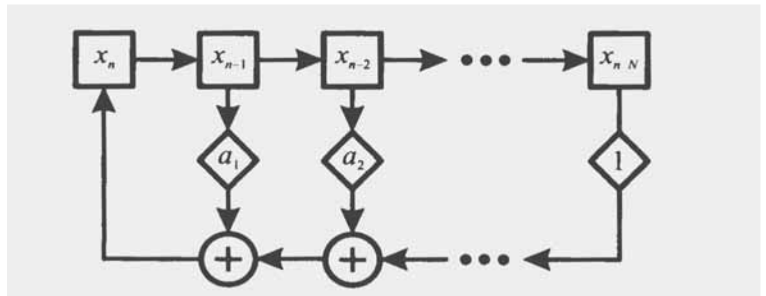
- الحد بشكل ملحوظ من فرصة استقبال إشارة عرضية أو متعمدة بواسطة جهاز استقبال غير مقصود، وذلك لأنه من دون نسخة طبق الأصل متزامنة للإشارة فإن النشر سيظهر الضجيج العشوائي. لاحظ أن تحديد المتنصت مازال يُمكّن من فك الشفرة هذه، ولأمن حقيقي وقوي فلا بد من استخدام تقنيات تشفير أقوى.
- يجب أن تعمل إشارة التشويش في نطاق عرض ترددي كبير لكي تكون فعالة.
- ولكون هناك طاقة في كل أنحاء الطيف، فإنه يتم تقليل كثافة الطاقة الذروة، في كثير من الأحيان لاعتبارات تنظيمية هامة.
- الدقة في الزمن الذي تصل فيه الرسالة تُمكّن من القياس بصورة تقريبة مساوية لما هو معكوس من بث عرض النطاق الترددي، وذلك لأن لا يقينية التردّد والوقت (Frequency-Time Uncertainty) ستزيد بالتالي عرض النطاق الترددي الذي سيحسن توقيتات القياس.

لهذه الأسباب تكون وصلات انتشار الطيف أكثر قوة، وأتاحت استخدام اتصالات عرض النطاق الترددي المتوافر بصورة أفضل مما لو كان قد تم استخدام البدائل التي وضعناها آنفاً في الاعتبار. وبالتالي سيكون استعمالها بصورة شاسعة في التصاميم الجديدة التي يتراوح مداها ما بين معدات المختبر الحساس وأجهزة الاتصال في «نظام تحديد الموقع عالمياً (Global Positioning System) (GPS) بواسطة الأفكار الصناعية. ويتم قياس رفض ضجيجها من خلال كسب الترميز (Coding Gain)، الذي يمثل النسبة، نسبة الطاقة في الديسبل (Decible) لكل بِتّ مطلوبة للحصول على معدل أخطاء البِت (Bit Error Rate) (BER) المعطاة مع أو بدون التشفير، لترميز قوة الضجيج الثابتة (المشكلة 4.13).

يجب على أي جهاز طيف انتشار أن يوافر الإرسال والتلقي لنسخ مطابقة ومتزامنة بصورة مثالية مع مصدر ضجيج عشوائي مزيّف. ولعل أقرب براءة اختراع تاريخياً قد مُنحت في هذا المضمار في غضون الحرب العالمية الثانية للممثلة هيدي لامار (Hedy Lamarr (هيدي ماركي) (Hedy Markey)، والملحن جورج أنثيل (George Antheil) (#2,292,387, Secret Communication system, 1942)) التي كانت مبنية على أساس تسلسل الضجيج في آلية صخب البيانو. فبالنسبة لهذه التطبيقات ومن دون الوصول الاستعدادي للبيانو، يمكن استخدام مسجل إزاحة تغذية خطية مرتجعة (Linear Feedback Shift Register) (LFSR) كبديل. فطلب N لمسجل إزاحة تغذية مرتجعة خطية يحقق علاقة الاستدعاء الذاتي (Recursion Relation) المبين في الشكل (13.13).

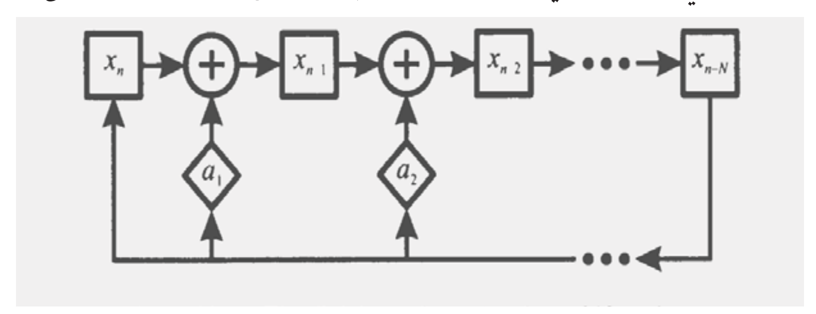
$$x_n = \sum_{i}^{N} a_i \, x_{n-i} \pmod 2 \quad \textbf{(25.13)}$$

حيث x و a هما متغيران ثنائيان، وإن $(mod\ 2)$ يمثل العملية الحسابية التي تُعطي باقياً من القسمة على 2. ويطلق على التردد الذي يسجل ويحصل على تحديثات تسمية معدل الرقاقة (Chip Rate).



الشكل 13.13: مسجل إزاحة تغذية خطية مرتجعة.

يتم تغذية آخر بِتّ تغذية راجعة لأول مرة بعد مرورها من خلال العديد من الالتواءات (الأفاعي الكهربائية[*] (Adders)) التي تتواجد فيها مراحل التسجيل، لتتمكن من استحداثات تأخير النشر الذي سيكون كبيراً. ويمكن تصحيح ذلك بواسطة مكافئ غاليوس (Galois Equivalent) أو بنية معيارية (Modular Configuration) المبين في الشكل 14.13. وهذا يضع الأفاعي الكهربائية ما بين مراحل التسجيل، بحيث تكون الإضافة هي التراكمات في البتّات وكأنها تسير قُدُماً من خلال تلك المراحل.



الشكل 14.13: مكونات غاليوس لإزاحة التسجيل.

(*) ملحق صغير لبوابة EXCLUSIVE OR يمكّن من الحصول على دائرة كهربائية، ليس من شأنها فقط إضافة رقمين ثنائيين فقط ولكنها أيضاً يمكنها إعطاء قليل من الإلكترونات عن طريق الاقتراض للدوائر الكهربائية الأخرى. وسمية بالأفاعي الكهربائية لالتواءاتها المتعددة التي تشبه الأفعى (المترجم).

الجدول 1.13: بالنسبة إلى أقصى مسجل إزاحة تغذية خطية مرتجعة $x_n = \sum_i^N a_i x_{n-i} \pmod 2$ فارق الزمن لقيمة i عندما تكون $a_i = 1$ بالنسبة إلى أمر يتكون من N عملية (كلّ ما تبقى تكون فيه قيمة a_i مساوية للصفر).

I	N	I	N	i	N
1, 2, 7, 24	24	1, 3, 4, 13	13	1, 2	2
3, 25	25	1, 6, 10, 14	14	1, 3	3
1, 2,6, 26	26	1, 15	15	1, 4	4
1, 2, 5, 27	27	1, 3, 12, 16	16	2, 5	5
3, 28	28	3, 17	17	1, 6	6
2, 29	29	7, 18	18	3, 7	7
1, 2, 23, 30	30	1, 2, 5,19	19	2, 3, 4, 8	8
3, 31	31	3, 20	20	4, 9	9
1, 2, 22, 32	32	2, 21	21	3, 10	10
13, 33	33	1, 22	22	2, 11	11
1, 2, 27, 34	34	5, 23	23	1, 4, 6, 12	12

الجزء الصعب في تنفيذ أي طيف انتشار، هو الجزء الذي يتم فيه المزامنة مع الإرسال والاستقبال لمسجلات التحول. ويتألف هذا الجزء الصعب من قسمين: الاكتساب (Acquisition) (وضع المسجلات في موضع يمكنها من تصحيح بِتّ (Bit) السلسلة)، والقسم الثاني من ثم التعقب (Tracking) (متابعة الانحرافات ما بين الأزمان الموضعية). الحل الأكثر استقامة، والذي كثيراً ما يستخدم، هو ما يسمى بـ القوة الغاشمة (Brute-Force) التي هي واحدة من قوى التحول التدريجي لاستقبال التسجيل، والترابط المتبادل (Cross-Correlating) مع الإشارة الواردة، حتى يتم العثور على التقاطع ما بين الإشارات. إلا أن هذه العملية هي عملية بطيئة تحد من سرعة انتعاش إشارة.

البديل التقريبي لإضافة رسالة إلى إرسال مسجل إزاحة التغذية الخطية المرتجعة (LFSR) هو:

(26.13)

$$x_n = m_n + \sum_{i=1}^{M} a_i \, x_{n-i}$$

ومن ثم يضاف ذلك إلى مخرجات تغذية مسجل الاستقبال مع نفس السلسلة، فتصبح المعادلة أعلاه:

(27.13)

$$r_n = x_n + \sum_{i=1}^{M} a_i \, x_{n-i}$$

$$= m_n + \sum_{i=1}^{M} a_i \, x_{n-i} + \sum_{i=1}^{M} a_i \, x_{n-i}$$

$$= m_n$$

(يجب أن نتذكر أن $x + x = 0 \; mod \; 2$). هذا الضبط هو لـ المزامنة الذاتية (Self-Synchronizing) يسترد تلقائياً الرسالة، ولكن بسبب دخول الرسالة في المسجل الضجيجي فلا يمكن أن نضمن أنها الأمثل، والمتلقي هو أكثر عرضة للأخطاء والملاحظة العلمية(*) (Artifacts).

البديل الممتع يبدأ بالاعتراف بأن دارة لولبية تثبيت الطور تؤدي إلى اكتساب المطلوب وتتبع الإشارة الدورية. ويمكن مد ذلك ليشمل السلسلة العشوائية المزيفة من خلال الاستعاضة عن مسجل إزاحة التغذية المرتجعة الخطية (LFSR) بـ مسجل إزاحة تغذية ارتجاعية تماثلية (AFSR) (Analog Feedback Shift Register)، التي هي عبارة عن خريطة ذات قيمة حقيقية.

(28.13)

$$x_n = \frac{1}{2}\left[1 - \cos(\pi \sum_{i=1}^{N} a_i \, x_{n-i})\right]$$

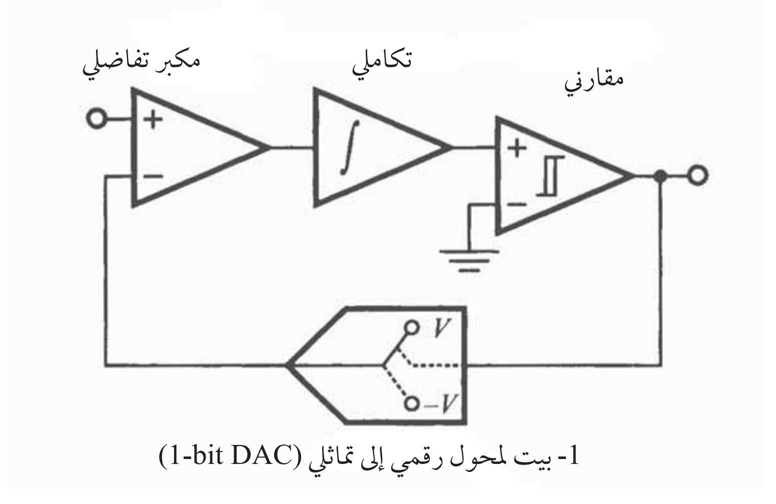
مع نفس خلفيات قيم a_i المقابلة لقيم مسجل إزاحة التغذية الخطية المرتجعة (LFSR)، كِلا الدالتين تلك توافق القسم الرقمي، ولكن الحرية التماثلية في مسجل إزاحة

(*) وتكتب أحياناً (Artefacts) وهي تعني ملاحظة شيء في التحقيق العلمي أو التجربة ليس موجوداً أصلاً بشكل طبيعي ولكن يحدث نتيجة لإجراء إعدادي أو التحقيق (المترجم).

التغذية الارتجاعية التماثلي تتيح الالتحام المقترن بـتسلسل عشوائي مزيف (Gershenfeld & Grinstein 1995).

4.2.13 الرقمنة

بعد أن يتم تضخيم الإشارة، وتصفيتها، وعدم تضمينها تكون دائماً الخطوة الأخيرة في هذه العملية هي رقمنتها في مبدّل تماثلي رقمي (A/D أو Analog-to-Digital Converter (ADC)). وهذه العملية تبدأ عادة مع الدائرة الكهربائية عيّنة وتماسك (Sample-and-Hold) لتخزين ڤولطية على مكثف، وللحفاظ على ثباتها أثناء عملية التحويل، يعقبها بواحدة من استراتيجيات تحويل الڤولطية التماثلي إلى الرقمنة.



الشكل 15.13: محوّل رقمي إلى تماثلي دلتا – سيغما.

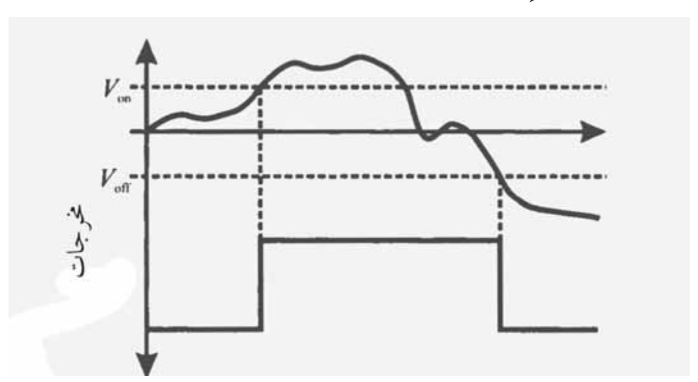
ولعل المبدّل التماثلي الرقمي الومضي (Flash ADC) يُعد هو الأسرع من أي شيء آخر، إذ له العديد من المقارنات التماثلية كحالات المخرجات المحتملة (على سبيل المثال $2^8 = 256$ مقارنة بـ 8-bit A/D).

تتم عملية التحويل في خطوة واحدة، ولكن من الصعب أن يتم ترتيبها بصورة دقيقة بسبب العديد من المقارنات، والأصعب من ذلك هو توسيع نطاق هذا النهج ليشمل العديد من البِتّات. ويستخدم تقريب متتالٍ لمبدّل تماثلي رقمي (Successive Approximation A/D) شجرة من المقارنات لتبسيط الدائرة الكهربائية، على حساب بطء التحويل، ومن ثم التحقق لمعرفة ما إذا كانت الڤولطية أعلى أو أدنى من متوسط المدى، ومن ثم الاختبار ما إذا كان في الربع العلوي أو السفلي من هذا النصف، وهكذا دواليك.

في المَيْل المزدوج لمبدّلٍ تماثلي رقمي (Dual-Slope A/D)، يتم استخدام مدخلات ڤولطية لشحن المكثف، ثم يتم قياس الوقت اللازم لأداء ذلك. هذا يلغي الحاجة لكثير من المقارنة الدقيقة، كما يمكن أيضاً رفض بعض الضجيج الذي سيصبح نتيجة تعتمد على متوسط معدل الشحن فحسب. ويتم تثبيت عدد البِتّات بموجب دقة التوقيت.

يمكن لـ محوّلٍ رقمي إلى تماثلي دلتا – سيغما (Delta-Sigma A/D) أن يحول أيضاً ڤولطية إلى نطاق زمن، ولكن بطريقة تسمح للدقة أن تحدد الحاجة بشكل حيوي (الشكل 15.13). تذهب المدخلات أولاً إلى مكبّر الصوت التفاضلي، ومن ثم إلى التكامل التماثلي. بعد ذلك تقارن المخرجات رقمياً ما بين 1 و0، لمعرفة ما إذا كانت المخرجات التكاملية موجبة أو سالبة. وتهيأ هذه المخرجات على أساس أنها تمثل قادح شميت (Schmitt Trigger) الشكل (16.13)، التي تمتلك بعض التباطؤ في الرد، بحيث لا يمكن أن تنتهي لكون المدخلات قد تجاوزت عتبة الڤولطية. وهذا يسيطر على التبديل ما بين المسارات الڤولطية، التي قد تذهب إلى المدخلات السلبية لمكبّر الصوت التفاضلي.

لننظر ماذا سيحدث لو أُرضت المدخلات. سيتم فرض التكامل بواسطة إمدادات ڤولطية كهربائية حتى يتم الوصول إلى عتبة المقارنة لغرض التشغيل، تقليب[*] (Flipping) مخرجات البِتّ. ومن ثم التبديل والانتقال إلى السكة المعاكسة، التي تقود التكامل إلى الأسفل حتى تصل إلى مستوى أقل من عتبة المقارنة. فمخرجات البِتّ ستدور ما بين 0 و1، مع تردد محدد بواسطة ثابِتّ زمن التكامل.



الشكل 16.13: زناد شميت.

(*) التقليب مصطلح يستخدم في المقام الأول في الولايات المتحدة لوصف شراء الأصول المدرة للدخل وسرعة إعادة بيعها من أجل الربح. وعلى الرغم من أن التقليب يمكن أن ينطبق على أي أصول أخرى، إلا أنه غالباً ما يطبق هذا المصطلح على العقارات والاكتتابات العامة الأولية، ويبدو أن تقلب قيمة مدخلات البِتّ في الفيزياء واكتسابها ڤولطية مختلفة من وقت إلى آخر هو الذي دفع المؤلف إلى استخدامه (المترجم).

فإذا كانت المدخلات غير صفرية، فسيكون هناك عدم تناسق بين زمن الشحن والتفريغ، مع معدلات نسبية محددة بواسطة معرفة من أين تلك المدخلات تلك في مدى الفولطية. كما أن جزءاً من الوقت في سلسلة البِتّ الناتجة هو 1 أو 0، يمكن تحديده من خلال ترشيح رقمي ليعطي فولطية المدخلات. وعليه فإن الجمالية في هذا النهج تكمن في أنه بالإمكان الحصول على الكثير من الحلول البسيطة من خلال تغيير مُعامِلات المرشح الرقمي لامتلاك زمن ثابِتّ أطول.

إن شيئاً من هذا القبيل ممكن الحدوث مع محوّل رقمي إلى تماثلي، طالما كان هناك ما فيه الكفاية من الضجيج. فعملية الرقمنة تُدخل للإشارة بعض الأخطاء، التي يمكن تقريبها من خلال مصدر الضجيج الغاوسي (Gaussian Noise Source) مع ضخامة تساوي البِتّ الأقل أهمية. فإذا كان حقيقةً هناك ضجيج في ذلك التضخيم، فبالإمكان استخدام إعادة القراءة لتحسين التقدير الذي هو أدنى من دقة البت. ولهذا السبب، فإن المحولات ذات الكفاءة العالية تضيف عمداً الكثير من الضجيج إلى الإشارة قبل الرقمنة. وتُدعى هذه العملية بذات العينة المفرطة (Oversampling)، وذلك لأن التحويلات تحدث أسرع مما هو مطلوب وفقاً لنظرية أخذ العينات لنيكويست (Nyquist Sampling Theorem).

هناك أجهزة مماثلة تعمل بالاتجاه المعاكس في محوّل رقمي إلى تماثلي (Digital-to-Analog Converter) (DAC or D/A). يمكن استخدام سلم مقاوم لتحويل مجموعة من البِتّات إلى فولطية، ولكن كما هو العمل مع مبدّل تماثلي رقمي ومْضي سيحتاج ذلك إلى تشذيب دقيق للمكونات، ولكن ليس هناك مقياس للدقة العالية. وهنا أيضاً يُتيح نهج دلتا – سيغما استخدام الاستبانة الزمنية (Temporal Resolution) للحصول على دقة الفولطية باستخدام نفس الدائرة الكهربائية المعروضة في الشكل (15.13)، ولكن في هذه الحالة يتم ذلك باستخدام المنطق الرقمي. حيث يؤخذ الفرق ما بين المدخلات والمخرجات، وتجمع تراكمياً، وتستخدم لإطلاق المقارنة. وهذا ما سوف يتحكّم بالتبديل ما بين سكك المخرجات التماثلية، لإنتاج شكلٍ موجي ذي متوسط فولطية صحيح. عامل الترشيح التماثلي الناعم هذا هو لإنتاج الدقة المطلوبة، حيث يتم تحديد استجابة التردد بواسطة سرعة الساعة، وذلك لاستكمال الدوران اللولبي. لأن هذه العملية هي أسهل بكثير من غيرها لزيادة قيمة دقة المكون، ولذلك نجد أن محولات دلتا – سيغما تهيمن على التطبيقات العالية الأداء مثل الصوت الرقمي.

3.13 الترميز

الآلات مثل الناس يمكن أن تُخطئ، ويمكن جعلها تتكلم كثيراً، ولها أسرار. القسم الأخير هذا يأخذنا بنظرة خاطفة على البعض من الكثير من التقنيات، للحد من التكرار (ضغط)، وتوقع حدوث الأخطاء (قناة الترميز)، وإصلاحها (تصحيح الخطأ)، وحماية المعلومة (التشفير (Cryptography)). كل هذه الصيغ ستكون متعلقة بنقل الرسائل الرقمية من خلال قناة ما، ولكن يمكن تطبيق نفس الفكرة لأي موضوع يقبل مدخلات ما، ويُعطي مخرجات، مثل المعالج (Processor) أو الذاكرة (Memory).

1.3.13 الضغط

خطوتنا الأول هي الضغط (Compression)، فإذا كان هناك تكرار في رسالة ما، بحيث إن هناك شيء يتكرر مراراً ومراراً ومراراً... ومراراً، لعله من المفيد إزالة هذا التكرار من خلال القول (تكراراً لـ 15 مرة). هذا ما هو إلا مثال لـ ترميز طول التشغيل (Run-Length Code)، وهو يحل محل كتل التكرار مع وصف طولها.

الأفضل من ذلك هو أن ندرك أن الرسائل المشتركة تتطلب عدداً أقل من البِتّات لإرسال تلك الرسائل غير الشائعة. حيث ينفذ ذلك عن طريق ترميز هافمان (Huffman Coding). وقد تم توضيح الفكرة في الشكل (17.13)، إذ يوضح احتمالات الدلالات النسبية للحروف المعلولة في **الكتاب المقدس** لكنغ جيمس (King James Bible). فإذا تم ترميز الحرف، ببساطة، على أساس أنها مجرد بتّات، فإن بعض سلاسل البِتّ سيصادف حدوثها في كثير من الأحيان أكثر من غيرها، وذلك بسبب عدم تكافؤ احتمالية الحرف. فالسلسلة المشفرة على نحو أمثل، نجد فيها الواحدات والأصفار وجميع التركيبات الممكنة من المحتمل أن تكون متساوية مع بعضها البعض. يبدأ ترميز هافمان من خلال تجميع الرموز مع أصغر الاحتمالات لتعريف رمز جديد فعال، والشروع بهذه الطريقة هو محاولة للتوازن ما بين الاحتمالات في الفروع. لنقرأ مرة أخرى بصورة معكوسة من اليسار إلى اليمين لفك شفرة السلسلة، سنجد أن عدد البِتّات المتغيرة المستخدمة تعتمد على التردد في الرسالة. ويستخدم طول تشغيل ترميز هافمان (Run-Length Huffman Code) في الفاكس المعياري من نوع CCITT.

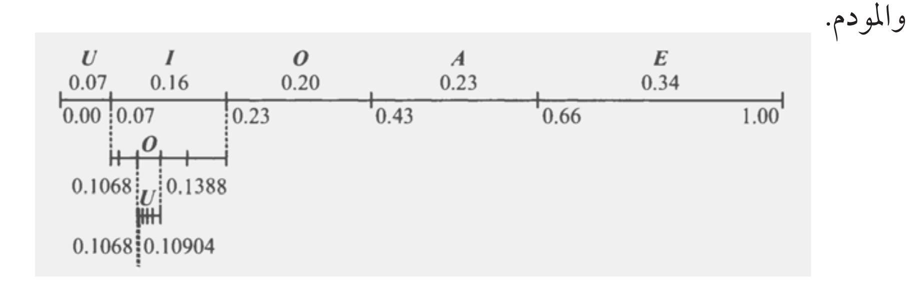


الشكل 17.13: ترميز هافمان لحروف العلة.

يعتمد نجاح تكنيك هافمان للضغط على مدى جدوى إمكانية تطابق الاحتمالات في الشجرة (الشكل 17.13). فالسلاسل الطويلة بشكل متقارب مع بعضها بعضاً ستنجح في الالتزام بما يمليه شانون إنتروبي[*] (Shannon Entropy)، ولكن نجاح هذا الأمر لا ينطبق على السلاسل القصيرة. فالنهج الحديث، الانضغاط الحسابي (Arithematic Compression) هو الأقرب كثيراً لهذا الحد من السلاسل القصيرة (شكل 18.13). حيث يقسم فاصل الوحدات إلى مقاطع مع أطوال مقابلة لاحتمالات النسبية للرمز. ويستخدم رقم واحد لترميز السلسلة، وتكون مقيدة بالحد الفاصل المرتبط برمزها الأول. حيث يتم من بعدها تقسيم هذا الحد الفاصل لأجزاء أصغر تحمل نفس القيم، من أجل إيجاد فترات فاصلة جزئية ثابتة من خلال الرمز الثاني. ولعل هذا الحد الفاصل سيعمل على تقسيمها مرة أخرى نسبة إلى الرمز الثالث، وهكذا دواليك. والآن قد يكون **الكتاب المقدس** كله قد تمت كتابته برقم واحد. وهذا وحده بالطبع لا يمكن اعتباره انضغاطاً، وذلك لأن الرقم سيكون طويلاً جداً. ولكن هذا الانضغاط يأتي حينما تُكتب الحدود الفاصلة على أساس الدقة الثابتة للكسور الثنائية بدلاً من الدقة اللامتناهية لأعداد الجذر الحقيقي للأرقام. ومن ثم سيعكس متوسط عدد البِتّات المستخدمة لكل رمز احتمالاتها النسبية، بما يتناسب مع تلك الدقة.

(*) في نظرية المعلومات الإنتروبي بشكل أكثر تحديداً "شانون إنتروبي"، هو القيمة المتوقعة (المتوسط) للمعلومات الواردة في كلّ رسالة وردت. هكذا الاعتلاج يميز الشكوك حول مصدر من مصادر المعلومات والمصادر الأكبر عشوائية. ويتميز المصدر أيضاً بالتوزيع الاحتمالي من العينات المستخلصة منه. والفكرة هنا هي، أنه من المنطقي تحديد المعلومات الموجودة في السلبية للوغاريتم توزيع الاحتمالات. والتوزيع الاحتمالي للأحداث، إلى جانب كمّية من المعلومات من كل حدث، قد يشكل المتغير العشوائي الذي (وهو ما يسمى أيضاً القيمة المتوقعة) متوسط كمّية المعلومات الناتجة عن هذا التوزيع (المترجم).

مازال الانضغاط الحسابي (Arithmetic Compression) يتطلب معرفة احتمالات المصدر. وهذا قد يكون غير ممكنٍ بسبب عدم الاستقرارية (Non-Stationarity) أو عدم الإلمام (Unfamiliarity). فالضواغط الشاملة تحاول تحقيق متجهات شانون للمصادر العشوائية من خلال البناء التكيفي لوصفها. ومخطط ليمبل – زيف – ويلخ -Lempel) (Ziv-Welch (LZW) (Welch, 1984) يظهر في الشكل (19.13)، حيث يتم استخدام المتغيرات تلك في معظم معايير الأدوات المساعدة لانضغاط الملفات في الحواسيب، والمودم.



الشكل 18.13: الترميز الحسابي لـ IOU.

يبدأ المرمز مع المعجم الذي يحتوي على الرموز المحتملة، في هذه الحالة 0 و 1. ومن ثم يعمل من خلال السلاسل، مضيفاً مدخلات جديدة للقاموس على النحو الذي تواجهه، ومضيفاً عنوان الإرسال للبادئة المعروفة لوحدة فك الرمز، التي يمكن أن تتبع الخوارزمية العكسية لإعادة بناء كل من القاموس والسلسلة. فإذا كان هناك N من عناوين البِتّات المستخدمة لعناوين القاموس فمن المحتمل خزن ما يقارب 2^N من السلاسل، التي قد تكون أطول بكثير من N. وحيث إن القاموس سيكون في حالة امتلاء، فإن وحدة الترميز ووحدة فك الترميز يحتاجان إلى المشاركة في خوارزمية تشذيب، مثل طرد السلاسل الأقل استخداماً.

حتى الآن مازلنا نغطي ضياع الانضغاط (Lossless Compression) للبيانات، التي يمكن عكسها لإيجاد سلسلة المدخلات. علماً أن ضياع الانضغاط لا يمكن حدوثه، لأن هذا قد يبدو تقصيراً في أداء واجب الهندسة. فإذا كان الهدف هو نقل فيلم بدلاً من حساب مصرفي، فإن كل هذه الحالات تبدو متشابهة. ولمعرفة لماذا نحتاج ذلك، لنركز على فيديو نظام التلفزة الوطنية المتماثل (NTSC Analog Video)، الذي يوفر ما يقارب 640×480 بتات لدقة الشاشة عند 30 لقطة في الثانية الواحدة (Pritchard & Gibson 1980). فإذا سمحنا لأنفسنا بـ 8 بِتّات لقيم كلّ من اللون الأحمر والأخضر والأزرق، فإن إرسال قناة NTSC الرقمية تتطلب:

1 0 1 0 1 0 1 0 1

prefix	*next character*	*transmitted entry*	*dictionary*
1	0	1	0 1 10
0	1	0	0 1 10 01
1	0	*	0 1 10 01
10	1	10	0 1 10 01 101
1	0	*	0 1 10 01 101
10	1	*	0 1 10 01 101
101	0	101	0 1 10 01 101 1010
0	1	*	0 1 10 01 101 1010
01	0	01	0 1 10 01 101 1010 010

الشكل 19.13: ترميز ليمبل – زيف – ويلخ (LZW) لسلسلة دورية.

$$640\,pixels \times 480\,pixels \times 24\,\frac{bits}{pixel} \times 30 \times \frac{frames}{s} = 221 \times 10^{6}\,\frac{bits}{s} \qquad \textbf{(29.13)}$$

يجب أن تكون الشبكة السريعة مشبعة بالمعايير التي يعود تاريخها لعام 1941. فمعايير مجموعة خبراء نقل الصورة (Moving Picture Experts Group) (MPEG) تم تقليلها بواسطة عدد من تسلسلات معدل حجم البِتّ التي نحتاجها لتوفير فيديو مقبول (Sikora, 1997). لقد أنجزوا ذلك من خلال الاستفادة من بعض الحيل الحسية، وهذا هو السبب الذي يجعلنا نتساءل، لماذا غادر ضياع الترميز من التصميم الهندسي الدقيق، وأصبح فناً يعتمد على النظرة الثاقبة للتطبيق.

عادةً ما تكون تفاصيل البنية الدقيقة في الصورة غير مهمة، فالترتيب الدقيق لشفرات قص العشب في الحقل لا يمكن تخيلها. ويستفيد تكميم المتجه (Vector Quantization) من هذه الرؤية لتوسيع الإشارة في الموّجه الأساس، ومن ثم تقريبها بواسطة استخدام النماذج القريبة (Clarke, 1999). هناك ما يحجب الترددات حول الإشارة القوية، لذلك يمكن التخلص منها (Schroeder et al., 1979). وعليه فإن انضغاط مجموعة خبراء نقل الصورة (MPEG) يفعل كما يفعل الترميز التنبؤي (Predictive Coding) لإرسال التحديثات فقط إلى ماهية ما سيعمل النموذج المتوقع للإشارة. وهذه عملية فعالة كما هو في النموذج فحسب. وبرنامج الفيديو الأكثر تطوراً تم بناؤه بما يكفي في الفيزياء ليكون

قادراً على وصف الأشياء بمشاهد حية بدلاً من قيم البيكسل المرتبطة مع وجهة نظر معينة تجاهها (Bove, 1998).

2.3.13 تصحيح الخطأ

بمجرد إبلاغ الرسالة بأكبر قدر من الكفاءة، فإن المهمة التالية ستكون التأكد من أن الإرسال قد تم بموثوقية ضرورية. وتتم هذه العملية بواسطة عدم تنفيذ بعض الانضغاط، مضيفاً بروية ما يكفي من التكرار، بحيث يمكّن من تحديد الأخطاء وتصحيحها.

إن أبسط اكتشاف للخطأ يتم عن طريق إضافة (Mod 2) لكل البِتّات في بيانات الكلمة، وذلك من أجل إيجاد التكافؤ (Parity) وإلحاق هذه القيمة بالسلسلة. وعليه يمكن للمتلقي استخدام بِتّ التكافؤ للإمساك بأي خطأ بت، لأنها ستغير التكافؤ. وهذا يمنع استخدام البيانات الخاطئة، لكنه لا يتمكن من إزالة الخطأ. فإذا ما أرسلت كل بِتّ ثلاث مرات، فإن البِتّ الغالبة يمكن أخذها، ليس في حالة الإمساك فحسب، بل حتى في حالة تصحيح خطأ البِتّ الواحدة في الثلاثية. ولسوء الحظ إن هذا سيضاعف أيضاً معدل البيانات ثلاث مرات. فالأغلبية حقيقة فوق عملية التصحيح: يمكن إصلاحها على أن هناك العديد من الأخطاء لوجود بِتّ مرمزة، والتي يمكن أن تكون بعيدة كل البعد عن حاجتنا.

تصحح كتلة الترميز (Block Code) عدداً قليلاً من البِتّات بأقل مقدار من التحميل. ففي كتلة الترميز (n, k)، حيث تمثل k عينة البيانات المرسلة في كتلة لـ n من الرموز المرمزة، ناهيك عن إدخال $n - k$ من الرموز المشفرة في الكتلة لتصحيح الخطأ. فبالنسبة إلى عدد m من ترميز هامينغ (Hamming Code)، يكون $n = 2^m - 1$ و $k = 2^m - 1 - m$. وبناء الكتلة تبدأ مع $(2^m - 1 - m) \times (2^m - 1 - m)$ لغرض توليد مصفوف G، التي تعتبر $m = 3$ فتكون

(30.13)

$$G = [P^T\ I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حيث إن I هي مصفوفة موحدة $m \times m$، و P يمتلك كل أعمدة المصفوفة المحتملة لـ m من عناصر المتجه مع أكثر من عنصر واحد غير صفري. وإن بيانات المتجه $\vec{d}$ مع $(2^m - 1 - m)$ من المكونات المرتبطة مع $(2^m - 1)$ من عناصر تشفير الكلمات $\vec{c}$ بواسطة:

$$\vec{c} = G^{T} \vec{d} \tag{31.13}$$

ويمكن تلقي ذلك بصورة $\vec{r} = \vec{c} + \vec{\eta}$ مع احتمالية حدوث خطأ مقداره $\vec{\eta}$. فالمتجه المتلقي سيكون بالتالي مضروباً بـ مصفوفة التأكد من المكافئ (Parity Check Matrix):

$$H = [I \;\; P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{32.13}$$

ولإيجاد المتلازمة نستدل بالآتي:

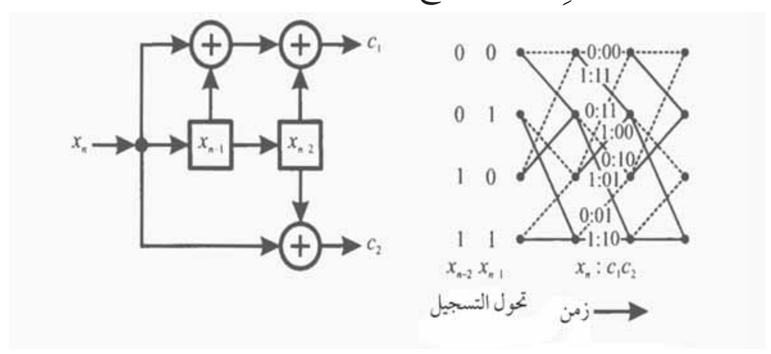
$$\begin{aligned} \vec{s} &= H\vec{r} \\ &= H G^{T} \vec{d} + H\vec{\eta} \\ &= [I \; P] \begin{bmatrix} P \\ I \end{bmatrix} \vec{d} + H\vec{\eta} \\ &= P + P + H\vec{\eta} \\ &= H\vec{\eta} \end{aligned} \tag{33.13}$$

السطر الأخير من المعادلة يتبع حساب الأعداد الثنائية حيث 1+1 = 0+0 = 0 = 0. ولما كان كل عمود من مصفوفة التأكد من المكافئ فريداً، وإذا كان هناك خطأ في بِتّ واحدة فإن العنصر المتخلف من $\vec{\eta}$ يمكن قراءته وتصحيحه. فالأخطاء لأكثر من بِتّ بالإمكان أيضاً تمييزها، ولكن بسبب المتلازمة التي ستكون غير فريدة فلا يمكن تصحيح تلك البِتّات. هذا الروتين قد يعمل، لأن كل تشفير الكلمات مختلف على الأقل بثلاثة بتات («مسافة هامينغ» (Hamming Distance) هي 3 أو أكثر)، بحيث يكون المتجه بـ بِتّ واحدة يمكن أن يحدد على أنه فريد من نوعه.

لا يجب أن تتشبث الأخطاء بالكتل ولا حتى بالمرمزين. فذاكرة الرمز المتلوي (Convolutional Code) ما هي إلا عرضٌ لفك الترميز، بحيث يعتمد على التاريخ الذي تم تلقي الترميز فيه، وهو ما يساعد على تصحيح الخطأ من خلال الاستفادة من المعلومات التي لا تكون متجاورة في وقت الحاجة. هذه الفكرة مبينة في الشكل (20.13). حيث تدخل بيانات البِتّات في مسجل التحول، الذي يغذيها ويلخصها للحصول على ترميز البت. وهذا المثال يمتلك نسبة النصف، ليحول كل بيانات أي بِتّ إلى ترميز اثنين من البِتّات. فليس هناك أي تصميم لأي نظرية تماثلية للقيم القصوى لمسجلات إزاحة

تغذية مرتجعة خطية، الغرض منها إيجاد تسلسلات الاستفادة المثلى (Optimal Tap Sequences)، ولكن القيم الجيدة قد تم اكتشافها مختبرياً (Larsen, 1973).

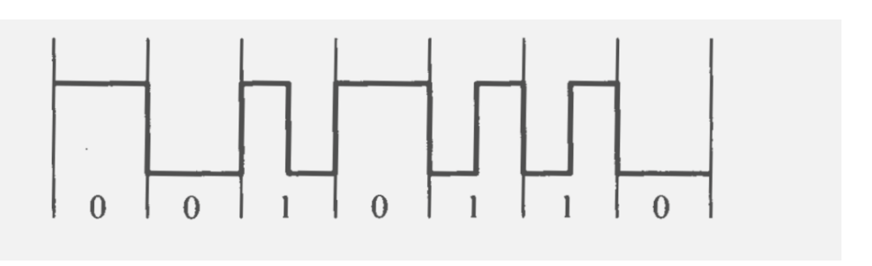
الفهم الأفضل لعمل آلة الرمز الملتوي يمكن أن يتم من خلال التعريشة (Trellis) المبينة في الشكل 20.13. هناك أربع حالات ممكنة لتحول المسجل، كل حالة من هذه الحالات يمكن أن تُتبع بمدخلات صفر أو واحد. وتظهر جميع الانتقالات، حل زمن كل خطوة، مصنفة بواسطة رمز بِتّ مرتبطة مع الحالات.



الشكل 20.13: مرمز التلافيف، ووصف مدخلات التعريشة. وصفت الارتباطات بواسطة بيانات البِتّ: ترميز البتّات، بخطوط منقطة للارتباطات المرتبطة صفَيّاً.

عندما تتلقى وحدة فك الترميز سلسلة من بتات الترميز، عنده يمكن تحديد ماهية الانتقال بواسطة إيجاد المسار من خلال التعريشة مع أصغر مسافة لـ هامينغ من ما تمّ تلقّيه. ويعود سبب ذلك إلى الترابط الذي تم إنشاؤه بواسطة الترميز، ويمكن أن يعتمد هذا على التاريخ الكامل للإشارة. فقد تبدو مهمة فك الترميز مهمة شاقة: إذا كان هناك N من زمن الخطوات، وكان هناك M من الكلمات المرمزة، فعليه يكون هناك N^M من السلاسل لا بد من التحقق منها. ولكن، لما كانت التعريشات تجعل الترميز واضحاً، عندما تلتقي سلسلتان في عقدة ما فعليه يجب أن نتتبع فقط تلك التي تبدو أكثر رجحاناً. فلو أعطينا سلسلة تم تلقيها مسبقاً، فإن فك الترميز يمكن أن يتطور من خلال تمريره إلى الأمام من خلال التعريشات، وتقييم أصغر مسار للخطأ عند وصوله لكل عقدة، ومن ثم تمرير القراءة العكسية من آخر عقدة مع أصغر آخر خطأ. وهذا هو ما يُدعى بـ «خوارزمية فيتربي» (Viterbi Algorithm) (Viterbi & Omura 1979). ففي هذه الخوارزمية تسقط التكلفة الحسابية منN^M لترتيب NM، وفرة لابأس بها! ومن خلال

إعطاء هذا الفرق فإنه من غير المفاجئ أن نقول إن هذه الرؤيا متكررة في التقدير الاحتمالي (Gershenfeld 1999a)، وفي الآلية الإحصائية التي يكون فيها من الممكن تصميم أنظمة تدور وتمتلك حالة تأريض لسلسلة فك الترميز (Sourlas 1989). المسألة رقم 6.13، تنجز من خلال مثال فك الترميز الفيتبري.



الشكل 21.13: رمز مانشستر.

الجدول 2.13: جدول ترميز لطول تشغيل محدود لرمز ((RLL(2,3)

البيانات	رمز الكلمة
00	**1000**
01	**0100**
100	**001000**
101	**100100**
111	**000100**
1100	**00001000**
1101	**00100100**

3.3.13 قناة الترميز

بعد الانضغاط وتصحيح الخطأ تأتي خطوة أساسية أخيرة هي قناة الترميز (Channel Coding). ويكون مكان هذه الخطوة عند منع تلافي حدوث الأخطاء من خلال تعديل الرسالة لتكون ملائمة لقيود قناة الترميز. فعل سبيل المثال، إذا كان هناك الكثير من الأرقام المتطابقة مكتوبة في صف ما إلى القرص المغناطيسي، فإن الرأس القارئ سيتشبَّع بهذا الاتجاه، وإذا كان الانتقال قد حدث بصورة نادرة، فإن ساعة

النظام ستفقد الخاصية التزامنية، وإذا كان متوسط العدد للرقم 1 لا يتطابق مع متوسط عدد رقم 0 فستكون هناك مغنطة صافية للقراءة، وإذا كانت التقلبات تحدث بصورة سريعة جداً فلن تكون هناك احتمالية تمكننا من متابعتها. وتسمى هذه العملية بنظام طول تشغيل محدود (Run-Length Limited) (RLL).

هناك حل بسيط لهذه المعضلة هي استخدام رمز مانشستر (Manchester Code). إلا أن هذا الحل البسيط يقلب المدخلات في بداية كل مرحلة، ومن ثم تنقلب مرة أخرى في وسط الفترة لتصبح رقم 1. فمن الآن فصاعداً يتم تمثيل البِتّ المنطقية بواسطة توقيت الانتقالات في بِتّ القناة، مع ضمان أن يكون انتقالاً واحداً على الأقل لكل بت. وهذه الطريقة سهلة الفهم والتنفيذ، إلا أنها ذات عيب كبير جداً في مضاعفة متوسط الترميز، وأنها لا تزال تستخدم في التطبيقات التي معدل البِتّ فيها يمكن أن يختلف بشكل كبير، مثل حالة قراءة بطاقات الائتمان.

الاستخدام الأكثر كفاءة بكثير مما ذكرناه أعلاه يمكن أن يكون من ما تحدثه الوسيلة المبنية صراحة ضمن حدودها. فعلى سبيل المثال، تستخدم محركات الأقراص وعلى مدى سنوات طويلة نظام ترميز طول تشغيل محدود من النوع RLL(2,7)، الذي يقيد الحد الأدنى للمسافة بين البِتّات بمقدار 2 والحد الأقصى بمقدار 7 من خلال ترميز البيانات وفقاً إلى جدول البحث عن الكتلة المتغيرة الطول (الجدول 2.13). ونظراً لأهمية تعظيم كثافة التخزين، فما زالت الرموز الأكثر كفاءة تستبدل بتلك الأقل، ولعل الطريقة الأكثر شيوعاً لفهم ذلك هي تلك التي تتم من خلال لغة ديناميكية رمزية (Symbolic Dynamics)، أي استحداث أنظمة ديناميكية تقوم بتحويل الرمز الخاضع لمجموعة من القيود (Lind & Marcus, 1995).

4.3.13 التشفير

التقنيات الآنفة الذكر تأسس لموثوقية قناة من خلال أجهزة غير تامة، ولكن هذه الأجهزة بإمكانها توليد أخطاء بدلاً من إعطائنا ميزة معينة، فإذا كان المتلقي غير هادف لترميز المعلومات، بحيث يمكن السيطرة على كيفية الوصل إليها في نطاق التشفير (Cryptography) (Simmons, 1992). الرؤيا الأساسية وراء نظم الترميز الحديثة تكمن في إمكانية عدم وجود التماثل في المعلومات المطلوبة لترميز وفكّ ترميز الرسالة.

ففي مفتاح التشفير العام (Public Key Cryptography) (Diffie & Hellman, 1976; Merkle 1978)، الشخص الذي يريد الحصول على انتقال آمن يمكنه أن ينشر علناً رقم المفتاح العام الذي يمكن أن يستخدمه أياً كان لتشفير الرسالة، ولكن المفتاح السري الخاص (Secreye Private Key) يتطلب فك تشفيره. وهذا يعتمد على وجود دالة الاتجاه الواحد (One-Way Function)، التي من السهولة تقييمها، ولكن من الصعب عكسها.

يعتمد نظام خوارزمية تشفير أر - أس - آي[*] (RSA) أينما تكون موجودة على صعوبة عواملها. وتبدأ هذه الخوارزمية بالتقاط رقمين أوليين كبيرين لنقل q و p، حيث يكون ناتج ضربهما ببعض هو $n = pq$. ومن ثم هناك رقمان صحيحان، لنقل هما، d و e تم اختيارهما لـ:

$$ed = 1 + (p-1)(q-1)r \quad (34.13)$$

فبالنسبة إلى بعض الأعداد الصحيحة مثل r، يكون d معكوساً للعدد الصحيح e لـ $mod(p-1)(q-1)$. فقد تم اختيار هذا المزيج، لأنه وفقاً لنسخة مبرهنة فيرما الصغرى (Fermat's Little Theorem) الناتجة عن إيلير (Euler) (Koblitz, 1994):

$$m^{(p-1)(q-1)} = 1 \ (mod\ n) \quad (35.13)$$

وبالنسبة إلى العدد الصحيح m فهو غير قابل للقسمة على n. ويمكن إيجاد الرقم m من بتات الرسالة المرسلة، ومن ثم القيام بتشفيرها مع n والمفتاح العام e من خلال:

$$\varepsilon(m) = m^e \ (mod\ n) \quad (36.13)$$

هذا الأمر من السهل فعله، ولكن من الصعب التراجع عنه. ولكن إذا كان المفتاح الخاص d معروفاً، فعليه يمكن فك تشفيره بواسطة المعيارية الأسية (Modular Exponentiation):

(*) هي واحدة من أهم خوارزميات التشفير العامة وتستخدم بصورة شائعة جداً لتحويل البيانات السرية بشكل آمن. وتكمن أهمية نجاحها باستخدامها عوامل رقمية من الأرقام الأولية الكبيرة التي لا يمكن فك شفرتها بسهولة موثوقة. وسميت بخوارزمية RSA نسبة إلى الأحرف الأولى من أسماء العائلة لمكتشفيها وهم على التوالي رون سميت (Ron Rivest) أدي شامير (Adi Shamir) وليونارد آدلمان (Leonard Adleman)، وكان أول ظهور لهذه الخوارزمية عام 1977م (المترجم).

$$D[\varepsilon(m)] = D[m^e \ (mod\ n)] \qquad (37.13)$$

$$= [m^e \ (mod\ n)]^d \ (mod\ n)$$

$$= m^{ed} \ (mod\ n)$$

$$= m^{1+(p-1)(q-1)r} \ (mod\ n)$$

$$= m \left[m^{(p-1)(q-1)}\right]^r \ (mod\ n)$$

$$= m[1 \ (mod\ n)]^r \ (mod\ n)$$

$$= m \ (mod\ n)$$

إن أي شخص يمكنه الوصول إلى e سيتمكن من تشفير m، ولكن حاملي d فقط يمكنهم قراءتها.

تبنى الموثوقية الآمنة لهذه الخوارزمية على الصعوبة المفترضة لإيجاد العوامل الأولية، لأنه إذا كانت هناك إمكانية لإيجاد كل من q و p من n، فإن المعادلة (34.13) يمكنها إعطاء المفتاح السري لـ d. فخوارزمية العوامل الشهيرة لفعل هذا الأمر هي غشاء حقل رقمي (Number Field Sieve) (Lenstra & Lenstra, Jr 1993)، يتطلب لتنفيذها عدد من الخطوات لمعادل $O\left(e^{1.9(logN)^{1/3}(loglog(N))^{2/3}}\right)$ لغرض إيجاد مُعامِلات N. وذلك لأن هذه الدالة الآسية في عدد الأرقام لـ N، يزداد فتطول شفرة المفتاح بصورة خطية ومفترضة زيادة أسيّة هائلة في الجهود الرامية لإيجاد العوامل. ويعتقد على نطاق واسع (ولكن لم يتم إثباته بعد) إنه من غير الممكن إيجاد العوامل الرقمية في أقل من زمن الدالة الآسيّة، إلا إذا حالفنا الحظ بما فيه الكفاية وامتلكنا حاسوباً كمّياً (Quantum Computer) (الفصل الخامس عشر). كما في نفس الفصل أيضاً أن ميكانيكا الكمّ تقدم وسيلة لتوزيع المفاتيح الخاصة، التي لا يمكن عبورها من خلال القناة العامة.

بالنسبة لبعض التطبيقات فإن وجود معلومات سرية هو أمرٌ في حد ذاته يجب أن يبقى سرياً، مثل إخفاء المعرفات التي تستخدم لكشف التزوير والنسخ. كما أن الـ ستيغانوغرافيا (Steganography) الفكرة القديمة جداً لإخفاء إحدى البيانات في وسيطة أخرى، أصبح أمراً مهماً بصورة متزايدة، على نحو قيمة أشكال الوسائط البيانات المتكاثرة (Johnson & Jajodia, 1998).

4.13 مراجع منتقاة

[Horowitz & Hill, 1993] Horowitz, Paul, & Hill, Winfield. (1993). *The Art of Electronics*. 2nd edn. New York: Cambridge University Press.

مرجع إلكتروني عظيم، تطبيق خبرة متكامل ذو فائدة متساوية للمبتدئين والخبراء.

[Wolaver, 1991] J Wolaver, Dan H. (1991). *Phase-Locked Loop Circuit Design*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

متعة مع الدارة اللولبية لتثبيت الطور LLP.

[Simon et al., 1994] Simon, M. K., Omura, J. K., R. A., & Levitt, B. K. (1994). *Spread Spectrum Communications Handbook*. New York: McGraw-Hill.

[Dixon, 1984] Dixon, R. C. (1984). *Spread Spectrum Systems*. New York: John-Wiley & Sons.

معظم الأشياء فيه لمعرفة الطيف.

[Sklar, 1988] Sklar, Bernard. (1988). *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

[Blahut, 1990] Blahut, Richard E. (1990). *Digital Transmission of Information*. Reading: Addison-Wesley.

مقدمة جيدة لنظرية الترميز.

[Schroeder, 1990] Schroeder, M. R. (1990). *Number Theory in Science and Communication*. 2nd edn. New York: Springer-Verlag.

مقدمة جميلة لنظرية الترميز ضمن الإطار الرياضي العميق.

5.13 مسائل

(1.13) (أ) وضّح أن الدوائر الكهربائية في الشكلين 1.13 و 2.13 هي تكاملية، تفاضلية، جمع وطرح.

(ب) صمم مضخّم صوت عمليّاتي. لماذا تلك المضخمات العملياتية هي أقلّ شيوعاً من تلك العاكسة؟

(ج) صمم ما وراء معاوقة (Transimpedance) (مخرجات ڤولطية تتناسب مع التيار الداخل) وماوراء الموصلية (Transconductance) (مخرجات تيار تتناسب مع ڤولطية الداخلة) لدائرة مضخم صوتي عمليّاتي.

(د) اشتق المعادلة 16.13.

(2.13) إذا كان هناك مضخم صوتي عمليّاتي مع كسب نطاق ترددي ينتج 10 MHz ودارة لولبية مفتوحة لتيار كهربائي مباشر بكسب لـ 100 dB تم تكوينها لتكون مكبّر صوت معكوساً، ضع مخططاً لحجم ومرحلة الكسب على أساس دالة ترددية متغيرة وفق R_{out}/R_{in}.

(3.13) مكبّر صوت محكم لديه تردّد مذبذب بواقع 100 kHz، ومرشح نطاق مروره Q لـ 50 (تذكر أن Q أو ما يسمى بـ مُعامِل النوعية (Quality Factor) هو نسبة التردد المركزي إلى عرض البث ما بين التردد عند الذي تنخفض فيه القدرة بمُعامِل 2)، والكشف عن مدخلات التي لديها استجابة مستوية بواقع 1 MHz، وعامل ترشيح زمن مخرجات لثانية واحدة. وللتبسيط، لنفترض أن كِلا المرشحين معومين في نطاق بث مرورهما ويمتلكان انقطاعاً حاداً. قدر القيمة المنخفضة للضجيج عند كل مرحلة للإشارة العاطلة، وذلك باستخدام مضافات الضجيج الأبيض غير المترابطة.

(4.13) (أ) رتب أقصى أربعة مسجلات إزاحة تغذية مرتجعة خطية بين سلسلة البِتّ.

(ب) إذا امتلك مسجل إزاحة تغذية مرتجعة خطية متوسط رقاقة لـ 1GHz، ما هو طول الزمن الذي يستوجب تكرره مع عمر الكون؟

(ج) لنفترض أن هناك قدرة طيف لضجيج معلوم، ما هو مكسب الترميز إذا تم استخدام السلسلة كاملة لإرسال بِتّ واحد؟

(5.13) ما المقصود بـ نسبة الإشارة إلى الضجيج (SNR) الناتج عن تكمّيم الضجيج في ثمانية بتّات من مبدّل تماثلي رقمي (A/D)؟ و16 بت؟ وكمّ يجب أن يكون متوسط الـ 8-Bits ليتناسب مع hgJ 16-Bits؟

(6.13) الرسالة المستلمة من قناة الضجيج كانت c_1, c_2) 00 11 01 10 00، فإذا كانت مرسلة بواسطة التشفير الملتوي كما في الشكل (20.13)، فما هي البيانات التي تم تحويلها؟

الفصل الرابع عشر

مُحوّلات الطاقة

تتطلب تكنولوجيا المعلومات، تكنولوجيات ومعلوماتية لتطويرها وتنفيذها. فمنذ الاكتشاف الأول للحاسوب (ومستخدميه)، كانوا يرون أنه لا بد من أن تكون الواجهات الخاصة بالتواصل مع الحاسوب مهمة لتدارك ذكاء البشر (Turing, 1950). فقد استخدمت الـ مجسّات (Sensors) لتحويل المعلمة التي تهمنا من ذلك، لتكون أكثر ملاءمة للاستخدام. ولعل أكثر المجسات المألوفة لديها مخرجات إلكترونية، ولكن العديد من أنواع المجسات الأخرى يمكن أن تكون ملائمة أيضاً. فقد يكون المجس البصري مناسباً لتنظيم الضوء في الألياف، إذا كان التداخل أو الانفجار أو السرعة مصدر قلقٍ. وتسمى هذه المجسات في بعض الأحيان بـ محولات الطاقة (Transducers)، على الرغم من أن محول الطاقة هذا يُستخدم بصورة أكثر صراحة في الإشارة إلى ميكانيكية ثنائية الاتجاه (Bidirectional Mechanism)، مثل استخدامها في الـ كهروضغطية (Piezoelectricity)، التي تعمل على التحويل ما بين الضغط والشحن.

هناك العديد من المجسات التي قد يقرب عددها من الحواس. وهناك تنوع هائل من الأشياء التي يمكن قياسها حينما يقوم البشر بقياسها، وقد يتجلى ذلك في مجموعة من الحلول المتاحة. ولأن الكثير من هذه الآليات المعقدة لتجسيد المفهوم الذي يعتبرها أسراراً تجارية، ولسلامة المفاعلات النووية أو الصاروخية التي تعتمد عليها، فإن الكثير من أدبياتها ما هي إلا مزيج غريب من النظرة العميقة وتلقي الحكمة، التي تتكرر لعدة أسباب ذات علاقة بالمسؤولية بدلاً من الجدارة العلمية. فهناك بحق فسحة كبيرة متروكة في هذا الجانب لغرض الابتكار.

لقد ناقشنا بالفعل العديد من أنواع المجسات المهمة. وعليه، فإن الغرض من هذا الفصل ليس مناقشة ما تبقى من هذه المجسات – تلك التي من شأنها ملء رف المكتبة بشكل كامل. فالفصل سيعتني بعرض بعضٍ من علوم الفيزياء التي تتبع الافتراضات المستكينة التي اعتمدنا عليها، ولعرض تطبيقات المجسات ومن ثم نتتبعها. فالقسم الأول من هذا الفصل سيسلط الضوء على حالات الجسيمات المستقلة المستخدمة في اشتقاق دالة التوزيع، الأمر الذي سيؤدي إلى التعرف إلى مجسات الموصلية الفائقة (Superconductivity)، ومجسات الحقل المغناطيسي، الذي يُمكنه حل مشكلة التدفق الفردي الكمّي. ومن ثم نقدم على إلغاء افتراض أن التوزيعات الحرارية في حالة توازن. وبدلاً من استخدام وصلة p-n فحسب، على أساس أنها مقياس حراري يتم بواسطة قياس التيار المعكوس المنحاز، فإننا سنرى أنه، لعدم وجود التوازن الحراري في ظل وجود التيار الكهربائي خلال الموصلية الفائقة، فإنها تتيح أيضاً أن تعمل على أساس كونها ثلاجة لتخفيف الحرارة. وفي النهاية، سنسأل سؤالاً هو، ما إذا كان الزمن والمكان بذاتهما من المتغيرات المستقلة أو التابعة، لإيجاد التصحيحات النسبية اللازمة لجعل نظام تحديد الموقع عالمياً (GPS) يعمل.

1.14 تأثيرات الأجسام المتعددة

لأن معظم الأجهزة تعمل في مكان ما فوق الصفر المطلق، فقد اعتمدنا على الميكانيكيا الإحصائية في إيجاد مكان إشغال حالات جسيماتها المتاحة. والشروع في هذا الأمر يتم من خلال إيجاد الحالات لجسيم واحد، ومن ثم تعظيم توزيع الإنتروبي على كل تلك الحالات التي تخضع لقيود ملائمة، وذلك حين يكون النهج المعقول متجاهلاً إمكانية الاختلاف الكبير لحالات الجسيمات المتعددة عن تلك المتاحة لجسيمات واحدة. فالنتائج المترتبة على هذا الأمر ذات تحديات حسابية كبيرة، كثيراً ما يطلق عليها تسمية تأثيرات الأجسام المتعددة (Many-Body Effects) المختلفة، أو تأثير تعاونيّ (Cooperative Effects) أو تأثير جماعي (Collective Effects). حيث سنرى لاحقاً، أن الإلكترونات في فلزٍ ما، توفر مثالاً صارخاً على مثل هذا السلوك.

1.1.14 الموصلية الفائقة

في الفصل العاشر من هذا الكتاب، تم التطرق إلى الإلكترونات التي يحتويها

الفلز، حيث كانت حالاتها تقريباً طليقة (Nearly-Free) الحركة وذات موجة مستوية(*) (Plane-Wave)، وتشغل طاقة فيرمي (Fermi Energy) التي يرمز لها بـ E_F. فالإلكترون ذو الشحنة السالبة ينطلق ضمن فضاء شحنة الآيون الموجب. والافتراض المعقول غير الصحيح هو أن الإلكترونات الضعيفة تتنافر. ولكن ما يحدث في الواقع هو أن الإلكترونات الموصلة تتشكل مع بعضها البعض عند طاقة فيرمي وتمرر بسرعة الآيونات الموجبة الأكثر ثقلاً. وخلال هذه العملية ينجذب آيون ما إلى آيون عابر، ولكن في الوقت الذي يبدأ فيه الآيون المنجذب بالحركة، يكون الآيون المار قد عبر منذ فترة طويلة. وعليه سينجذب الإلكترون الثاني المار في أعقاب الشحنة الموجبة الباقية بواسطة الإلكترون الأول، حيث يكون انجراره فعالاً نحو الإلكترون. ما يحدث في الواقع هو أن الإلكترون الثاني يمتص الطاقة الصوتية الشبكية المتحفزة عند الإلكترون الأول.

لإيجاد حالات محتملة لنظام اثنين من الإلكترونات، لعلنا ننظر إلى تلك التي تمتلك زخماً معاكساً (Opposite Momentum)، بحيث يكوّن نظاماً يجمع ما تبقى:

$$\psi = \sum_k a_k e^{i\vec{k}.\vec{x}_1} e^{-i\vec{k}.\vec{x}_2} = \sum_k a_k e^{i\vec{k}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} \qquad \textbf{(1.14)}$$

هذه المعادلة لا بد لها من تلبية متطلبات إلكترونين، معادلة شرودنغر (Schrödinger's Equation):

$$-\frac{h^2}{2m}(\nabla_1^2 - \nabla_2^2)\psi + V(\vec{x}_1, \vec{x}_2)\psi = E\psi \qquad \textbf{(2.14)}$$

حيث V تمثل إمكانية التفاعل الفعال للإلكترونين. فربط المعادلة (2.14) بدالة الموجة، وضرب كِلا طرفي المعادلة بـ $e^{i\vec{k}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)}$، يمكننا من ثم دمج كل الفضاءات واستخدام الطبيعة التعامدية(**) (Orthonormality) لـ حالات ذاتية (Eigen States) فإنها تُعطينا:

(*) في فيزياء الموجات، تكون الموجة المستوية موجة ثابِتّ التردد، وموازية غير متناهية في حالة الذرة إلى الذروة وذات سعة ثابتة السرعة (المترجم).

(**) في الرياضيات حينما تكون مجموعة من المتجهات تتشكل بصورة متعامدة تسمى (Orthogonal)، فإذا كانت كل هذه المتجهات متعامدة وتحمل نفس الأطوال يطلق عليها (Orthonormality) (المترجم).

$$(E - 2\in_k)a_k = \sum_{k'} V_{kk'}\, a_{k'} \qquad (3.14)$$

حيث إن $\in_k$ تمثل طاقة حالة سليمة لجسيم واحد، و $V_{kk'}$ تمثل القيمة المتوقعة لإمكانيات التفاعل بين زوج من حالات الزخم.

بسبب مبدأ استبعاد باولي(*) (Pauli Exclusion Principle) المطبق مع كلّ الإلكترونات الأساسية، فإن a_k ستتلاشى لكل k أدنى من مستوى فيرمي k_F (الفصل العاشر). في حين ستكون $V_{kk'}$ صغيرة القيمة بواقع فوق قطع $k > k_c$، وذلك لأنه، إذا ما مر إلكترون من خلال آيون بصورة سريعة جداً، فإن الآيون لن يتحرك من موضعه. وهناك افتراض قد يكون تقريباً جديراً بجائزة نوبل هو، أن إمكانية أن يكون الصفر أدنى من طاقة فيرمي E_F وفوق قطع $E_F + E_c(k_c)$، ولديها قيمة ثابِتّ $-V$ ما بين الاثنين (Cooper, 1956). ومن ثم فإن القدرة تأتي من الجمع في المعادلة الآتية:

$$a_k = -V \frac{\sum_{k=k_F}^{k_c} a_{k'}}{E - 2\in_k} \qquad (4.14)$$

والتي يمكن تبسيطها من خلال جمع كلا طرفي المعادلة نسبة إلى k:

$$\frac{1}{V} = \sum_{k=k_F}^{k_c} \frac{1}{2\in_k - E} \qquad (5.14)$$

وبسبب العدد الكبير من الحالات، فإن جمعها يمكن أن يستعاض عنه من خلال التكامل الوزني الذي يمكن تطبيقه بواسطة كثافة الحالات N_F عند طاقة فيرمي:

$$\frac{1}{V} = N_F \int_{E_F}^{F_F+E_c} \frac{1}{2\in - \in} d\in \qquad (6.14)$$

$$= \frac{N_F}{2} \log\left(\frac{2E_F + 2E_c - E}{2E_F - E}\right)$$

$$E\left(1 - e^{-2/N_F V}\right) = 2E_F\left(1 - e^{-2/N_F V}\right) - 2E_c e^{-2/N_F V}$$

$$E \approx 2E_F - 2E_c e^{-2/N_F V}$$

(*) مبدأ في ميكانيكية الكمّ، ينص على أن كل اثنين من الفيرمونات المتطابقة (جسيمات تدور مع نصف عدد صحيح من الإلكترونات) لا يمكن أن تشغل نفس الحالة الكموميّة في وقت واحد (المترجم).

ما جاء أعلاه يُعتبر نتيجة ملحوظة: فلأي قيمة لـ V ومهما كانت صغيرة، هي قيمة ملائمة بقوة للإلكترونات التي تشكل زوجاً إلكترونياً منظماً. ويطلق على هذه الأزواج الإلكترونية زوج [إلكترونات] كوبر (Cooper Pair) تكريماً إلى ليون كوبر (Leon Cooper)، الذي يعتبر أول من عمل الحسابات الرياضية لذلك. عند الدرجات الحرارية العالية لحالات سليمة يتم تجاوز طاقة الربط، ولكن على النحو الذي يتم فيه تبريد المعدن سيصبح هذا كبيراً جداً.

لعل الشيء الملحوظ جداً هو التماثل الضمني (Symmetry Implication). لأن الإلكترونات ما هي إلّا فيرمونات يجب أن تكون دوالها غير متماثلة. ولكن بسبب امتلاك زوج كوبر إلكترونين، فإن زوج الإلكترونات تتبادل إشارة الشحنة مرتين، تاركة الإشارة دون تغيير. وهو ما يعني أن زوج كوبر ما هي إلا بوزونات(*). كما تعني أن أي عدد عشوائي يمكن أن يكون في نفس الحالة، أي يمكن أن تكون كل هذه الحالات ضمن أدنى المستويات على وجه الخصوص. وفي حالة حدوث ذلك، للبوزونات، فإنها تُدعى بـ تكاثف بوز - إينشتاين (Bose-Einstein condensation)، ويمكن أن يحدث هذا حتى مع الذرات الكاملة وليس شبه الذرات فحسب (Anderson et al., 1995). وحينما يحدث ذلك لأزواج كوبر تكون النتيجة أن هناك موصلية فائقة (Superconductivity).

يمكن توضيح الموصلية الفائقة من خلال نظرية باردين - كوبر - شريفر (BCS Theory) التي أطلق عليها اسم مطوريها كل من جون باردن (John Bardeen)، وروبرت شريفر (Robert Schrieffer)، وليون كوبر (Leon Cooper) (Bardeen et al., 1957). وتتمخض الصعوبة في وضع التفاصيل الخاصة بـتكاثف بوز - إينشتاين لأزواج كوبر، التي يبدو كأن كل إلكترون فيها يرتدي قبعات: وهذه القبعات يجب أن تكون منتمية إلى زوج الإلكترونات لتعمل على أساس بوزون، ويجب أيضاً أن تعمل على أساس فيرمون لتهيئة الاستبعاد حتى يكون اقتران الإلكترونين ممكناً. وعليه، فالنتيجة المتماثلة هنا تشرح لماذا الموصلات الفائقة تحمل تيار مستمر (Persistent Current) من دون أية خسارة. ففي المعدن العادي، تحدث المقاومة من خلال فقدان طاقة الإلكترون

(*) جسيمات شبه الذرية، مثل الفوتون، تمتلك دوراناً صفرياً أو دوراناً متكاملًا، وتتبع الوصف الإحصائي الذي قدمه كلاً من بوز (S. N. Bose) وإينشتاين (المترجم).

في التصادم المرن (Inelastic Collision) في الفوتونات. ولكن في الموصلات الفائقة، يكون كل إلكترون جزءاً من الحالة الجمعية التي لا تعكس فقط الاقتران، بل تعكس أيضاً المشاركة من خلال استبعاد الكثير من الأزواج الأخرى. فبالنسبة إلى أحد هذه الإلكترونات يجب على التناثر أن يدمر التماثل في معظم الحالات، وهو حدث غير مواتٍ بشكل كبير، حيث كثيراً ما يحدث بصورة نادرة جداً.

بما أن الأزواج هي من الناحية التجاورية تحمل نفس الطور، فيمكن تعريف دالة الموجة الجماعية بـ $\psi(\vec{x},t) = \sqrt{n}e^{i\varphi}$، بحيث تكون $|\psi|^2 = n$ تمثل كثافة زوج الإلكترونات، وφ المرحلة الخاصة بالزوج الإلكتروني. جنزبيرغ (Ginzburg) وليندو (Landau) هما اللذان أصلاً افترضا هذه العلاقة (Ginzburg and Landau, 1950)، وقاما بتبرير ذلك في وقت لاحق على النحو من الصورة المقاربة لنظرية باردين – كوبر – شريفر المتكاملة، عندما تكون الكثافة والطور متغيران ببطء قياساً لحجم الزوج الإلكتروني. ففي حد المعادلة ψ يكون التيار مرتبطاً مع الزوج الإلكتروني الذي يمكن إيجاده من القيمة المتوقعة لسرعتها $\vec{v}$ مضروبةً بشحنتها $2e$:

$$\vec{J} = \int \psi^* 2e\vec{v}\psi d\vec{x} \tag{7.14}$$

وحدات قياس سم غم ثانية (CGS) عادة ما تستخدم للتعبير عن الموصلية الفائقة، وفي زخم الجسيمات في الحقل الكهرومغناطيسي نجد أن الموصل الفائق يمتلك قطعة إضافية:

$$\vec{p} = m\vec{v} + q\,\vec{A}/c \tag{8.14}$$

ونظراً للقوة المرتبطة التي تتحرك من خلال المتجه المحتمل $\vec{A}$ (Goldstein, 1980)، وعليه فإن الربط بعملية الزخم يُعطينا أن السرعة يمكن إيجادها من:

$$\vec{v} = -i\frac{h}{m}\nabla - \frac{q}{mc}\vec{A} \tag{9.14}$$

والتيار من ثم سيكون:

(10.14)

$$\vec{J} = \int \psi^* 2e\vec{v}\psi d\vec{x}$$
$$= \sqrt{n}\, exp(-i\varphi) 2e \left(-i\frac{h}{m}\nabla - \frac{2e}{mc}\vec{A}\right)\sqrt{n}\, exp(i\varphi) d\vec{x}$$
$$= \frac{2ne}{m}\left(h\nabla\varphi - \frac{2e}{c}\vec{A}\right)$$

وبأخذ ضفيرة العلاقة ما بين $\vec{J}$ و $\vec{B}$:

(11.14)

$$\nabla \times \vec{J} = -\frac{4ne^2}{mc}\nabla \times \vec{A} = -\frac{4ne^2}{mc}\vec{B}$$

والمعادلة (11.14) يطلق عليها معادلة لندن (London Equation). ولما كانت = $\nabla \times \vec{B} = \left({}^{4\pi}/_{c}\right)\vec{J}$

(12.14)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\nabla \times \vec{J}$$

$$-\nabla^2\vec{B} = -\frac{4\pi}{c}\frac{4ne^2}{mc}\vec{B}$$

تُظهر هذه المعادلة التفاضلية أن الحقل المغناطيسي معروض باضطراد على السطح، وبالتالي فإن التيار الفائق ينتقل مع عمق تغلغل معادلة لندن (London Equation Penetration Depth) لإلغاء الحقل المغناطيسي داخلياً. وهذا هو أصل ما يسمى بـ ظاهرة مايسنر (Meissner Effect) المعروضة في الفصل الثاني عشر من هذا الكتاب: الموصلات الفائقة الطاردة للحقول المغناطيسية.

لنركز الآن على خيوط الدارة اللولبية للموصلات الفائقة بواسطة تدفق Φ. فعندما لا يكون هناك وجود للتيار، تصبح المعادلة (10.14) $hc\nabla\varphi = 2eA$. وفي طور التكامل حول تلك الدارة سيكون:

(13.14)

$$hc\nabla\varphi = 2eA$$

$$hc\oint \nabla\varphi . d\vec{l} = 2e\oint \vec{A} . d\vec{l}$$

$$hc\nabla\varphi = 2e\int \nabla\times\vec{A} . d\vec{A}$$

$$= 2e\int \vec{B} . d\vec{A}$$

$$= 2e\,\Phi$$

$$\Delta\varphi = \frac{2e}{hc}\Phi$$

ولكن:

(14.14)

$$\Delta\varphi = 2\pi m$$

لا بد أن يكون تحصيل حاصل، حين تكون m عدد صحيح، بحيث يكون الطور مستمراً حول الدارة اللولبية. وهذا يعني أن التيار الفائق في الدارة اللولبية المتغيرة كما في الدالة الخاصة سيكون خارج الحقل المغناطيسي، وذلك لفرض طور استكمام التدفق (Flux Quantization).

(15.14)

$$\Phi = \frac{2\pi hc}{2e}m = \frac{hc}{2e}m \equiv \Phi_0 m$$

2.1.14 أجهزة التداخل الكموميّ فائقة الموصلية

كما هو الحال مع أشباه الموصلات، تعتمد أجهزة الموصلات الفائقة على الوصلات. لننظر في اثنين من الموصلات الفائقة بينهما طبقة عازلة رقيقة جداً يمكن لأزواج كوبر من المرور خلالها. ويسمى هذا التصميم بـ وصلة جوزفسون (Josephson Junction)، نسبة إلى براين جوزفسون (Brain Josephson) وقد تنبأ بسلوكية أزواج كوبر الإلكترونية غير المتوقعة عندما كان لا يزال طالب دراسات عليا (Josephson, 1962).

لنفترض أن كلاً من ψ_1 و ψ_2 تمثلان دالة موجة في كِلا طرفي الوصلة (Junction)، ولنفترض أن r تمثل المعدل المميز لـ تنفيق (Tunneling)، فعليه وبسبب معدل التنفيق يمكن إيجاد معدل تغير دالة الموجة من معادلة شرودنغر التي تعتمد على الزمن:

$$ih\frac{\partial\psi_1}{\partial t}=hr\psi_2 \qquad ih\frac{\partial\psi_2}{\partial t}=hr\psi_1 \tag{16.14}$$

فلو عوضنا كلاً من ψ_1 و ψ_2 بما يساويها كالآتي: $\psi_1=\sqrt{n_1}\exp(i\varphi_1)$ و $\psi_2=\sqrt{n_2}\exp(i\varphi_2)$ فسوف تُعطينا الآتي:

$$ih\frac{1}{2\sqrt{n_1}}\frac{\partial n_1}{\partial t}\exp(i\varphi_1)+ih\sqrt{n_1}\exp(i\varphi_1)i\frac{i\varphi_1}{\partial t}=hr\sqrt{n_2}\exp(i\varphi_2)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t}+2in_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}=-2ir\sqrt{n_1n_2}\exp[i(\varphi_2-\varphi_1)] \tag{17.14}$$

وهذه المعادلة فيها حد حقيقي:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t}=2r\sqrt{n_1n_2}\sin(\varphi_2-\varphi_1) \tag{18.14}$$

كثافة التيار J عبر الوصلة تتناسب مع معدل تغير كثافة الزوج الإلكتروني. فإذا كان الموصلان الفائقان متطابقان، فإن $n_1 \approx n_2$، ولذلك إن الجمع بين كل الثوابِتّ في مُعامِل J_0 يعطي:

$$J=J_0\sin(\varphi_2-\varphi_1) \tag{19.14}$$

هذا في الواقع عكس ما مر بنا من قبل: هناك تيار عند غياب ڤولطية مطبقة، مع الاعتماد على الـ جيب (Cosine) في الفرق الكمّي. وهذا التيار يسمى مفعول جوزفسون للتيار المستمرّ (DC Josephson Effect).

الآن لننتقل إلى إمكانية V عبر الوصلة، التي تُضيف حد الطاقة إلى مُعامِل هاملتون (Hamiltonian) من شحنة زوج الإلكتروني الذي يُعبر عنه بـ $-2e$:

$$ih\frac{\partial\psi_1}{\partial t}=hr\psi_2-eV\psi_1 \qquad ih\frac{\partial\psi_2}{\partial t}=hr\psi_1+eV\psi_2 \tag{20.14}$$

مرة أخرى لنربط المعادلة أعلاه بطرفي دوال الموجة:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + 2in_1\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -2ir\sqrt{n_1 n_2}\exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)] + i\frac{2eV}{h}n_1 \quad \textbf{(21.14)}$$

وهي معادلة تحتوي على حدّ خيالي:

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial t} = -r\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{eV}{h} \quad \textbf{(22.14)}$$

فلو أخذنا بعين الاعتبار أن $n_1 \approx n_2$ وطرحنا المعادلة المقابلة لـ $\frac{\partial \psi_2}{\partial t}$ فسوف تكون المعادلة:

$$\frac{\partial(\varphi_2 - \varphi_1)}{\partial t} = \frac{2eV}{h} \quad \textbf{(23.14)}$$

يمكن إيجاد كثافة التيار خلال الوصلة بواسطة تكامل المعادلة وربطها مع الحد الحقيقي في المعادلة (21.14):

$$J = J_0 \sin\left(-\frac{2eV}{h}t\right) \quad \textbf{(24.14)}$$

الآن لنتحدث عن التيارات المتذبذبة، المتناسبة مع التردد والڤولطية المعطاة من مقبل الثوابِتّ الأساسية لـ e/h. حيث يطلق عليها تسمية مفعول جوزفسون للتيار المتناوب (AC Josephson Effect).

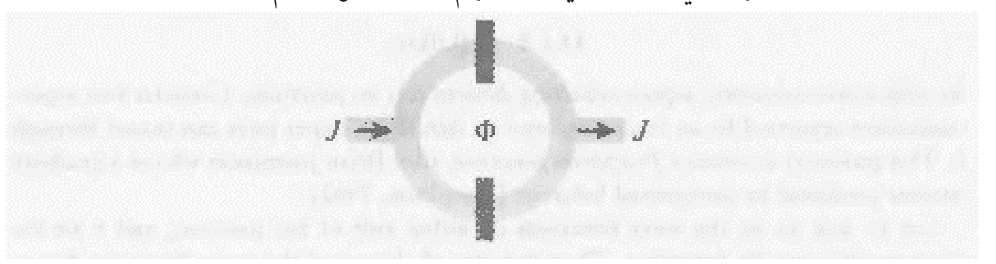
في النهاية، لنربط كلتا وصلتي جوزفسون في دارة لولبية لتشكل جهاز التداخل الكموميّ فائق الموصلية (Superconducting Quantum Interference Device) (SQUID)، كما هو مبيّن في الشكل (1.14). فمن المعادلة (13.14) نجد أن الدارة اللولبية حول اختلاف الطور يجب أن تكون $2e\Phi/hc$، ومن المعادلة (19.14) يكون إجمالي التيار هو مجموع التيار لأكثر فرعين، حيث كلٌ منهما يذهب على أساس أنه جيب (Sine) فرق الأطوار لأكثر من وصلة، وعليه يمكن جمع التيار ليكون:

$$J = J_0\left[sin\left(\varphi_0 + \frac{e}{hc}\Phi\right) + sin\left(\varphi_0 - \frac{e}{hc}\Phi\right)\right] \quad \textbf{(25.14)}$$

$$= 2J_0 sin(\varphi_0) cos\left(\frac{e\Phi}{hc}\right)$$

حيث إن φ_0 تشمل كلّ الأطور. وبسبب التداخل بين الفرعين، فإن تدفق التيار

يكون دورياً، وهو الذي يفسر لماذا هذه الهندسة يطلق عليها بـ نظام قياس التداخل (Interferometer). فما الذي يجعلها مثيرة للاهتمام؟ ذلك هو حجم تلك الفترة.



الشكل 1.14: جهاز التداخل الكموميّ فائق الموصلية، تدفقات التيار من خلال حاجزين عازلين رقيقين في دارة لولبية فائقة الموصلية.

فالتدفق الكمّوي الواحد هي فقط:

$$\Phi_0 = \frac{2\pi hc}{2e} = \frac{hc}{2e} = 2.07 \times 10^{-7}\ G.cm^2 \tag{26.14}$$

إن طريقة قياس تيار المذبذبات في جهاز التداخل الكموميّ فائق الموصلية (SQUID) ليست الطريقة الأكثر حساسية للكشف عن الحقول الكهربائية فحسب، بل يمكن استخدامها أيضاً لتحديد العديد من الكمّيات الصغيرة الأخرى (مثل الڤولطية) بواسطة تحويلها لحقل مغناطيسي أولاً (بالنسبة إلى ڤولطية مع دارة التيار اللولبية). كما يمكن أيضاً استخدام قناة وصلات الموصلات الفائقة كأساس لقياس السرعة العالية، وانخفاض التبدبد(*) (Low-Dissipation) في مجموع الدوائر الكهربائية المنطقية (Likharev, 1999).

2.14 الديناميكية الحرارية غير المستقرة

يمكن أن تغير تأثيرات الأجسام المتعددة الحالات المتوافرة بعمق، الأنظمة كما رأينا في الموصلات الفائقة، ولكن هذه الحالات مازالت مـأهولة بحالة التوازن لـ الحد الأقصى لتوزيع الإنتروبي(**) (Maximum-Entropy Distribution) (راجع الفصل الثالث القسم

(*) في الفيزياء، وعامل تبديد (Dissipation Factor) (DF) هو مقياس لمعدل فقدان الطاقة من وضع التذبذب (الميكانيكي، والكهربائي، أو الكهروميكانيكي) في نظام تبدد الطاقة. هو مقلوب عامل الجودة، التي تمثل "النوعية" أو المتانة من التذبذب. وانخفاض التبدد يعني هنا انخفاض تبدد الطاقة في الدائرة الكهربائية (المترجم).

(**) كمّية الحرارية التي تمثل عدم توفر الطاقة الحرارية في نظام لتحويلها إلى عمل ميكانيكي، وغالباً ما تفسر على أنها درجة من الفوضى أو العشوائية في النظام (المترجم).

الرابع (3.4)). هنا سنحاول تخفيف افتراض التوازن الحراري، ومازال ممكناً إيجاد الكثير من المفاجآت في سلوكية إلكترونات المعدن.

الإنتروبي S هو كمّية واسعة النطاق يمثل دالة لحجم الجهاز، وهو عكس الخصائص المركزة لمثل درجات الحرارة التي لها نفس القيم في النظم الفرعية. وعليه فالإنتروبي بدوره سيعتمد على متغيرات واسعة أخرى، مثل الطاقة الكلية وعدد الجسيمات، ذات الكثافات $f_1, f_2, \ldots$. مستخدماً سلسلة قواعد معدل التغير الإنتروبي الذي سيكون:

(27.14)

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \sum_i \frac{\partial S}{\partial f_i} \frac{\partial f_i}{\partial t}$$

$$\equiv \sum_i F_i \frac{\partial f_i}{\partial t}$$

ما جاء في المعادلة (27.14) هو تعريف القوة الحرارية المركزة F_i المرافقة لـ f_i's، التي ستتلاشى عند ذروة الإنتروبي. فإذا كانت هناك كثافة تيار $\vec{J}_i$ تنقل كمّية من f_i (مثل عدد من الإلكترونات الموقعية)، فإن ذلك سيؤدي كذلك إلى نقل تيار الإنتروبي أيضاً:

(28.14)

$$\vec{J}_S = \sum_i F_i \vec{J}_i$$

إذا تمت المحافظة على f_i، فإنه ومن خلال نظرية غيس (Gauss Theorem) سيكون معدل التغير الموقعي سبباً في اختلاف التيار:

(29.14)

$$0 = \frac{\partial f_i}{\partial t} + \nabla . \vec{J}_i$$

ولكون بإمكان الإنتروبي إنشاء أو تدمير معدل التغير، فهو:

(30.14)

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \vec{J}_S$$

$$= \sum_i F_i \frac{\delta f_i}{\delta t} + \nabla . \sum_i F_i \vec{J}_i$$

$$= \sum_i F_i \frac{\delta f_i}{\delta t} + \sum_i \vec{J}_i . \nabla F_i + \sum_i F_i . \nabla . \vec{J}_i \quad , \qquad where\ \nabla . \vec{J}_i = -\frac{\delta f_i}{\delta t}$$

$$= \sum_i \vec{J}_i . \nabla F_i$$

ولما كان $TdS = dQ$، فإن الطرف الأيسر من المعادلة يمثل تبديد الطاقة. أما طرف المعادلة الأيمن فهو يمثل ضرب التيار بالقوى التي تقودها، فكر في $P = IV$. فقد وجد عملياً أن العديد من الأنظمة التي هي قريبة من حالة التوازن التي فيها التيارات والقوى ترتبط مع بعضها البعض خطياً، مثل قانون أوم (Ohm's Law) لتوصيل الكهربائي أو قانون فوريه (Fourier's Law) للتوصيل الحراري.

$$\vec{J}_i = \sum_j L_{ij} \nabla F_j \tag{31.14}$$

فهذه المعادلة تبين أن حركة التيار تكون باتجاه تعظيم الإنتروبي مع التدفق الذي يتناسب مع نسبة الانحدار، لتحديد الديناميكية الحرارية الخطية غير المستقرة (Linear non-Equilibrium Thermodynamics).

وضعت القوانين المجهرية الموضوعة في الأنظمة قيوداً هامةً على المُعامِلات المجهرية. ولملاحظة ذلك، لعلنا نتذكر أن:

$$p(S) = \frac{e^{S/k_B}}{\int e^{S/k_B}} \tag{32.14}$$

(معادلة 46.3). لذا فإن عملية ضرب واحد من المتغيرات ذات السعة الكبيرة f_i وقوة الديناميكيا الحرارية F_j، سيكون:

$$\begin{aligned} \langle f_i, F_j \rangle &= \int f_i F_j \, p(\vec{f}) \, d\vec{f} \\ &= \int f_i \frac{\partial S}{\partial f_j} \, p(\vec{f}) \, d\vec{f} \\ &= \frac{\int f_i \frac{\partial S}{\partial f_j} e^{S(\vec{f})/k_B} d\vec{f}}{\int e^{S(\vec{f})/k_B} d\vec{f}} \\ &= k_B \frac{\int f_i \frac{\partial}{\partial f_j} e^{S(\vec{f})/k_B} d\vec{f}}{\int e^{S(\vec{f})/k_B} d\vec{f}} \\ &= -k_B \frac{\int \frac{\partial f_i}{\partial f_j} e^{S(\vec{f})/k_B} d\vec{f}}{\int e^{S(\vec{f})/k_B} d\vec{f}} \quad \text{(عملية التكامل بواسطة الأجزاء)} \\ &= -k_B \delta_{ij} \end{aligned} \tag{33.14}$$

وللمضي قُدُماً من دون جهد أو صعوبة، لنختر الوحدات القياسية لكل من f و F اللذين يتلاشيان في حالة التوازن، ومن ثم انحرافهما عن التوازن سيؤدي إلى تخفيف أثرهما مع نفس المُعامِلات الخطية المستخدمة سلفاً:

(34.14)

$$\frac{df_i}{dt} = \sum_j L_{ij} F_j$$

ويبدو مما جاء أعلاه أن ذلك مجرد عمل تطبيقي مخمن بطريقة لا لَبس فيها، حيث تمت لأول مرة من خلال أوسانغر عام 1931م (Onsanger, 1931). وعليه فإن المعادلة (34.14) ستؤدي إلى:

(35.14)

$$\left\langle f_i \frac{df_j}{dt} \right\rangle = \sum_k L_{jk} \langle f_i F_k \rangle = -k_B L_{ij}$$

و:

(36.14)

$$\left\langle \frac{df_i}{d_t} f_j \right\rangle = \sum_k L_{ik} \langle F_k F_j \rangle = -k_B L_{ij}$$

تُعرف مشتقات الزمن في المعادلة أعلاه على أساس أنها توقعات التغيير في الزمن لفترة معينة τ تتم فيها مقارنة طويلة إلى النطاق الزمني للديناميكيات المجهرية، ولكن المقارنة البسيطة لفترة معينة لنطاق الزمن للمجهريات يتغير:

(37.14)

$$\left\langle f_i, \frac{df_j}{dt} \right\rangle = \frac{1}{\tau} \langle f_i(t)[f_j(t+\tau) - f_j(t)] \rangle$$

$$= \frac{1}{\tau} \langle f_i(t) f_j(t+\tau) \rangle - \frac{1}{\tau} \langle f_i(t) f_j(t) \rangle$$

و:

(38.14)

$$\langle \frac{df_i}{dt} f_j \rangle = \frac{1}{\tau} \langle [f_i(t+\tau) - f_i(t)] f_j(t) \rangle$$

$$= \frac{1}{\tau} \langle f_i(t) f_j(t+\tau) \rangle - \frac{1}{\tau} \langle f_i(t) f_j(t) \rangle$$

ولكن معظم القوانين الفيزيائية، ناهيك عن المغناطيسية، غير قابلة للتغير إذا $t \rightarrow -t$، وعليه:

$$\langle f_i(t) f_j(t+\tau) \rangle = \langle f_i(-t) f_j(-t+\tau) \rangle = \langle f_i(t+\tau) f_j(t) \rangle \quad (39.14)$$

وهذه المعادلة تتطلب الآتي:

$$\langle \frac{df_i}{dt} f_j \rangle = \langle f_i \frac{df_j}{dt} \rangle \quad (40.14)$$

وهو ما يؤدي إلى:

$$L_{ij} = L_{ji} \quad (41.14)$$

وهذه تسمى مبرهنة أوسانغر التبادلية (Onsanger's Reciprocity Theorem). فهذه النظرية توافر اتصالاً مباشراً ما بين الظواهر التي تبدو لا علاقة لبعضها مع البعض الآخر، وهو ما سنبحثه في القسم القادم من هذا الفصل. فلو كانت هناك حقولاً مغناطيسية، فإن B يجب إبدالها بـ $-B$ جنباً إلى جنب مع تغيير إشارة t.

1.2.14 الكهرباء الحرارية

دعونا الآن نطبق هذه النظرية (أوسانغر الترددية) على الإلكترونات في المعدن. فطاقة تلك الإلكترونات U ستختلف نسبة إلى التغيرات في الإنتروبي dS وعدد الجسيمات dN:

$$dU = Tds + (\mu + qV)dN \quad (42.14)$$

ومن خلال الكمون الكيميائي μ (المعادلة 5.10) والكمون الكهربائي V، فإن مجموعهما $(\mu + qV)$ «طاقة يطلق عليه بالـ كمون كهروكيميائية (Electrochemical Potential).

عندما يكون الإنتروبي متغيراً، فبالتالي:

$$ds = \frac{1}{T} dU - \frac{\mu + qV}{T} dN \quad (43.14)$$

والتيار سيكون:

(44.14)

$$\vec{J}_S = \frac{1}{T}\vec{J}_U - \frac{\mu + qV}{T}\vec{J}_N$$

أو لما كانت $TdS = dQ$ فإن الحرارة الناتجة عن التيار J_Q هي:

(45.14)

$$\vec{J}_Q = \vec{J}_U - (\mu + qV)\vec{J}_N$$

وعليه فمن المعادلة (14.30) تكون مشتقة الإنتروبي هي:

(46.14)

$$\frac{dS}{dt} = \vec{J}_U \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) - \vec{J}_N \cdot \nabla\left(\frac{\mu + qV}{T}\right)$$

$$= \vec{J}_U \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) - (\mu + qV)\vec{J}_N \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) - \frac{1}{T}\vec{J}_N \cdot \nabla(\mu + qV)$$

$$= \left[\vec{J}_U - (\mu + qV)\vec{J}_N\right] \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) - \vec{J}_N \quad \frac{1}{T}\nabla(\mu + qV)$$

$$\vec{J}_Q$$

في الحالات القريبة من التوازن، ستكون التيارات المترافقة والقوى ذات صلة مع المُعامِلات الخطية:

(47.14)

$$\vec{J}_Q = L_{QQ}\nabla\left(\frac{1}{T}\right) - L_{QN}\frac{1}{T}\nabla(\mu + qV)$$

$$\vec{J}_N = L_{NQ}\nabla\left(\frac{1}{T}\right) - L_{NN}\frac{1}{T}\nabla(\mu + qV)$$

الشق الأول من المعادلة (47.14) يمثل التيار الحراري، أما الشق الثاني فيمثل التيار الكهربائي.

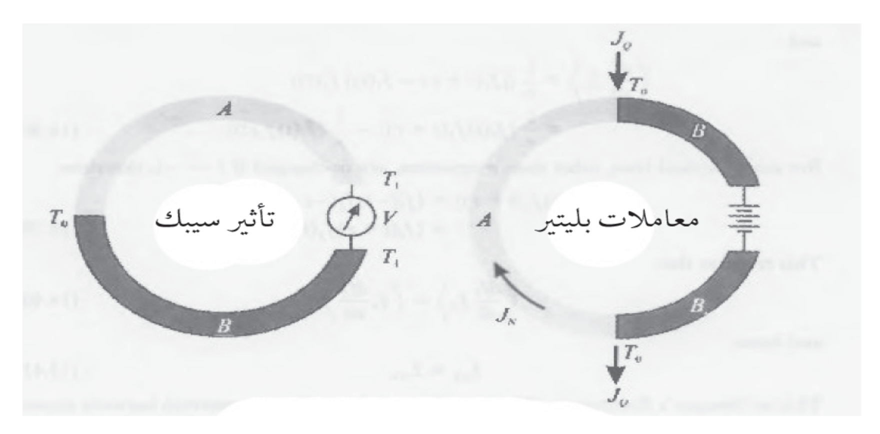
بشكل حاسم، هذه المُعامِلات تعتمد على المعدن. لنركز في الحالتين المعروضتين في الشكل (2.14)، في القسم الأول منه نجد هناك نوعين من المعادن A و B يلتقيان عند الوصلة بدرجة حرارة T_0، ويرتبطان بفولوميتر عند درجة حرارة T_1. ولما كان الفولطوميتر لا يشكل لنا أية حركة للتيار الكهربائي، فإن $J_N = 0$، وعليه فمن المعادلة (47.14):

$$0 = L_{NQ}\nabla\left(\frac{1}{T}\right) - L_{NN}\frac{1}{T}\nabla(\mu + qV) \quad (48.14)$$

$$-\nabla(\mu + qV) = -\frac{TL_{NQ}}{L_{NN}}\nabla\left(\frac{1}{T}\right)$$

$$= \frac{L_{NQ}}{TL_{NN}}\nabla T$$

$$= S\nabla T$$



الشكل 2.14: مؤثرات الديناميكيا الحرارية.

إن قوة درجة الانحدار الممكنة في الكهروكيميائية تساوي درجة الانحدار الحراري مضروباً في القدرة الحرارية (Thermopower) أو مُعامِل سيبك(*) (Seebeck Coefficient). حيث يتم تكامل درجة الانحدار الحراري في كلا المادتين A و B لتعطينا نفس نتيجة $T_1 - T_0$، ولكن حين يتم تكامل درجة انحدار الكهروكيمائية للمادتين ستعطينا نتيجة مخالفة، وذلك بسبب اختلاف المادتين. هذه العملية يطلق عليها تأثير سيبيك (Seebeck Effect)، وتستخدم في المزدوجات الحرارية (Thermocouples) لقياس درجة الحرارة. وهناك العديد من معايير أزواج المزدوج الحراري مع الاعتماد المعروف لـ S في T. فعلى سبيل المثال، الوصلة بين النحاس (Copper) والكونستانتن(**)

(*) مُعامِل سيبك يُعرف أيضاً باسم القدرة الحرارية (Thermopower) أو الحساسية الحرارية الكهربائية (Thermoelectric Sensitivity) من مادة. وهو مقياس لحجم الجهد الحراري المتسبب كرد فعلٍ على الفرق في درجة الحرارة عبر تلك المواد، والناجمة عن تأثير التيار الداخل (المترجم).

(**) سبائك النحاس والنيكل المستخدمة في الأعمال الكهربائية لمقاومتها العالية (المترجم).

(Constantan) (نسبة النحاس في هذه السبيكة 55٪ والنيكل 45٪)، التي تسمى مزدوجاً حرارياً صنف T (Type T Thermocouple) تنتج $40.9\ \mu V/°C$ عند درجة حرارة $25°C$.

هناك دقة مهمة في استخدام المزدوج الحراري: ستكون هناك وصلات لمزدوجات حرارية إضافية غير مقصودة عند الاتصال ما بين خيوط مادة الرصاص وميزان الحرارة. وللقضاء على نفوذ هذه المزدوجات الحرارية يتطلب إما إصلاح درجات حرارتهم (تاريخياً مع حمام ثلجي)، أو قياسها (عادةً ما تتم مع مقاومة تعتمد على درجة الحرارة، أو صمام ثنائي، الفصل العاشر من هذا الكتاب). في حين أنه قد يبدو، أن لا معنى لاستخدام مقياس الحرارة من أجل جعل ميزان حرارة من بين العديد من الميزات المرغوبة للمزدوجات الحرارية، التي يؤدي استخدامها الروتيني لتكلفة منخفضة، وحجم أصغر، ونطاق درجات حرارة واسع. وهذه كلّها عواقب حقيقة لأجهزة الاستشعار التي هي لا تتعدى أن تكون وصلة بين المعادن المختلفة. فبالنسبة إلى العديد من التطبيقات تعتبر هذه الفوائد أكثر من تبريد لإضافة إلكترونات إضافية إلى ميزان الحرارة الذي لا يحتاج تعويضه عن وسائل الإتصال.

الدائرة الثانية في الشكل (2.14) يقود تيار كهربائي حول الدارة اللولبية ما بين المعدنين، اللذين يمسكان نفس درجة الحرارة. وعليه الآن تكون $\nabla\left(1/T\right)=0$، بحيث تكون النسبة إلى التيارات هي

$$\frac{J_Q}{J_N} \equiv \prod = \frac{L_{QN}}{L_{NN}} \tag{49.14}$$

ما جاء أعلاه يُعرف لنا مُعامِلات بلتيير (Peltier Coefficients) $\prod$. وللحفاظ على شرط التساوي الحراري، يجب تدفق التيار الحراري في واحدة من الوصلات ويخرج من من وصلة أخرى، إذا كان هناك تيارٌ كهربائيٌ. وهذا يعني أن الدائرة الكهربائية تعمل كمضخة حرارية، تولد حرارة من طرف وتزيلها من طرف آخر. هذه العملية على عكس الحرارة الأومية (نسبة لمقياس أوم) الاعتيادية، هي عملية يمكن عكسها، وهي أيضاً على عكس الحرارة الأومية يمكن أن تستخدم أيضاً لتهدئة الأمور.

بسبب علاقة أوسانغر، فإن هذا الأمر يتطلب أن تكون $L_{QN} = L_{NQ}$،

$$\prod = ST \quad (50.14)$$

ليس هناك سبب مسبق لتوقع العلاقة ما بين المُعامِلات في الدوائر الكهربائية على أساس أنها ميزان حرارة وبراد، بل هي نتيجة لثباتية انعكاس الزمن في معادلاته التي تنظم العلاقة.

إن المواد اللازمة لعملية مُبَرِّد بلتيير (Peltier Coolers) تتطلب قدرة حرارية كبيرة، جنباً إلى جنب مع الموصلية الكهربائية σ وموصلية حرارية واطئة k. وكلا العنصرين يمكن دمجهما لتحديد الأبعاد التقديرية:

$$ZT \equiv \frac{S^2\sigma}{k} \quad (51.14)$$

الخيار الأكثر شيوعاً هو شبه الموصّل المطعم بالـ بزموت(*) (Bismuth) و الـ تيلوريد(**) (Telluride)، الذي يمتلك قيمة $ZT \sim 1$.

يتم توصيل الوصلات في مُبَرِّد بلتيير بسلسلة من الأسلاك لزيادة مقاومة الأجهزة، ومن أجل تقليص خسارة الحرارة الأومية، ويمكن لهذه الأسلاك أن تكون مكدسة بالتوازي لزيادة انخفاض درجة الحرارة. فقد وجدوا في تطبيق التبريد من دون حركة أي جزء، أنّ كل الأشياء الحياتية بدءاً من الرقائق الحاسوبية وحتى الغواصات، يكون واحداً من أهم تطبيقاتها كيفية تبريد أجهزة الاستشعار الأخرى، مثل أجهزة الكشف عن الأشعة تحت الحمراء، التي تمتلك حساسية تجعلها تتحسن مع انخفاض درجة الحرارة. حيث يمكن الوصول إلى الفروقات القصوى لدرجات الحرارة من خلال تقليل القدرة الحرارية عند درجات حرارة منخفضة، حيث يمكن لمعدل تشتت الإلكترون الذي أنشئ أن يتناقض في القدرة الحرارية. هناك فرق في درجات الحرارة لحوالي 100 °C هو يمثل الحد الأقصى لمادتي البزموت والتيلوريد من دون وجود أي تحميل حراري، مع نسبة

(*) البزموت هو عنصر كيميائي رمزه **Bi** وعدده الذري 83. وهو عنصر خماسي التكافؤ في المعادن عندما يستقر بعد المرحلة الانتقالية، ويشبه كيميائياً الزرنيخ والأنتيمون. البزموت هو العنصر الأكثر ديامغناطيسية بطبيعة الحال، وتعتبر مادته واحدة من أدنى قيم التوصيل الحراري بين المعادن (المترجم).

(**) تيلوريد هو عضو في الفترة السادسة من الجدول الدوري، ورمزه الكيميائي Ti وغالباً ما يوجد في الطبيعة على شكل آيون ميال لأن يتفاعل مع الذهب والفضة (المترجم).

لأقصى قدر من الكفاءة للضخ الحراري إلى الطاقة المزودة لـ 0.5 – 0.25~ بسبب الخسائر الحرارية داخلياً.

2.2.14 كهروضغطية

المثال الثاني المهم، هو وجود العلاقة التبادلية ما بين القوة والحقل الكهربائي، والتي تسمى بـ كهروضغطية (Piezoelectricity). فإذا كان الحقل الكهربائي $\vec{E}$ والضغط (القوة نسبة للمساحة) $\vec{T}$ الذي يتم تطبيقه على المواد، فينتج عن ذلك استقطاب $\vec{P}$ من المعادلة الآتية:

$$\vec{P} = \boldsymbol{d}\vec{T} + x\vec{E} \tag{52.14}$$

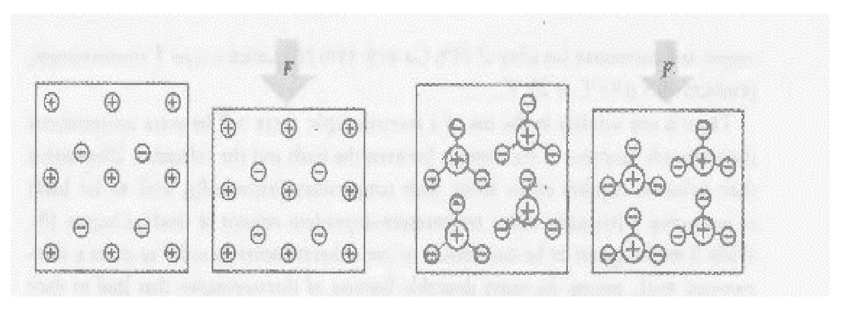
حيث x تمثل مصفوفة التحسس (Susceptibility Matrix) و $\boldsymbol{d}$ تمثل مصفوفة الكهروضغطية. والسلالة الموافقة $\vec{S}$ (المهجرة نسبياً) هي:

$$\vec{S} = \boldsymbol{c}\vec{T} + \boldsymbol{d}\vec{E} \tag{53.14}$$

حيث $\boldsymbol{c}$ تمثل مصفوفة الامتثال الميكانيكية (Mechanical Compliance Matrix). وبسبب مبرهنة أوسانغر، تكون $\boldsymbol{d}$ هي ذاتها مصفوفة الامتثال الميكانيكية. مرة أخرى، ليس هناك سبب مسبق لتوقع ما ينتجه الحقل الكهربائي كردٍ على القوى الميكانيكية التي تمتلك نفس مُعامِلات النزوح الإلكتروني المنتجة من قبل الحقل الكهربائي.

هناك نوعان من الكهروضغطية، معروضان في الشكل 3.14. في المواد الفيرّوكهربائية (عازل كهربائي شفاف) (Feroelectric) هناك عزم ثنائي القطب (Dipole Moment) وهو أمرٌ أساسي لوحدة الخلية، وذلك لإزاحة الاختراق المتشابك (Interpenetrating Lattices). الزخم يمكن أن يغير قيمته، إذا كانت نسبة إحدى جوانب الخلية متغير. وفي الكهروضغطية غير المتعلقة بالعزل الكهربائي الشفاف لا يكون هناك أي زخم أساسي، ولكن يمكن للقوى المطبقة كسر التماثل في توزيع الشحنة محيطياً، وتحفيز آخرى. فالعازل الكهربائي الشفاف هو دائماً كهروضغطي، ولكن العكس ليس صحيحاً. ومادة تيتانات الباريوم (BaTi03) هي مثال أقدم من الكوارتز. ولو تمّعنا أكثر لوجدنا حتى العظام هي

كهروضغطية، لأنها تنمو على كيفية نمو مقاومة أفضل للضغط (Fukada & Yasuda, 1957).



الشكل 3.14: مواقع الشحنات للمواد الكهروضغطية، في وحدة خلية عازل كهربائي شفاف (يساراً)، ولعازل كهربائي غير شفاف (يميناً).

بسبب العلاقة التبادلية، فإن الكهروضغطية مفيدة على قدم المساواة كما الكشف الصوتي والمولدات الكهربائية. فإذا كانت الترسيب على الأقطاب الكهربائية على الجزء العلوي والسفلي من الكهروضغطية، فإن التغيير الناجم ميكانيكياً في الاستقطاب سوف يحفز الشحنات على الأقطاب الكهربائية، والعكس بالعكس. ولما كانت هذه المواد هي مصد الشحنات بدلاً من كونها مصدراً لاستجابة الڤولطية، التي تسقط في الترددات المنخفضة، علاوةً على أننا نحتاج أيضاً استخدام الكهروضغطية مع أجهزة مدخلات المقاومة العالية لمنع تحميلها.

إذا كان بالإمكان تغيير موقع الشحنة النسبية في وحدة الخلية، فإن العازلات الكهربائيات الشفافة ستمتلك منحنيات $\vec{E}$ و $\vec{P}$ المتماثلة لمنحنيات $\vec{H}$ و $\vec{M}$ المغناطيسية الحديدية (من هنا جاء الاسم)، والتي فيها فوقها ستفقد درجة حرارة كوري في تناسقها. ويمكن تطبيق التباطؤ في المعالجة الكهربائية لذاكرة لا ڤولطية لها (Scott, 1988) ولا كشف فيها (Surguy, 1993).

تكون كهروضغطية عزل كهربائي شفاف مستقطبة بواسطة حرارة المادة المطبقة على الحقل لتحفيز الاستقطاب، ولربما جنباً إلى جنب مع الضغط الميكانيكي على محاذاة النطاقات البلورية. وعليه يتم تحديد محاور كهروضغطية تقليدية متباينة الخواص، بحيث تكون «3» تشير إلى السمك، و «1» تشير إلى اتجاه القذف، و «2» تشير للاستعراض. في حين أن d_{33} تمثل التوافق مع القوة المطبقة على كل سمك يُحمل في الحقل بهذا الاتجاه. سيراميك الكهروضغطية الشائعة استعمالاً المعروفة بـ PZT ($pb(Zr,Ti)O_3$) تمتلك d_{33}

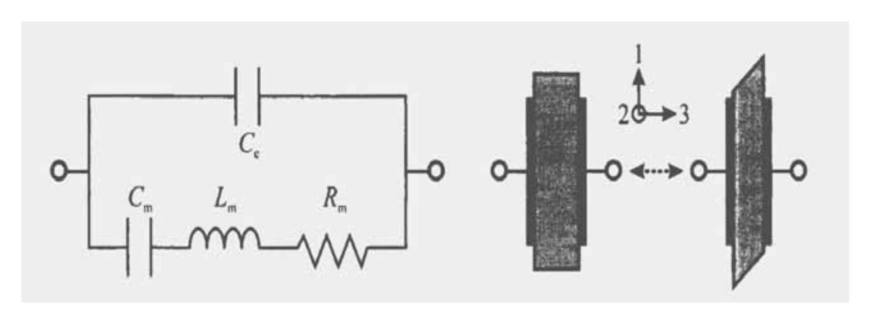
لـ d_{33} ~280 $^{pC}/_{N}$. وبوليمترات PVDF (فلوريد البولي فينيل) لديها d_{33} لـ 33 $^{pC}/_{N}$، رغم أن قيمته أصغر من PZT و PVDF إلا أنه جذاب بسبب رقته، ومرونته وسعة نطاقه (Kawai, 1969). كما أن مُعامِل الـ d_{33} يمثل حقلاً كهربائياً عرضياً ناتجاً من الضغط السطحي، وهو عادة ما يكون حجمه صغيراً إلا أنه مفيد جداً، لكون ردة فعل الميكانيكية قد تكون كبيرة جداً.

3.14 النسبية

الافتراض الأخير الأقل حدةً هو أن الزمن والمكان عنصران مستقلان في المراقبة. ففي الوقت الذي يبدو فيه أن تلك مسألة فلسفية أو ضربٌ من الخيال العلمي أكثر منه تصميماً هندسياً، نرى أن الآثار النسبية لها انعكاسات كبيرة على تطبيقات مثل الملاحة التي تعتمد على دقة حفظ الوقت. فللخوض في هذا الخصوص سنحتاج إلى: أولاً النظر في كيفية قياس الزمن، ومن ثم كيف يمكن تصحيحه نسبياً، وفي النهاية قياس الموقف.

1.3.14 الساعات

العلاقة المتبادلة بين الاستقطاب والنزوح الإلكتروني في المادية الكهروضغطية تعني أن سلوكيتها الكهربائية تعتمد على خصائص ميكانيكية تلك المادة. الشكل (4.14) يبين فعالية الدائرة الكهربائية لبلورة الكهروضغطية ما بين الأقطاب الكهربائية. وبالتوازي مع السعة الكهربائية C_e، هناك سلسلة من الدوائر الكهربائية المرتبطة بفعل ردها الميكانيكي. وتمثل السعة C_m مخزن الطاقة لنزوح الإلكترونات من المادة ، في حين أن الحث L_m يأتي من كتلة القصور الذاتي للمادة، أما المقاومة R_m فتعود إلى تبديدها الميكانيكي بسبب الكهروضغطية، حيث كلها تبدو وكأنها مكونات كهربائية متصلة الأقطاب.



الشكل 4.14: الدائرة الكهربائية الفعّلة لمرنان كهروضغطي، وصيغة تشذيب السمِّك.

لنتأمل الآن ما يحدث عندما يتم توصيل هذه الدائرة في شبكة التغذية الراجعة لمكبّر صوت. فإذا كانت مخرجات مكبّر الصوت مرتبطةً بمدخلاتها من خلال عكس الكسب $y = -Ax$، وإذا كانت موازين مخرجات دائرة التغذية الراجعة بواسطة المُعامِل المعقد $x = F(w)y$، فالنتيجة هي $x = -AF(w)x$. وهذه الحالة لا يمكن أن تحدث إلا في حال أن $AF(w) = -1$ ، لذا يجب أن يكون الطور F هو π (أو المضاعفات الأعلى). المسألة 3.14 ستبين تحول الطور الذي يحدث حول تردد الصدى $w = 1/\sqrt{L_m C_m}$. وهو ما يعني أن أي ضجيج ابتدائي في الدائرة الكهربائية عند التردد سينمو باضطراد حتى يتقاطع أو يكون محدوداً بصورة متعمدة. وتستخدم هذه الميكانيكية لتوليد الساعات لمعظم الأجهزة الرقمية.

الميزة الكبيرة لاستخدام البلورات الكهروضغطية بدلاً من «مُحِثّ اعتيادي» (Ordinary Inductor) ومكثف تتحقق في أداء مكوناتها الفعالة. ويعتبر الكوارتز (SiO_2) من المواد الأكثر شيوعاً في الاستخدام، لكونه يوجد بتلك الدقة المتناهية، علاوة على رخص سعره الذي يصل كرخص سعر الرمل، ولأنه يمكّن الموسطات الميكانيكية ألا تعتمد على الحرارية إلا بالصورة البسيطة. وإن نمط الرنين الأكثر استخداماً هو تشذيب السماكة(*) (Thickness Sgear)، لكن انعطاف الرنين ووسائطه ذوات المستوى العالي يمكن أن تكون أيضاً في حالة تحمس، ومن الممكن أن تستخدم موجة صوتية سطحية (Surface Acoustic Wave (SAW) بدلاً من الموجات الصوتية السائبة (Kino, 1987). فبالنسبة إلى رنين الكوارتز C_m عادةً ما يتم قياسه بواسطة وحدة فيمتوفراد(**) (Femtofarad)، في حين تقاس L_m بواسطة وحدة القياس العالمية ملي هنري(***) (Millihenry)، حين يتم إعطاء أمر من الميغاهيرتز إلى ترددات الرنين، مع نغمات تصل إلى حد المئات من الميغاهيرتز. كما أن المكثفات والمحثات ضمن هذا المدى، ستكون معرضة بشكل كبير جداً إلى الاقتران المتطفل، والانجراف الحراري. ولعل الأسوء من ذلك، هو أن Q في الدائرة الكهربائية

(*) طبقة من طبقات بنية المادة تنتج بسبب الضغط المستخدم عندما تتحول الطبقات نتيجة الضغط إلى وضع أفقي بالنسبة إلى بعضها البعض (المترجم).

(**) وحدة قياس عالمية لقياس السعة الكهربائية، وهي تساوي 10^{-5} فاراد (المترجم).

(***) وحدة قياس عالمية تستخدم لقيس الحث وهي مساوية إلى واحد من ألف من هنري 10^{-3} (المترجم).

التقليدية LC تكون قيمتها $100 - 10$~. وبالنسبة إلى مرنان الكوارتز تكون قيمته $10^5 - 10^4$~، وذلك بسبب التخميد الميكانيكي نتيجة احتكاك الداخلي (Internal Friction) الذي هو أصغر بكثير من المقارنة بالمقاومة الكهربائية. فلما كانت Q مساوية إلى $f/_{\delta f}$، فإن حدود انعكاس عدم اليقين النسبي $f\delta/_{f}$ في حالة اشتقاق المرنان.

يأتي اختلاف التردد السائد في مرنان الكوارتز من الانجرافات الحرارية المتغيرة الصلابة. ويمكن تصحيح ذلك من خلال قياس درجة الحرارة واستخدامها في ضبط الدائرة الكهربائية للمرنان في مكافئ درجة حرارة البلورات المذبذبة (Temperature Compensated Crystal Oscillator) (TCCO)، حيث يمكن تقليل الخطأ نسبياً لـ 10^6~. والأفضل من ذلك، هو استخدام مكافئ فرن البلورات المذبذب (Oven Compensated Crystal Oscillator) (OCCO) لإصلاح درجة حرارة المرنان، حيث يمكن إتمام ذلك عند درجة الحرارة التي يكون عندها الكوارتز أقل حساسية للانجراف، ويقلل الخطأ النسبي ضمن مدى قصير بواقع 10^{-8}~ (Walls & Vig 1995).

إن قياس الزمن بأجزاء من 10^8 قد يبدو رائعاً جداً، وهو كذلك، ولكن ليس من الصعب أن نقول، لربما تكون هناك حاجة لأكثر من ذلك. فالخطأ المتاح في 1 نانو سيكون $0.1 = 10^8 \times 10^{-9}s$~. ولما كان إشعاع الكهرومغناطيسية يقطع مسافة 1 ft/ns، فإن هذا يعني أنه إذا استُخدم مذبذب الكوارتز في تحديد وقت الوصول لإشارة تردد راديوية (RF) فستكون تلك الإشارة باتجاه آخر مساوياً لما يعادل 10 أقدام عن بُعد مسار لمدة ثانية واحدة، وإن هذا الاختلاف قد يسبب بعض القلق إذا ما حاولنا استخدامه لهبوط الطائرة. إن أهمية دقة (فرق الزمن) هي بأهمية دقة (الانحياز). ويتم تحديد تردد الرنين لمذبذب الكوارتز من خلال الخصائص الميكانيكية. فحتى لو كانت هذه الخصائص الميكانيكية مستقرة بما يكفي، وإذا لم يكن المرنان قد تم قطعه لطول معين أو إذا كانت التغيرات في الصلابة بسبب القِدم، فإن الطائرة ستهبط حسب التوقعات في وسط الميدان.

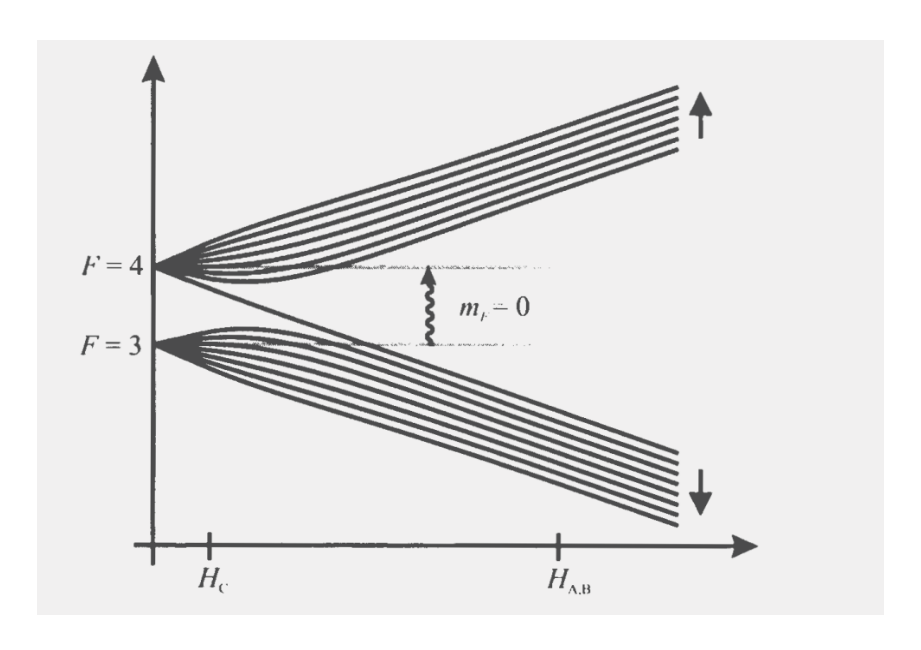
يتم حل كل من هاتين المشكلتين بالتسليم، بأن الأشياء المجهرية (Macroscopic) يمكن أن تختلف، ولكن الخصائص المجهرية الدقيقة (Microscopic) لكل الذرت

هي متطابقة. ففي الكمّ الميكانيكي لا توجد أي وسيلة للتمييز ما بين ذرتين، بحيث حتى الساعات التي تعتمد على المرنانات الذرية ستحافظ على نفس الوقت. وهذه فكرة قديمة (Kusch 1949)، إذ كِلا المشكلتين تتطلب قدراً كبيراً من التكنولوجيا الجديدة (Major 1998).

السيزيوم له نظير واحد مستقر، ^{133}Cs، مع حركة دورانية ذرية لـ $I = 7/2$. وهناك إلكترون خارجي واحد، وفي حالته التأريضية في المدار s ومع زخم زاوي $L = 0$. وعليه لما كان الإلكترون في حركة دورانية هي $S = 1/2$، فإن زخمه الزاوي $J = L + S$ سيكون $\pm 1/2$. وإذا كان الإلكترون موازياً للنوية، فإن الزخم الزاوي للنويات مجموعاً هو $F = I + J = 4$، وإذا كانت الإلكترون غير موازياً للنويات فسيكون $F = 3$. هذه الطاقات ستنفصل بسبب تزاوج ثنائي قطبي - ثنائي قطبي ما بين الإلكترون والنواة. وتسمى هذه العملية بـ بنية دقيقة (Fine Structure)، وذلك لأن الحجم أصغر من الانتقال ما بين مستويات الإلكترون الخارجي.

الفصل الخامس عشر سيناقش بصورة إضافية كمّ الزخم الزاوي، وحالات الدوران المسموحة. حيث إن المكون m الذي يتماشى مع الحقل المغناطيسي هو الكمّ لعدد الخطوات الصحيح، بحيث لـ $F = 3, m = -3, -2, \ldots, 2, 3$. ويتم فصل طاقات هذه الحالات وفقاً لاقتران الثنائي القطب للحقل، كاشفاً البنية الفائقة الدقة (Hyperfine Structure) وفقاً لاتساع الحقل. ففي حدود الحقل المغناطيسي القوي التوجه نحو الإلكترونات، فلم يعد هناك دوران ذري، وإن الطاقة تعتمد فقط على المواءمة مع الحقل. الشكل 5.14 يوضح ذلك.

لننظر الآن في ساعة ذرية (Atomic Clock) مبينة في الشكل 6.14، سنجد أن ذرات السيزيوم تُستخلص من الفرن لتكون في غرفة الفراغ، ومن ثم تمر بالتدرج خلال حقل مغناطيسي شديد. وبالنسبة لمجموعة واحدة من الحالات، تعتبر بقوة هذه العملية مواتية لتكون في حقل مغناطيسي أضعف، والمجموعة الثانية من الحالات تكون في حقل مغناطيسي أقوى، لذلك فإن مستويات الطاقة الشكل 6.14 تنقسم إلى مجموعتين من الشعاعات. لنختر فتحة واحدة من هذه الشعاعات، سنجد أن ذرات السيزيوم تدخل إلى منطقة حقل مغناطيسي منتظم، مفحوصٍ بعناية من قبل الحقول المغناطيسية الخارجية.

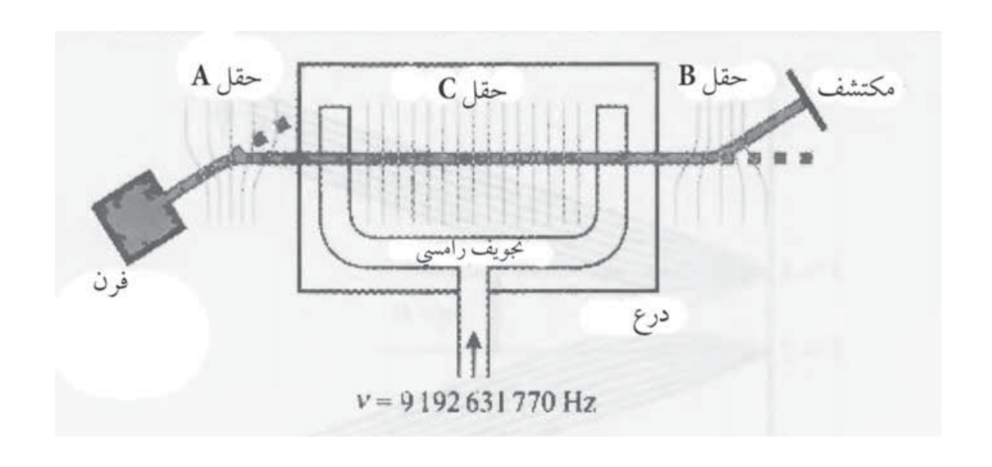


الشكل 5.14: مستوى طاقة السيزيوم.

من ثم تُطبق الموجات الدقيقة على الحقول ذوات الترددات المضبوطة لـ $(F = 3 \rightarrow 4)$ للانتقال ما بين مستويات $m_F = 0$، التي هي من الوهلة الأولى تكون مستقلة عن الحقل المغناطيسي. فالحقل المغناطيسي المستخدم شديداً بما فيه الكفاية لفصل الحالات الفائقة الدقة، ولكن ليست شديدة جداً لبدء فصل حالات الخطوط الطيفية ذات الصلة(*) (Multiplet).

وعن طريق تحوير الترددات الريديوية، والتغذية الراجعة لكاشف الإشارة، يمكن تأمين ترددها في الرنين. أصبح الآن معدل هذا التحول هو التعريف بها في الثانية، $v = 9192631770\ Hz$. فعرض بث الخط الطيفي محدود بـ تردد - زمن غير اليقيني من المرور خلال الحقل، الذي يتحسن بواسطة جعل المنطقة الوسطى أطول قدر الإمكان. تجويف رامسي (Ramsey Cavity) يقلل من التجانس المطلوب خلال تطبيق الترددات الريديوية المتماسكة عند نهاية وبداية الفترة فحسب (Ramsey 1972).

(*) تعني كلمة (Multiplet) في الفيزياء، إما مجموعة من الخطوط الطيفية ذات الصلة، أو مجموعة من الجسيمات دون الذرية ذات الصلة، حسب الفكرة الواردة (المترجم).



الشكل 6.14: شعاع ساعة ذرية باستخدام مادة السيزيوم.

إن التحول من الكوارتز لشعاع السيزيوم يقلل من عدم اليقين النسبي في زمن مقداره $\sim 10^{-12}$. وباستخدام الليزر لتنفيذ اختيار الحالة، وتبريد الذرة، بحيث يمكن إسقاطها في نافورة الجاذبية، يمكن أن تتوسع قيمة الزمن لتصل إلى $\sim 10^{-15}$ (Gibble & Chu 1993). وهذا الأداء المذهل هو كما الاستقرار وقابلية التكرار في حالة الكمّ للذرة، الذي ضمن هذه الحدود لا يمكن أن نقول سوى أنه لا يوجد انجراف إلكتروني كوني.

2.3.14 الزمن

الذرات قد لا تنجرف، لكن الزمن ذاته يمكن أن ينجرف. هذا الاستنتاج الصادم نابعٌ من فشل تجربة ميشيلسون – مورلي (Michelson-Morley) في عام 1887 عند مراقبة الفرق في سرعة الضوء المتحرك بصورة متوازية والمتعامد مع مدار الأرض، والناجم عن الحركة خلال وسيط يحمل موجات كهرومغناطيسية. إضافة لذلك، ما طوره لورنتز (Lorentz) للتحولات ما بين إطارات القصور الذاتي التي تركت معادلات ماكسويل من دون أي تغيير، ومؤدية إلى نظرية النسبية الخاصة (Special Relativity) (Einstein, 1916). فعدم وجود الأثير الكهرومغناطيسي أدى أيضاً إلى التسليم بأن الإشعاع الكهرومغناطيسي مكمّم في الفوتونات.

الشكل 7.14 يوضح لماذا الملاحظة التجريبية لسرعة الضوء ثابتة، بغض النظر عن الحركة النسبية للباعث، وأن الكاشف يؤدي إلى وجوب عدم وجود الزمن. فلو قلنا، صحنٌ طائر مر بسرعة v، وعند زمن مقداره $t = 0$، وهناك ومضة ضوء، وإن

كلّ من راقب الصحن الطائر وهو ثابِتّ في المختبر أو راقب وهو متحرك تزامنت ساعاتهم. فإذا كان قطر الصحن الطائر d، فإن ومض الضوء سيصل إلى بعد نهائي عندما $d = ct_{saucer}$. ففي تلك اللحظة يكون الصاروخ قد سافر مسافة $x = vt_{lab}$ ، وفي إطار المختبر يكون الضوء قد سافر مسافة $r = ct_{lab}$. حيث إن الزمن في كلا الإطارين يمكنهما أن يتصلا مع بعضهما من خلال التوفيق في هذه الهندسة:

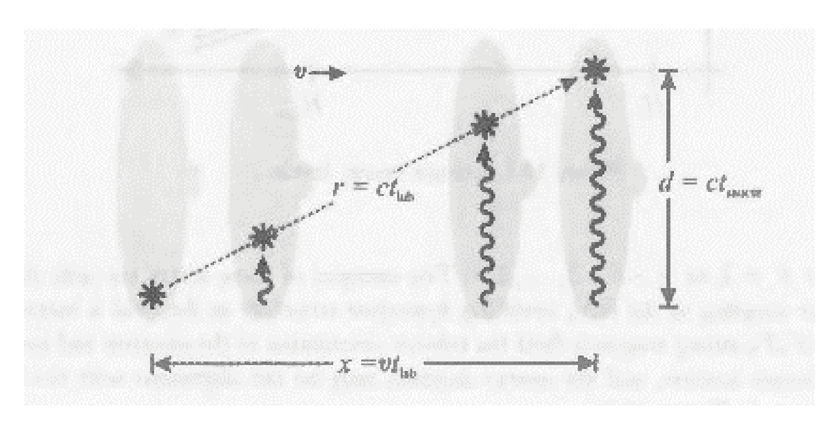
$$r^2 = x^2 + d^2 \tag{54.14}$$

$$c^2 t_{lab}^2 = v^2 t_{lab}^2 + c^2 t_{saucer}^2$$

$$t_{lab} = \frac{t_{saucer}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\equiv \gamma\, t_{rocket}$$

قد يبدو أن الوقت في المختبر يمر أكثر من الصحن، فالوقت في إطار التحرك يتوقف عند حدود (!) $v \to c$. يسمى هذا بـ تمدّد الزمن (Time Dilation) الذي يجب أن يكون التطبيق فيه أكثر إثارة لنظرية فيثاغورس.



الشكل 7.14: تمدد الزمن.

إنّ توسيع نطاق الزمن يعني بدوره تحجيم الزخم الذي يتم أيضاً بين الإطارات المتحركة:

$$p = mv = m\frac{dx}{dt} \rightarrow m\frac{dx}{dt}\gamma = mv\gamma \tag{55.14}$$

ولما كانت الطاقة هي تكامل القوة مضروباً في النزوح، والقوة هي معدل التغير في الزخم في الإطار، فإن الطاقة فيما بعد التعجيل من 0 إلى v هي:

$$\begin{aligned}
E &= \int_0^v F\,dx \\
&= \int_0^v \frac{dp}{dt}\,dx \\
&= \int_0^v \frac{dx}{dt}\,dp \\
&= \int_0^v v'\,dp \\
&= \int_0^v v'\,d(mv'\gamma) \\
&= m\int_0^v v'\,d\left[\frac{v'}{\left(1 - {v'^2}/{c^2}\right)^{1/2}}\right] \\
&= m\int_0^v v'\left[\frac{1}{\left(1 - {v'^2}/{c^2}\right)^{1/2}} + \frac{{v'^2}/{c^2}}{\left(1 - {v'^2}/{c^2}\right)^{3/2}}\right]dv' \\
&= m\int_0^v \frac{v'}{\left(1 - {v'^2}/{c^2}\right)^{3/2}}\,dv' \\
&= \frac{mc^2}{\left(1 - {v'^2}/{c^2}\right)^{1/2}} \\
&= mc^2\gamma
\end{aligned} \tag{56.14}$$

في حدود السرعة المنخفضة هذه، يكون لها شكل شهير:

$$E = \frac{mc^2}{\left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2}} \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \tag{57.14}$$

مظهر طاقة الكتلة الساكنة (Rest Mass Energy) mc^2 مرتبطة مع المادة بدلاً من ارتباطها مع الحركة التي لها آثار فيزيائية هائلة (وأي شيء آخر).

لنتأمل الآن ما سيحدث عندما تنقل الكتلة m الموجودة في حقل جاذبية كتلة M من نصف القطر r' إلى r كما مبين في الشكل (8.14). طاقة الكتلة الساكنة لا تتغير، ولكن الطاقة الكامنة للجاذبية هي التي تتغير. نحن نعرف من ميكانيكيا الكمّ أن $E = hv$، بحيث كان في كِلا الوضعين من المحتمل لكل الطاقات (الساكنة زائداً الكامنة) أن تتحول إلى فوتونات مع تردد E/h. ولكن هناك ثمةَ مشكلة، لأنه إذا كان الفوتون بديلاً عن الكتلة المسافرة من r' إلى r، فلم تعُد الطاقات متطابقة. ومن خلال إرجاع الفوتون إلى الكتلة، بالاعتماد على اتجاه سفره فمن الممكن إما تشغيل دورة بوصفها آلة الحركة الدائمة، أو تتسبب في تلاشي الكتلة. وحيث إن هذا الأمر جذاب ولكن بقدر ما نحن نعرف، فإن مثل هذه النتيجة مستحيلة، ولعل الاستنتاج الأكثر قبولاً هو، أن تردد الضوء يجب أن يعتمد على الجاذبية، وهذا ما يطلق عليه تسمية انزياح أحمر جاذبي (Gravitational Red Shift).

$$E' = mc^2 - \frac{GMm}{r'} \qquad v' = \left(mc^2 - \frac{GMm}{r'}\right)\frac{1}{h}$$

$$E = mc^2 - \frac{GMm}{r} \qquad v = \left(mc^2 - \frac{GMm}{r}\right)\frac{1}{h}$$

الشكل 8.14: انزياح أحمر جاذبي.

في المقطع الأخير شاهدنا أن التذبذبات الكهرومغناطيسية هي التي تحدد الزمن، وبالتالي يجب على اثنين من الأقطار الدائرية أيضاً تحجيم نسبة الترددات

(58.14)

$$t = \frac{1 - \frac{GM}{rc^2}}{1 - \frac{GM}{r'c^2}}\, t'$$

يتباطأ الزمن حينما تزداد الجاذبية، ولعل واحدة من التنبؤات الأكثر إثارة للدهشة

من نظرية النسبية العامة (General Relativity Theory)، هي توسيع نطاق النسبية الخاصة (Special Relativity) لتشمل الجاذبية (Einstein, 1905). فبذور ميكانيكيا الكمّ تختبئ في ثبات سرعة الضوء في النسبية الخاصة، بحيث يكون حصولنا على الانزياح الأحمر من خلال جمع ميكانيكيا الكمّ مع النسبية الخاصة، ولكن حتى هذا الحين، ترفض الجاذبية ذاتها، الانصياع لتفسير الكمّ (Hawking 1993).

على ما يبدو، إن مرور الوقت يعتمد على الحركة، وعلى الجاذبية. وحين لم يكن هذا الأمر مألوفاً من تجربتنا اليومية غير النسبية، فإن تلك الآثار لا يمكن قياسها بواسطة الساعة الذرية فحسب، بل هي بحاجة إلى تصحيحات ضرورية بواسطة أنظمة ضمن مدى أنظمة الكهرومغناطيسية العملية (المسألة رقم 5.14).

3.3.14 الموقع

يرتبط الزمن ارتباطاً وثيقاً بتاريخ الملاحة. ويمكن تحديد خط عرض السفينة في البحر بسهولة بواسطة النجوم، ولكن بسبب دوران الأرض هناك حاجة إلى مرجعية موثوقة للزمن لإيجاد خط طول السفينة في البحر. فقد أدى الحادث المأساوي لغرق سفينة عام 1707م، إلى تقديم الحكومة البريطانية جائزة كبيرة لتحسين الـ كرونوميتر(*) (Chronometer)، الذي في نهاية المطاف طالب به جون هاريسون (John Harrison) عام 1765 لتصميمه الميكاني الجيد لنوع أفضل بكثير من الدقة وفق ثانية لليوم، وبخطأ نسبي مقداره 10^{-5} وهو ما قد يكون قادراً على المنافسة مع ساعات الكوارتز اليوم (Sobel 1996).

السفن البريطانية المبحرة من لندن تحدد كونوميتراتها من خلال ملاحظة الكرة الحمراء الملقاة على عمود فوق المرصد الملكي في غرينتش (Royal Observatory in Greenwich) عند الساعة الواحدة من ظهيرة كل يوم (اختيار لمتابعة فلكية الظهر). هذا هو السبب في إسقاط الكرات لإعلان السنة الجديدة، ولماذا التوقيت العالمي (CUT) (Coordinated Universal Time)، الذي يدعى في الأصل بـ توقيت غرينتش (GMT) (Greenwich Mean Time)، ولا يزال يقاس من درجة صفر خط الطول الذي يمر عبر المرصد الملكي. وبينما تحسنت نُظم قياس المواقع الحديثة بشأن وسائل

(*) أداة لقياس الوقت بدقة على الرغم من الحركة أو الاختلافات في درجات الحرارة والرطوبة والضغط الجوي (المترجم).

توزيعها على مدار الساعة، مازالت تعتمد على قياسات الزمن للحصول على مرجعية الحدث في الزمان والمكان المعلومين.

تشمل خطط الإشعاع التوقيت المتناثر من كائن سلبي، كشف الإذاعة ومدياتها (Radio Detection and Ranging) (RADAR) (Skolnik 1990)، كشف الضوء ومداه (Light Detection and Ranging) (LIDAR)» صوت الملاحة ومداه (Sound Navigation and Ranging) (SONAR). ومدى الصوت هو الأسهل في التنفيذ، بسبب بطء سرعة الانتشار: عند درجة حرارة 20 مئوية تكون سرعة الصوت $343\ ^{m}/_{s}$ في الهواء، $1482\ ^{m}/_{s}$ في الماء، $5960\ ^{m}/_{s}$ في مادة الستيل. وهذه تختلف مع درجة الحرارة، والظروف المحيطة، وتتطلب تصحيحات بيئية، والحد من دقة القياسات المطلقة. ومؤشر انكسار الضوء هو الدالة الأضعف للظروف الجوية ويمكن أن تنتشر أبعد من ذلك بكثير، لكن مدى البصريات يتطلب وقتاً في مستويات أسرع بكثير. ويحدد قياس زمن الانتقال (Time of Flight) المسافة مباشرة من تأخير الوصول:

$$d = v\,\Delta t \;\Rightarrow\; \Delta t = \frac{d}{v} \qquad (59.14)$$

ويمكن تحويل ما جاء في المعادلة أعلاه إلى قياس طور بواسطة تحوير الضوء مع مغلف السعة ومع التردد v، بحيث إن ملاحظة تحويل تحوير الطور $\Delta\varphi$ مرتبط بالمسافة من خلال:

$$d = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\frac{v}{V} \;\Rightarrow\; \Delta\varphi = \frac{2\pi V d}{v} \qquad (60.14)$$

الآن يمكن اختيار v لجلب $\Delta\varphi$ في مدى ملائم. وهكذا يعمل جهاز تعيين مدى ليزري (Laser Range-Finders) (Rueger, 1990).

في كل هذه الأنظمة تتشارك المرسلات والمستقبلات بالساعة، بحيث لا بد من أن يكون الوقت الذي نحتاجه موثوقاً خلال فترة الانتشار. ففي التشكيل «المزدوج» الإرسال الخاص بالتلقي، يتم وضع شروط أكثر صرامة بكثير على التزامن الخاصة بهم. وإذا كان المتلقي نشطاً ويسعى لتحديد الموقع مباشرة من عدة مرسلات، يجب أن يكون لكل جهاز إرسال مراجع زمن مستقل وموثوق. فالساعات الذرية المتطورة

يمكنها الطيران للقمر الصناعي وجعل هذه الحالة ممكنة عالمياً في نظام تحديد المواقع عالمياً (Global Positioning System) (GPS) (Bhaskar et al. 1996).

يستخدم نطام تحديد المواقع عالمياً (GPS) نظام ملاحة مع توقيت ومدى (Na Vigation System with Timing And Ranging) (NAVSTAR) كوكبة من الأقمار الصناعية على مدار 24 ساعة وعلى ارتفاع 20,200 كمّ في ستة مستويات مدارية عند ميله من خط الاستواء بدرجة 55 °C. ينقل كل قمر صناعي رسالة تحتوي على موسطاتها المدارية (التي يتم تحديثها باستمرار من محطة أرضية تتعقبه) والوقت من على متن الساعات الذرية فيه. يحدد موقع المتلقي على الكرة الأرضية لمعرفة المسافة لقمر صناعي واحد، ومعرفة المسافة لقمرين صناعيين تحدد بمنحني، ولثلاثة أقمار من خلال ثلاثة أزواج من النقاط (إحدى هذه النقاط الثلاث عادة ما تكون غير مادية). لإزالة الحاجة لجهاز الاستقبال وامتلاك ساعة ذرية مستقلة لتحديد المدى، فإن الإشارة القادمة من القمر الصناعي الرابع تستخدم لتحديد الهندسة والسماح في العثور على الأبعاد الثلاثية لموقع يستخدم فقط لقياسات الوصول النسبي التي يمكن القيام بها مع مذبذب كوارتز.

ترسل الأقمار الصناعية رسائلها بترددين هما 1575.42 MHz و 1227.6 MHz من أجل التمكن من تصحيح تأخير نشر الغلاف الأيوني. ولتحسين كلٍ من دقة التوقيت ورفض التدخلات، يستخدم تعديل انتشار الطيف. وهناك نوعان من الرموز، الأول فضفاض/ اكتساب (Coarse/ Acquisition) (C/A)، حيث لديه سلسلة من 1023 رقيقة تتكرر في كل ثانية بالمليون. وهذه الرموز وآليتها تستخدم لـ خدمة التموقع القياسي (Standard Positioning Service) (SPS) وهي متوافرة للجميع، ولنقل معلومات مكتسبة لترميز التشفير يستخدم خدمة التموقع الدقيق (Precise Positioning Service) (PPS) وتحتاج لمدة سبعة أيام لإيصالها وينحصر استخدامها فقط على الجيش.

إن تناهي الدقة في خدمة التموقع الدقيق (PPS) ضمن مدى 10م، والدقة المحتملة لـ فضفاض/ اكتساب (C/A) بحوالي 40 م، ينظر إليه نظرة ازدراء من قبل البرنامج سيء الصيت الانتقائية المتاحة (Selective Availability) (SA) لـ 100م، وذلك للحد من الاستخدام الاستراتيجي لنظام تحديد المواقع عالمياً (GPS). ويتم إزالة هذه الأخطاء العشوائية المتعمدة من خلال استخدام نظام تحديد الموقع عالمياً التفاضلي (Differential GPS)، إذ يستخدم هذا النظام الإشارة من المحطة الأرضية مع موقعٍ معلوم للاستدلال

على التصحيح. وفي حدود الاستخدام المتوسط، يستخدم نظام تحديد الموقع عالمياً لقياس ما هو أقل من سنتيمتر للحركة الجيولوجية (Herring, 1999).

المشكلة 5.14 تنظر في أهمية التصحيحات النسبية لتوقيتات النانوثانية في الساعات الذرية لنظام تحديد المواقع عالمياً (GPS). يمكن للنسبية أيضاً أن تطبق مباشرة لقياس الدوران النتاج من خلال تأثير ساغنياك(*) (Sagnac Effect). سوف يستغرق وقت الضوء:

$$\tau = \frac{2\pi r}{c} \quad (61.14)$$

الاسترشاد بواسطة المرايا أو الألياف الضوئية حول الحلقة التي نصف قطرها r. فإذا كانت الحلقة تدور بمعدل Ω فإن السرعة المماسية هي:

$$\Omega\left(\frac{rad}{s}\right) \times \frac{1\,cycle}{2\pi\,rad} \times \frac{2\pi r}{1\,cycle} = \Omega \mathrm{r} \quad (62.14)$$

سرعة الضوء ضمن إطار الحلقة هي نفسها ضمن إطار المختبر، ولكن المسافة المقطوعة ليست كذلك. فخلال الزمن τ سيكون محيط الحلقة قد تقدم بـ $\tau\Omega r$. فإذا سار الضوء باتجاه الدوران فإن هذه المسافة تُضاف إلى مساره، وإذا سار الضوء في الاتجاه المعاكس فتطرح منه. والفرق بين هذين المسارين هو:

$$\Delta l = 2\tau\Omega \mathrm{r} = \frac{4\pi\Omega r^2}{c} \quad (63.14)$$

إن الحزم الشعاعية المرسلة بكِلا الاتجاهين ومن ثم يعاد جمعها، ستولد هامش تداخل من فرق المسارين. وهذا يمنح وسيلة لقياس Ω وبصورة قوية جداً لعدم وجود

(*) تأثير ساغنياك (وتسمى أيضاً تدخل ساغنياك)، وهي تسمية نسبة الفيزيائي الفرنسي جورج ساغنياك (Georges Sagnac)، وهي ظاهرة يمكن مواجهتها في التداخل الذي يثير بالتناوب. وتتجلى هذه الظاهرة في الإعداد يسمى تداخل الحلقة. حيث يتم تقسيم شعاع الضوء إلى شعاعين لمتابعة نفس المسار ولكن في اتجاهين متعاكسين. ليكون بمنزلة حلقة مسار يجب تحديد منطقة مسار الشعاع، وإذا ما عادت حزمة من الأشعة للدخول من نقطة ما، لا يسمح للخروج من تلك النقطة إلا لشعاعين خاضعين للتداخل (المترجم).

حركة بأي جزء، ولاحتوائها على مدى ديناميكي هائل بسبب نمط معدل الهامش المتولد. ويمكن زيادة الحساسية بواسطة إرسال الضوء حول الحلقة مرات عديدة، إما من خلال الألياف البصرية المتعددة المتحولة لـ جيروسكوب الليف الضوئي(*) (Fiber-Optic Gyroscope)، أو بواسطة استخدام الحلقة على اساس إنها تجويف ليزري في جيروسكوب الليزر الحلقي (Ring Laser Gyroscope) (Chow et al., 1985).

4.14 مراجع منتقاة

[Fraden, 1993] Farden, Jacob. (1993). *AIP Handbook of Modern Sensors: Physics, Designs, and Applications*. New York: American Institute of Physics.

~ 500 pages x 1 Sensor/ Page.

[Tinkham, 1995] Tinkham, Michael. (1995). *Introduction to Superconductivity*. 2nd edn. New York: McGraw-Hill.

الموصلية الفائقة، مع تركيز قوي على الظواهر بدلًا من النظرية الشكلية.

[Yourgrau et al., 1982] Yourgrau, Wolfgang, van der Merwe, Alwyn, & Raw, Cough. (1982). *Treatise on Irreversible and Statistical Thermophysics: an Introduction to Nonclassical Thermodynamics*. New York: Dover.

ويرنر هايزنبرغ (Werner Heisenberg) «مُعجب بهذا الكتاب كثيراً حقاً»، وأنا أيضاً.

[Major, 1998] Major, Fouad G. (1998). *The Quantum Beat: The Physical Principles of Atomic Clocks*. New York: Springer.

(*) الـ جيروسكوب جهاز يتكون من عجلة أو قرص بحيث يمكنه الدوران بسرعة حول المحور الذي هو في حد ذاته تردد في تغيير الاتجاه. لا يتأثر اتجاه محوره بطريق الإمالة عند تصاعد التردد. ويمكن استخدامها لتوفير الاستقرار أو الحفاظ على اتجاه الإشارة في أنظمة الملاحة والطيارين التلقائي (المترجم).

تتخلف كل من الفيزياء عن، داخل، وما وراء الساعات الذرية.

[Taylor & Wheeler, 1992] Taylor, Edwin F., & Wheeler, John Archibald. (1992). *Spacetime Physics: Introduction to Special Relativity*. 2nd edn. New York: W. H. Freeman.

دليل رائع للنظرية النسبية الخاصة.

[Misner et al. 1973] Misner, C. W., Wheeler, J. A., & Thorne K. S. (1973). *Gravitation*. New York: W. H. Freeman & Co.

دليل رائع للنظرية النسبية العامة.

5.14 مسائل

(1.14) هل وسع تيلور (Taylor) المعادلة (6.14) عندما تكون $V = 0$.

(2.14)إذا كان جهاز التداخل الكمومي فائق الموصلية (SQUID) ذو المساحة $A = 1cm^2$ بإمكانه كشف تدفق واحد من الكمّ، فما المسافة التي يمكن فيها تلمس الحقل الكهربائي من الأسلاك التي تحمل 1 أمبير؟

(3.14) إذا كانت المعلمات النموذجية لمرنان هي:

$$C_e = 5\,pF, C_m = 20fF, L_m = 3mH, R_m = 6\Omega \quad \textbf{(64.14)}$$

اشكل واشرح تبعية تفاعل هذه المعلومات (الجزء الخيالي للإعاقة)، والمقاومة (الجزء الحقيق)، وزاوية الطور للإعاقة على التردد.

(4.14) إذا سارت سفينة على خط الاستواء مستخدمة أحد كرونومترات جون هاريسون للتنقل، ما الخطأ في الموقع بعد شهر واحد؟ وما الخطأ لو تم استخدام شعاع السيزيوم الساعة الذرية؟

(5.14) قمر صناعي لنظام تحديد المواقع عالمياً (GPS) يدور على ارتفاع 20,180 كم:

(أ) ما سرعة مساره؟

(ب) ما الفترة الزمنية المدارية؟

(ج) قدر النسبية الخاصة للتصحيح على مدار واحد ما بين الساعة في القمر الصناعي لنظام تحديد المواقع عالمياً والساعة الأرضية. أيُّ الساعتين تسير أبطأ؟

(د) ما تصحيح النسبية – العامة على مدار واحد؟ وأي الساعتين تسير أبطأ؟

الفصل الخامس عشر

كمّ الحاسبات والاتصالات

شاهدنا العديد من الطرق التي تحدد القوانين الفيزيائية بحدود عميقة: رسائل لا يمكن أن تنطلق أسرع من سرعة الضوء، ولا يمكن تقليصها لتكون أقلّ حجماً من الذرة. فالتحجيم التقليدي لأداء الجهاز تم بناؤه على أساس زيادة سرعة الساعة وميزة التقليل من الاهتزاز، الذي هو بالفعل لمثل هذه القيود الأساسية. ولكن هذه القوانين ذاتها تحتوي على فرص. و يقدم الكون العديد من سبل التواصل والتعامل مع المعلومات أكثر مما نستخدمه في الوقت الحالي، وعلى الأخص من خلال الترابط الكموميّ. محدداً حالة لها N من بتّات الكمّ، تسمى بِتّ كموميّ (Qubits)، التي تتطلب 2^N من المُعامِلات، وهذا كثير.

تُعتبر ميكانيكا الكمّ أمراً ضرورياً لشرح هيكلة نطاق أشباه الموصلات، ولكن تجهيزها يتيح أداء الوظيفة الكلاسيكية. ويمكن لمجموعات الدوائر الكهربائية المنطقية أن تستند تماماً في وظيفتها على تدفق السائل أو الغاز، وهذه العملية تسمى بمنطق سوائلي (Fluidic Logic) (Spuhler, 1983) وتستخدم هذه بصورة روتينية في عملية حركة نقل السيارات. وفي الحقيقة، يمكن للكمّ أن يسبب مشاكل خطرة لمثل أجهزة دائرة كهربائية متكاملة واسعة النطاق(*) (Very-Large-Scale Integration) (VLSI) التي تم تقليص حجمها لتكون أدق من عرض نطاق البث، وذلك لأن البوابات الصغيرة لا يمكن أن يكون أداؤها مشابهاً لأداء نظيراتها من البوابات الكهربائية الكبيرة.

(*) هو عملية إنشاء الدوائر المتكاملة (IC) من خلال الجمع بين الآلاف من الترانزيستورات في رقاقة واحدة. بدأت تقنية VLSI في 1970s عندما جرى تطوير تقنيات أشباه الموصلات والاتصالات المعقدة. وقبل إدخال تكنولوجيا VLSI كانت معظم الوظائف الكهربائية المرحلية عبارة عن مجموعة محدودة من الوظائف التي يمكن أن تؤدي إلى عمل كفاءته محدودة (المترجم).

ولكن ماذا سيحدث فيما إذا تم التحكّم بالبِتّ ذاتها بواسطة الكمّ بدلاً من القوانين الفيزيائية التقليدية؟ وحيث إن ميكانيكيا الكمّ مهمة جداً، وغريبة جداً، فقد تساءل عددٌ من الرواد الأوائل، كيف يمكن أن تختلف ميكانيكيا الكمّ الحاسوبية عن القوانين التقليدية (Benioff 1980; Feynman 1982; Deutsch 1985).

فقد اعترض، على سبيل المثال، فينيمان (Feynman) على التكلفة الباهظة لمحاكاة نظام الكمّ على الحاسوب التقليدي، وخمن أنه من خلال حاسوب الكمّ يمكن محاكاة نظام كمّ آخر بكفاءة (مع أقل من الموارد الباهظة). نحن نعرف الآن أن هذا صحيح، واتضح أنه مجرد واحد من الآثار الرائعة لتمثيل كمّ المعلومات الميكانيكية. ويمكن لحاسوب الكمّ أن يجد العوامل الرئيسية في الزمن المتعدد الحدود، بدلاً من الزمن الأسي الذي هو مطلب لا بد منه في القوانين الكلاسيكية، وهو ما يشكل بالتالي هزيمة للترميز التقليدي المستخدم في التجارة الإلكترونية وأمن المعلومات. تقدم ميكانيكا الكمّ طريقة جديدة كلياً لحماية المعلومات من خلال تطبيق أسس قياس الكمّ بدلًا من نظرية الأعداد، ويمكن حتى أن تستخدم لنقل الجزيئات هوائياً بدلاً من استخدام بتات الاتصالات فحسب.

لفهم التنفيذ الهندسي لهذه الأوهام الخيالية العلمية، من الضروري أن نفهم ميكانيكيا الكمّ (إلى الحد الممكن). ويترتب على هذا، القيام بالبحث بعمق في أكثر الهياكل الرسمية للنظرية العلمية التي استخدمناها بشكل عابر سابقاً وحتى الآن. وعليه نتمدد لنشمل في بحثنا الزخم الزاوي، والديناميكية الحرارية، وفي النهاية نبني لغة لوصف معلومات الكمّ، والبروتوكولات، والدوائر الكهربائية، والخوارزميات.

1.15 ميكانيكيا الكمّ

من خلال الكثير من محاولات شرح المبادئ الأساسية لميكانيكيا الكمّ، يمكن القول إن أنجح شرحٍ لها هو: لأن ذلك هو على ما هو عليه. فقد ألهمت الملاحظات التجريبية، ومن ثم تسويغَ تطوير النظرية التي هي بعيدة عن تجربتنا اليومية. ولهذا السبب، فإن الحدس في ميكانيكيا الكمّ خطر. وبادئ ذي بدء، عندما نكون في شك من أمرٍ ما، لعله من الأفضل التركيز على المعادلات الرياضية، وترك التساؤلات حول المعنى والتفسير لوقت لاحق، عندما يتم تخفيف حدة الحدس من خلال التجربة.

1.1.15 الحالات والعوامل

يتم تحديد حالة نظام الكمّ تماماً بواسطة دالتها الموجية $|\Omega>$. وتربط عوامل التحولات في دالة الموجة مع خصائص الملاحظات. فإذا كان هناك عامل ما، لنقل $\hat{X}$،

لتعمل بناءً على دالة الموجة $|n>$ فتكن النتيجة هي أن دالة الموجة مضروبة بمُعامِل x_n:

$$\hat{X}|n> = x_n|n> \quad (1.15)$$

ومن ثم يقال عن $|n>$ إنها متجه ذاتي (Eigenvector) لذلك العامل، وفي المقابل تكون x_n قيمة ذاتية (Eigenvalue)، ومؤشر n يمثل رقم كموميّ (Quantum Number) للحالة. إنّ طيف القيم الذاتية يمكنه أن يكون مستمراً، مثل موقع الجسيمات الحرة، أو المنفصلة، ومثل مستويات الطاقة في ذرة ما.

عوامل الكمّ هي عوامل خطية، حيث تعني أن:

$$\hat{X}(\alpha|a\rangle + \beta|b\rangle) = \alpha\hat{X}|a\rangle + \beta\hat{X}|b\rangle \quad (2.15)$$

نسبة إلى الثابتين العشوائيين المعقدين α و β. وهذه هي الملاحظة الاختبارية، ولكن إذا كانت ميكانيكا الكمّ غير خطية فسيكون من الممكن إرسال رسائل أسرع من الضوء، أو حل المشكلات الحسابية المستعصية (Weinberg 1989; Abrams & Lloyd 1998) اللافتة للنظر ولكنها إمكانيات غير محتملة.

مجموعة كاملة من الدوال الذاتية (Eigenfunctions) تُشكل الأساس الذي يمكن استخدامه لتوسيع دالة الموجة العشوائية:

$$|\psi\rangle = \sum_n a_n|n\rangle \quad (3.15)$$

$|a_n|^2$ تمثل الاحتمالية التي هي مقياس $\hat{X}$ لتُعطينا قيمة x_n. فإذا ما حدث ذلك، فإن دالة الموجة يُطلق عليها «انهيار»(*) (Collapse) في حالة $|n\rangle$ بغض النظر عن ما إذا كانت هي الحالة الأساس التي تم البدء منها. قد يشوش حساب الكمّ بالضرورة النظام ما لم يكن بالفعل في الحالة الذاتية (Eigenstate).

تُقدم مُعامِلات a_n تمثيلاً تقليدياً مكتوباً على هيئة متجه عمودي لدالة الموجة يطلق عليه تسمية متجه الحالة (State Vector). ويُطلق على الحيز الذي تتحرك فيه هذه المتجهات تسمية حيز هلبرت (Hilbert Space)، والذي سيكون إما متناهي الأبعاد

(*) يقصد بذلك انهيار دالة الموجة (المترجم).

(Finite-Dimensional) أو لا متناهي الأبعاد (Infinite-Dimensional) للقيم الذاتية المنفصلة والمستمرة على التوالي. فاختيار مجموعة مختلفة من الدوال الذاتية تُعطي تمثيلاً مختلفاً لمتجه الحالة. كما أن العوامل المجراة على متجهات الحالة هي مصفوفات.

في تمثيل متجه الحالة، تتم معالجة الميكانيكيا الكموميّة من خلال الجبر الخطي (Strang 1988). ويرتبط مع كلّ متجه عمود $|\psi\rangle$، متجه صف $\langle\psi|$:

$$\langle\psi| = |\psi\rangle^{\dagger} \quad (4.15)$$

حيث إن خنجر العامل[*] (Dagger Operator) يُعرف على أساس أنه المرافق المعقد للبديل:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}^{\dagger} = \begin{pmatrix} a^* & c^* & e^* \\ b^* & d^* & f^* \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

وتسمى المصفوفة أعلاه بـ مُردَف هرميتي (Hermitian Adjoint). لنأخذ المُردَف الهرميتي لعملية الضرب لعكس الترتيب:

$$(\hat{X}\hat{Y})^{\dagger} = \hat{Y}^{\dagger}\hat{X}^{\dagger} \quad (6.15)$$

وذلك على وجه الخصوص:

$$(\hat{x}|\psi\rangle)^{\dagger} = \langle\psi|\hat{X}^* \quad (7.15)$$

المُردَف للقيم العددية هو المرافق المعقد (Complex Conjugate) فقط:

$$(\hat{x}|\psi\rangle)^{\dagger} = \langle\psi|\hat{X}^* \quad (8.15)$$

الضرب الداخلي (الضرب داخل مجال محدد) (Inner Product) لمتجهيّ حالة هو:

(*) تسمى كذلك لأنها في ميكانيكيا الكمّ تُعطي مصفوفة شكلها شكل الخنجر (المترجم).

(9.15)

$$\langle\psi|\varphi\rangle = (\psi_1^*\psi_2^*\cdots) \times \begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \vdots\end{pmatrix} = \psi_1^*\varphi_1 + \psi_2^*\varphi_2 + \cdots$$

وتطلق تسمية ديراك (Dirac) على $\langle\psi|$ (bra)، و$|\varphi\rangle$ (ket)، و$\langle\psi|\varphi\rangle$ يطلق عليها (a … bracket) (هل فهمت ذلك؟)(*).

تكون الدوال الذاتية ذات تعامد طبيعي (Orthonormal):

(10.15)

$$\langle j|k\rangle = \delta_{ij}$$

ومن ثم يتم تعيير الدوال الموجية، لكون مجموع الاحتمالات لنتائج القياسات لا بد من أن تكون مساوية لـ 1:

(11.15)

$$\langle\psi|\psi\rangle = \sum_j \langle j|a_j^* a_j|j\rangle = \sum_j |a_j|^2 = 1$$

يمكن إيجاد قيمة التوقّع (Expectation value) للمُعامِل من:

(12.15)

$$\langle\hat{X}\rangle = \langle\psi|\hat{X}|\psi\rangle$$

مع مُردَف ما، ستكون المعادلة:

(13.15)

$$\left(\langle\psi|\hat{X}|\psi\rangle\right)^\dagger = \langle\psi|\hat{X}^\dagger|\psi\rangle$$

لنأخذ قيمة التوقّع من دالة ذاتية ما:

(14.15)

$$\langle n|\hat{X}|n\rangle = \langle n|x_n|n\rangle = x_n\langle n|n\rangle = x_n$$

وسيكون مُردَفها:

(*) يقصد بذلك تقسيم القوس () إلى نصفين النصف الأول ويدعى bra وهو الجزء الأول من كلمة bracket ينسب إلى $\langle\psi|$ والجزء الثاني من الكلمة هو ket ويرمز به إلى النصف الثاني من القوس $|\varphi\rangle$ وعند جمع الاثنين يكون القوس متكاملاً ليُعطينا $\langle\psi|\varphi\rangle$ (المترجم).

(15.15)

$$\left(\langle n|\hat{X}|n\rangle\right)^{\dagger} = \langle n|\hat{X}^{\dagger}|n\rangle$$
$$= \langle n|x_n^*|n\rangle$$
$$= x_n^*\langle n|n\rangle$$
$$= x_n^*$$

يدل ذلك على أنه، إذا كان يمكن ملاحظة $(x_n = x_n^*)$ على أساس أنها قيمة حقيقة، فإن $\hat{X} = \hat{X}^{\dagger}$. أي أن أيَّ عامل يحمل هذه الخاصية سيكون هرميتي. ولما كان العامل الحقيقي لديه متغيرات ظاهرة ذات قيم حقيقة، فإن الكمّيات القابلة للقياس ترتبط مع العمليات الهرميتية.

الضرب الخارجي (Outer Product) لمتجهي حالة هو:

(16.15)

$$|\psi|\rangle\,\langle\varphi| = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \vdots\end{pmatrix} \times (\varphi_1^*\varphi_2^* \cdots)$$
$$= \begin{pmatrix}\psi_1\varphi_1^* & \psi_1\varphi_2^* & \cdots\\ \psi_2\varphi_1^* & \psi_2\varphi_2^* & \cdots\\ \vdots & \vdots & \vdots\end{pmatrix}$$

والضرب الخارجي لاثنين من المتجهات الذاتية:

(17.15)

$$\hat{P}_n = |n\rangle\,\langle n|$$

ويطلق على ما جاء أعلاه في المعادلة (17.15) بـ « مُسقِط» (Projector)، وذلك بسبب فعله على دالة الموجة

(18.15)

$$\hat{P}_n|\psi\rangle = |n\rangle\langle n|\sum_m a_m|m\rangle$$
$$= \sum_m a_m|n\rangle\langle n|m\rangle$$
$$= a_n|n\rangle\langle n|n\rangle$$
$$= a_n|n\rangle$$

قيمة التوقّع للمُسقِط هي مجرد أرجحية احتمال، وأن القياس سوف يسفر عن هذه الحالة كالآتي:

$$\langle\psi|\hat{P}_n|\psi\rangle = \sum_m \langle m|a_m^*|n\rangle \langle n|a_m|m\rangle$$
$$= \sum_m |a_m|^2 |\langle n|m\rangle|^2$$
$$= |a_n|^2 \quad (19.15)$$

يمكن استخدام المُسقِطات لكتابة العامل في تمثيل طيفي (Spectral Representation) فيما يتعلق بقيمها الذاتية:

$$\hat{X} = \sum_n x_n |n\rangle \langle n| \quad (20.15)$$

وهذا يقدم لنا وسيلة طبيعية لتعريف دالة عامل ما على النحو الآتي:

$$f(\hat{X}) = \sum_n f(x_n)|n\rangle \langle n| \quad (21.15)$$

يتم تعريف المِبدال (Commutator) لعمليتين ليكون:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \quad (22.15)$$

فإذا تلاشى المِبدال، فإن المتجهات الذاتية لـ $\hat{A}$ و $\hat{B}$ ستتقاسم:

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0 \Rightarrow \hat{A}\hat{B}|ab\rangle = \hat{B}\hat{A}|ab\rangle \quad (23.15)$$
$$\hat{A}b|ab\rangle = \hat{B}a|ab\rangle$$
$$ab|ab\rangle = ba|ab\rangle$$

ولكن بصفة عامة، ليس من الضروري أن يكون هذا هو الحال.

لننظر في عمليتين حسابيتين غير متبادلتين، $[\hat{A},\hat{B}] = i\hat{C}$، حيث إن $\hat{C}$ قد أوجدت مكتوبة مع عامل أولي هو i ليكون ملائماً في الحسابات التالية. فلو عرفنا عملية حسابية جديدة بواسطة الطرح من قيمة التوقّع $\delta\hat{B} \equiv \hat{B} - \langle\hat{B}\rangle$، $\delta\hat{A} \equiv \hat{A} - \langle\hat{A}\rangle$، فإن هذه العمليات الحسابية سوف تلبي نفس علاقة الإبدال الرياضية $[\delta\hat{A}, \delta\hat{B}] = i\hat{C}$، وذلك لأن قيم التوقع العددية للعمليات هي غير متبادلة، وعليه فقيمة التوقع للإبدال من ثم ستكون:

(24.15)

$$\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle - \langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle = i\langle\hat{C}\rangle$$

$$\left[\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle - \langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle\right]^2 = -\langle\hat{C}\rangle^2$$

$$\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle^2 + \langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle^2 - 2\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle\,\langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle = -\langle\hat{C}\rangle^2$$

$$\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle\,\langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle = \frac{1}{2}\left[\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle^2 + \langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle^2 + \langle\hat{C}\rangle^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B} + \delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle^2 - 2\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle\,\langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle^2 + \langle\hat{C}\rangle^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B} + \delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle^2 + \langle\hat{C}\rangle^2\right]$$

وباستخدام طريقة عدم المساواة لـ كوشي – شوارتز مرة أخرى، فما هو متوقع من عملية الضرب سيتم حصره بعملية الضرب المتوقعة:

(25.15)

$$\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B}\rangle\langle\delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle \le \langle\delta\hat{A}^2\rangle\langle\delta\hat{B}^2\rangle$$

وعليه:

(26.15)

$$\langle\delta\hat{A}^2\rangle\langle\delta\hat{B}^2\rangle \ge \frac{1}{4}\left[\langle\delta\hat{A}\,\delta\hat{B} + \delta\hat{B}\,\delta\hat{A}\rangle^2 + \langle\hat{C}\rangle^2\right]$$

فإذا تلاشى مضاد المِبدال (Anticommutator) في الطرف الأيمن من المعادلة فسيضع القيمة الأدنى لعدم المساواة في:

(27.15)

$$\langle\delta\hat{A}^2\rangle\langle\delta\hat{B}^2\rangle \ge \frac{1}{4}\langle\hat{C}\rangle^2$$

أو:

(28.15)
$$\langle\delta\hat{A}^2\rangle^{1/2}\langle\delta\hat{B}^2\rangle^{1/2} \equiv \Delta A\Delta B \geq \frac{1}{2}|\langle\hat{C}\rangle|$$

هذا هو مبدأ هايزنبرغ اللايقيني (Heisenberg Uncertainty Principle). الطرف الأيسر من المعادلة هو عملية ضرب لانتشار غير متوقع حول قيمة توقع العوامل، في حين أن الجانب الأيمن من المعادلة هو قيمة التوقع للمِبدال. فإذا كان هناك عاملان غير متبادلان فإن تحديد أحداهما بدقة سيفرض يقينية أقل بشأن توزيع النتائج للطرف الآخر. وذلك لأن الموقع والزخم غير متبادلتين (معادلة رقم 15.48):

(29.15)
$$\Delta x\Delta p \geq \frac{h}{2}$$

إذا كان لنا أن نعرف بالضبط أين موقع الجسيمات، فليس لدينا أية فكرة عن مدى سرعة حركة تلك الجسيمات، والعكس بالعكس.

لعل العامل الأهم من ذلك كله هو مُعامِل هملتون، التي يمثل مجموع العوامل لاحتمالات $\hat{T}$ والطاقات الحركية $\hat{V}$:

(30.15)
$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$$

فيما يتعلق بمعادلة شرودنغر، فإنها تُعطي تطور الزمن في دالة الموجة:

(31.15)
$$ih\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}\psi(t)\rangle$$

وبسبب أن $\hat{H}$ هرميتية، فإن المُردِف الهملتوني هو:

(32.15)
$$\begin{aligned} -ih\frac{d}{dt}\psi(t)| &= \langle\psi(t)|\hat{H}^{\dagger} \\ &= \langle\psi(t)\hat{H} \end{aligned}$$

وبالتالي يمكن اشتقاق الزمن من قيمة التوقع لـ عامل ما، لا يعتمد على الزمن، ويمكن بالتالي إيجادها من قاعدة السلسلة (Chain Rule):

(33.15)

$$ih\frac{d}{dt}\langle\hat{A}\rangle = ih\frac{d}{dt}\langle\psi(t)|\hat{A}|\psi(t)\rangle$$
$$= ih\langle\psi(t)|\hat{A}|\frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} + ih\frac{d\langle\psi(t)|}{dt}\hat{A}|\psi(t)\rangle$$
$$= \langle\psi(t)|\hat{A}\hat{H}|\psi(t)\rangle - \langle\psi(t)|\hat{H}\hat{A}|\psi(t)\rangle$$
$$= \langle\psi(t)|[\hat{A},\hat{H}]|\psi(t)\rangle$$
$$= \langle[\hat{A},\hat{H}]\rangle$$

هذه مبرهنة إيهرنفست (Ehrenfest's Theorem)، المسألة رقم (1.15) مدت نطاقها إلى العوامل التي تعتمد على الزمن. هناك نتيجة لهذه النظرية، هي إذا كان هناك عامل ما متبادل مع الهملتينية، فإن ما يمكن رصده هو ثبات الحركة. النتيجة الأخرى في أعقاب جمع المعادلتين (28.15) و(33.15) نجد:

(34.15)

$$\Delta\hat{A}\Delta\hat{H} \geq \frac{h}{2}\left|\frac{d\langle\hat{A}\rangle}{dt}\right|$$

فيما يتعلق بهذه المشتقة، يمكن إيجاد تعريف الزمن Δt على نحو:

(35.15)

$$\left|\frac{d\langle A\rangle}{dt}\right| \equiv \frac{\Delta\hat{A}}{\Delta t} = \frac{\langle\delta\hat{A}^2\rangle^{1/2}}{\Delta t}$$

حيث إن Δt تمثل الزمن الذي تستغرقه قيمة التوقع لـ عامل ما، بمعدل لحظية التغيير، لتختلف عن الانحراف المعياري (Standard Deviation). مع الاعتراف بأن $\Delta\hat{H} = \Delta E$ هي انتشار الطاقة المتوقعة:

(36.15)

$$\Delta\hat{A}\Delta E \geq \frac{h}{2}\frac{\Delta\hat{A}}{\Delta t}$$

ويُعطي إلغاء $\Delta\hat{A}$:

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{h}{2} \quad (37.15)$$

هذه هي علاقة لايقين الطاقة والزمن (Energy-Time Uncertainty Relation). فهي تختلف جوهرياً عن العلاقات اللايقينية الأخرى، بسبب ظهور الزمن في ميكانيكيا الكمّ كمّوسط بدلاً من عامل. ويمكن تفسير المعادلة (37.15) على أنها وضعت حداً للكمّ في كيفية توزيع الطاقة في حدود النظام، الذي يمكن ملاحظة خصائصه في النظام بمعدل متغير. على الرغم من أن هناك العديد من الطرق الأخرى لتعريفها وتفسيرها أو أُسيء تعريفها أو تفسيرها (Aharonov & Bohm, 1961; Peres, 1993).

إن عامل التطوّر (Evolution Operator) $\hat{U}(t)$ هو ذلك الشيء الذي يتقدم بدالة الموجة في الزمن:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t)\psi(0)\rangle\!\rangle \quad (38.15)$$

تفاضل كِلا طرفي المعادلة ومقارنتها بالمعادلة (31.15) يبين أن $\hat{U}$ تلبي:

$$ih\frac{d}{dt}\Big|\psi(t)\rangle = ih\frac{d}{dt}\hat{U}(t)\Big|\psi(0)\rangle \quad (39.15)$$

$$\hat{H}\Big|\psi(t)\rangle = ih\frac{d}{dt}\hat{U}(t)\Big|\psi(0)\rangle$$

$$\hat{H}\hat{U}(t)\Big|\psi(0)\rangle = ih\frac{d}{dt}\hat{U}(t)\Big|\psi(0)\rangle$$

وعليه فإن عامل التطوّر هو الحل لـ:

$$ih\frac{d}{dt}\hat{U}(t) = \hat{H}\hat{U}(t) \quad (40.15)$$

فإذا كان مُعامِل هاملتون لا يعتمد صراحة على الزمن فيمكننا إجراء عملية التكامل لإيجاد:

$$\hat{U}(t) = e^{-i\hat{H}t/h} \quad (41.15)$$

حيث يمكن تعريف العامل الأُسي من خلال المعادلة (21.15) أو توسيع قوة السلسلة:

$$e^{-i\hat{H}t/h} = \hat{I} - \frac{it}{h}\hat{H} + \frac{1}{2!}\left(\frac{it}{h}\right)\hat{H}\hat{H} + \cdots \quad (42.15)$$

(حيث إن $\hat{I}$ هي عامل الهوية).

نحن نعرف أن دالة الموجة عادةً ما تبدأ من التعبير:

$$\langle\psi(0)|\psi(0)\rangle = 1 \quad (43.15)$$

ولاحقاً سيكون الضرب الداخلي هو:

$$\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle = \langle\psi(0)\big|\hat{U}^{\dagger}(t)^{\dagger}\hat{U}(t)|\psi(0)\rangle \quad (44.15)$$

والذي سيبقى مساوياً إلى 1، وعليه:

$$\hat{U}^{\dagger}\hat{U} = \hat{I} \quad (45.15)$$

حيث إن $\hat{I}$ يمثل عامل الهوية (المصفوفة). فأي عامل بهذه المواصفات يسمى أحادي (Unitary) ويتوافق مع الدوران في حيّز هيلبرت.

2.1.15 الزخم الزاوي

الخصائص غير الواضحة للزخم الزاوي الميكانيكي الكمّي مهمة لفهم معلومات الكمّ، تلك المعلومات التي تم العثور عليها من خلال تعميم التعريف الكلاسيكي. فموضع العامل الكمّي ببساطة هو في أساس الموقع، ويمكن تحديده بمجرد معرفة الإحداثيات:

$$\hat{\vec{x}} = \vec{x} \quad (46.15)$$

ويُعتبر عامل الزخم هو الأقل رداءةً في أساس الموقع، فهو يساوي الانحدار المكاني في دالة الموجة:

$$\hat{\vec{p}} = -ih\nabla \qquad (47.15)$$

(في أثناء إمكانية حدوث هذا الدافع، من البساطة اعتباره حقيقةً مجربةً). وعليه فإن الموقع والزخم لا يمكن أن ينطبق عليهما قانون التبادل:

$$\left[\hat{\vec{x}}, \hat{\vec{p}}\right]|\psi\rangle = -\vec{x}h\nabla|\psi\rangle + ih\nabla\vec{x}|\psi\rangle \qquad (48.15)$$

$$= -\vec{x}h\nabla|\psi\rangle + ih|\psi\rangle + ih\vec{x}\nabla|\psi\rangle$$

$$= ih|\psi\rangle$$

$$\left[\hat{\vec{x}}, \hat{\vec{p}}\right] = ih$$

يمكن إيجاد عامل الزخم الزاوي من:

$$\hat{\vec{L}} = \hat{\vec{x}} \times \hat{\vec{p}} \qquad (49.15)$$

الكتابة خارج المكونات تدل على أن:

$$\left[\hat{L}_l, \hat{x}_m\right] = ih \in_{lmn} \hat{x}_n \qquad (50.15)$$

$$\left[\hat{L}_l, \hat{p}_m\right] = ih \in_{lmn} \hat{p}_n \qquad (51.15)$$

$$\left[\hat{L}_l, \hat{L}_m\right] = ih \in_{lmn} \hat{L}_n \qquad (52.15)$$

المبدال الأخير مستوفى بواسطة أي كمّية يكون سلوكها كسلوك الزخم الزاوي، الذي يشمل بما في ذلك درجة حرية الدوران.

ولأن مكونات الزخم الزاوي غير متبادلة، فليس من الممكن لدالة الموجة أن تتزامن في حالة ذاتية ما في كل أشكالها. بطبيعة الحال، إن الاتجاه الذي يمثل حالة ذاتية الزخم الزاوي سيكون z. ولكن تقييم المكونات يظهر بالتأكيد أن عامل الزخم الزاوي مِبدال مع الزخم الزاوي الكلي $\hat{\vec{L}}^2 = \hat{\vec{L}}.\hat{\vec{L}}$:

$$\left[\hat{L}^2, \hat{\vec{L}}\right] = 0 \tag{53.15}$$

وبالتالي يمكن لدالة الموجة أن تتزامن لتكون دالة ذاتية للمجموع الكلي للزخم الزاوي، وإن اتجاه مكوناتها واحد. فإذا كان l هو عدد الكمّ للمجموع الكلي للزخم الزاوي وm عدد الكمّ لمكونات z، فإن حالة ذاتية الزخم الزاوي يمكن كتابتها على الشكل الآتي $|l, m\rangle$. بالنسبة للحسابات الرياضية القادمة، سوف يكون مناسباً تعريف هذه المؤشرات بواسطة:

$$\hat{L}^2|l, m\rangle = h^2 l(l+1)|l,\ m\rangle \tag{54.15}$$

$$\hat{L}_z|l, m\rangle = hm|l, m\rangle$$

يمكن تعريف عاملين جديدين مفيدين من حيث الاتجاهات المتعامدة، هما $\hat{L}_+$ و $\hat{L}_-$:

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y \tag{55.15}$$

من هذا التعريف، لعله من الواضح أن نبين أن:

$$\hat{L}_-^\dagger = \hat{L}_+ \tag{56.15}$$

$$\hat{L}_+\hat{L}_- = \hat{L}^2 - \hat{L}_z^2 + h\hat{L}_z \tag{57.15}$$

$$\left[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm\right] = \pm h\hat{L}_\pm \tag{58.15}$$

$$\left[\hat{L}_+, \hat{L}_-\right] = 2h\hat{L}_z \tag{59.15}$$

وبسبب علاقة المُردِف، فإن عملية الضرب لهذين العاملين يجب أن تكون موجبة:

$$\langle l,m|\hat{L}_+\hat{L}_-|l,m\rangle = \langle l,m|\hat{L}_-^\dagger\hat{L}_-|l,m\rangle$$
$$= |\hat{L}_-|l,m\rangle|^2$$
$$\geq 0 \tag{60.15}$$

ولكن نحن نعرف أيضاً أن:

$$\langle l,m|\hat{L}_+\hat{L}_-|l,m\rangle = \langle l,m|\hat{L}_-^2\hat{L}_z^2 + h\hat{L}_z|l,m\rangle$$
$$= h^2[l(l+1) - m^2 + m]\langle l,m|l,m\rangle$$
$$= h^2[l(l+1) - m^2 + m] \tag{61.15}$$

وعليه:

$$l(l+1) - m^2 + m \geq 0 \tag{62.15}$$

ولنأخذ العوامل بترتيب عكسي لتُعطينا:

$$l(l+1) - m^2 - m \geq 0 \tag{63.15}$$

وذلك يعني أن:

$$l^2 + l \geq m^2 \pm m \tag{64.15}$$

التي لا يمكن أن تكون ملبية للمطالب إلّا إذا:

$$-l \leq m \leq l \tag{65.15}$$

لنتأمل الآن التسلسل التالي من العوامل:

$$\hat{L}_z\hat{L}_-|l,m\rangle = (\hat{L}_-\hat{L}_z - h\hat{L}_-)|l,m\rangle$$
$$= h(m-1)\hat{L}_-|l,m\rangle \tag{66.15}$$

العامل $\hat{L}_-$ يُعطينا دالة ذاتية جديدة لـ $\hat{L}_z$ مع قيمة لـ m منقوصة بـ 1، ولهذا السبب

تُدعى m «عامل تخفيض» (Lowering Operator). أما التعبير فيمكن إيجاده من المعادلة (61.15) لتكون:

$$\hat{L}_{-}|l, m\rangle = h\sqrt{l(l+1) - m(m-1)}|l, m-1\rangle \quad \textbf{(67.15)}$$

وبالمثل $\hat{L}_{+}$,I عامل رفع (Raising Operator):

$$\hat{L}_{+}|l, m\rangle = h\sqrt{l(l+1) - m(m+1)}|l, m+1\rangle \quad \textbf{(68.15)}$$

ومن حيث إن $-l \leq m \leq l$، فقد وجدنا أنه يمكن تغيير m بزيادة أعداد صحيحة، n:

$$-l + nm = l \quad \textbf{(69.15)}$$

$$\frac{nm}{2} = l$$

فإما أن تكون l عدداً صحيحاً $(1, 2, 3, 4, \cdots)$ أو نصف عددٍ صحيح

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \cdots\right)$$

.

إن دوران نصف الجسيم هو بمنزلة دوران إلكترون أو فوتون يمتلك $l = \frac{1}{2}$، واثنين من الحالات المحتملة m، التي يمكن كتابتها بصورة مكافئة لـ:

$$|l, m\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle = |\uparrow\rangle = \binom{1}{0} \quad \textbf{(70.15)}$$

$$l, m\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle = |\downarrow\rangle = \binom{0}{1}$$

في الأساس الأخير، كان عامل الزخم الزاوي مكتوباً بصيغة مصفوفات باولي للدوران الحلزوني (Pauli Spin Matrices):

$$\hat{\vec{L}} = \frac{h}{2}\hat{\vec{\sigma}} \quad (71.15)$$

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

التي يمكن التحقق منها عن طريق فحص علاقات إبدالهم.

إن عزم الدوران الحلزوني المغناطيسي (Spin Magnetic Moment) $\vec{\mu}$، لجسيم يرتبط بزخمه الزاوي $\vec{L}$ بواسطة نسبة مغناطيسية دورانية (Gyromagnetic Ratio) $\vec{\mu} = \gamma\vec{L}$ (القسم 4.9). فيمكن أن يكون العزم بالتالي محدداً بواسطة العامل:

$$\hat{\vec{\mu}} = \gamma\vec{L} = \gamma\frac{h}{2}\hat{\vec{\sigma}} \quad (72.15)$$

إذا كانت كثافة الدوران الحلزوني هي n، فإن مغنطة الميكرسكوب الحلزونية الدوران هي:

$$\vec{M} = n\gamma\frac{h}{2}\langle\psi|\hat{\vec{\sigma}}|\psi\rangle \quad (73.15)$$

لننظر الآن في نظامين يُطلق عليهما a وb، ولكل منهما عامل زخم زاوي $\vec{L}(a)$ و $\vec{L}(b)$. ولأنهما يلبيان علاقة الزخم الزاوي بشكل منفرد، فإن مجموعهما هو:

$$\hat{\vec{L}} = \hat{\vec{L}}(a) + \hat{\vec{L}}(b) \quad (74.15)$$

سوف أيضاً، ولكن بسبب:

$$\hat{L}^2 = \left[\hat{\vec{L}}(a) + \hat{\vec{L}}(b)\right]^2 = \hat{L}^2(a) + \hat{L}^2(b) + 2\hat{\vec{L}}(a)\cdot\hat{\vec{L}}(b) = \hat{L}^2(a) + \hat{L}^2(b) + 2\hat{L}_z(a)\hat{L}_z(b) + \hat{L}_+(a)\hat{L}_-(b) + \hat{L}_-(a)\hat{L}_+(b) \quad (75.15)$$

الدالة الذاتية لنظام a ونظام b بشكل عام سوف لن تكونا دالتان ذاتيتان للزخم

الزاوي لنظام يجمع بين النظامين. فبالنسبة إلى $^1/_2$ الدوران الحلزوني هناك أربعة دوال ذاتية للأنظمة الفردية:

$$|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, ||\downarrow\downarrow\rangle \quad (76.15)$$

الحجم الكلي للزخم الزاوي هو من المعادلة (75.15):

$$\hat{L}^2 = \frac{3}{4} + 2\hat{L}_z(a)\hat{L}_z(b) + \hat{L}_+(a)\hat{L}_-(b) + \hat{L}_-(a)\hat{L}_+(b) \quad (77.15)$$

ويوضح الإحلال أن الدوال الذاتية للأنظمة المدمجة هي:

$$\begin{aligned} \Big|l = 0, m = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |l = 1, m = -1\rangle &= |\downarrow\downarrow\rangle \\ |l = 1, m = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |l = 1, m = 1\rangle &= |\uparrow\uparrow\rangle \end{aligned} \quad (78.15)$$

الحالة التي فيها $l = 0$ تسمى حالة وحيدة (Single State)، والحالات الثلاث الأخرى تسمى حالات ثلاثية (Triplet States). هذه الحالات هي متماثلة أو ضد التماثل الدوراني الحلزوني التي استخدمناها في الفصل الثاني عشر من هذا الكتاب حين شرحنا المغناطيسية. وبالنسبة للحالة الأعم لإضافة العزم الزاوي العشوائي، لعله من الضروري استخدام مُعامِل كلبش - جوردون (Clesbsch-Cordon Coefficients) لإيجاد التوسع الإجمالي للدوال الذاتية للزخم الزاوي المتعلقة بالدوال الأساسية الفردية.

ليس من المستغرب أن يكون هناك تواصل خاص وحميم ما بين عامل الزخم الزاوي والدورانية. ولننظر في عامل دوران (Rotation Operator) $\hat{R}\left(\vec{\theta}\right)$ التي تقوم بإرجاع دوران دالة الموجة من خلال الزاوية θ حول محور $\vec{\theta}$. يكون دوران دالة الموجة نحو الأمام هو نفس دورانها الوسيطي الخاص بها نحو الخلف، وعند حدود الزاوية الصغيرة يمكن

تنسيق مصفوفة الدوران بصورة تقريبية بواسطة عملية الضرب متّجهي[*] (Cross Product).

(79.15)

$$\hat{R}(\delta\vec{\theta})|\psi(\vec{x})\rangle \approx |\psi(\vec{x}-\delta\vec{\theta}\times\vec{x})$$

$$\approx |\psi(\vec{x})\rangle - (\delta\vec{\theta}\times\vec{x}).\nabla|\psi(\vec{x})\rangle$$

$$= |\psi(\vec{x})\rangle - \delta\vec{\theta}\,.\vec{x}\times\nabla|\psi(\vec{x})\rangle$$

$$= \left|\psi(\vec{x})\rangle - \delta\vec{\theta}\,.\vec{x}\times\frac{1}{-ih}\hat{\vec{p}}\right|\psi(\vec{x})\rangle$$

$$= \left|\psi(\vec{x})\rangle - \frac{i}{h}\delta\vec{\theta}\,.\hat{\vec{L}}\psi(\vec{x})\right|\psi(\vec{x})\rangle$$

$$\hat{R}(\delta\vec{\theta}) = \hat{I} - \frac{i}{h}\delta\vec{\theta}\,.\hat{\vec{L}}$$

يظهر عامل الزخم الزاوي وكأنه مولد لدوران متناهي الصِغر. فالدوران المتناهي يمكن بناؤه من ضرب العديد من الدورانات المتناهية الصغر مع بعضها بعضاً، بحيث إذا كتبنا $\vec{\theta} = N\,\delta\vec{\theta}$، واستخدمنا دالة النهاية، فإن:

(80.15)

$$\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{X}{N}\right)^{N} = e^{x}$$

نجد أن عامل الدوران سيكون:

(81.15)

$$\hat{R}(\vec{\theta}) = e^{-i\vec{\theta}.\vec{L}}/_{h}$$

لنوصل ما جاء أعلاه في مصفوفة باولي للدوران الحلزوني فتُعطينا عامل دوران لكل محور (المسألة رقم 4.15):

(*) في الرياضيات، الضرب العابر (Cross Product) أو ناقل المتجهات، هو عملية ضرب ثنائية على متجهين في فضاء ثلاثي الأبعاد، يرمز له بـ ×. والضرب العابر على سبيل المثال لمتجهين مستقلين خطياً يجب أن يكون كلاهما متعامداً على الآخر، ولهذا النوع من عملية الضرب العديد من التطبيقات في الرياضيات، والفيزياء، والهندسة، وبرمجة الكمّبيوتر (المترجم).

$$\hat{R}_x(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -i\sin\frac{\theta}{2} \\ -i\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (82.15)$$

$$\hat{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

$$\hat{R}_z(\theta) = \begin{pmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{pmatrix}$$

وهذه ستكون هي العناصر الأساسية في تنفيذ منطق الكمّ.

3.1.15 مصفوفة الكثافة

تُعتبر اللايقنية أمراً أساسياً لميكانيكيا الكمّ، عبر عدم القدرة على التنبؤ بنتائج القياس. كما أنها أيضاً محورٌ أساسي للديناميكيا الحرارية في توزيع احتمالات السماح للحالات. فلكل منها خواصه المختلفة، على الرغم من أن الأولى (ميكانيكيا الكمّ) تعتبر حدود اللايقينية جوهرية بالنسبة له، في حين أن الأخيرة تعكس المعرفة غير المكتملة حول النظام مع حيزٍ للحرية في العديد من الجوانب. هذه اللايقينية في ميكانيكيا الكمّ والديناميكيا الحرارية يمكن دمجها من خلال استخدام مصفوفة الكثافة (Density Matrix) التي يرمز لها بـ $\hat{p}$.

الـ حالة نقية (Pure State) هي واحدة من الحالات التي نعرفها على أنها حالة صحيحة $|n>$، ومصفوفة كثافتها هي مجرد تعريف لإسقاطها على حالة ما:

$$\hat{p} = |n\rangle\langle n| \quad (83.15)$$

الـ حالة مختلطة (Mixed State) هي واحدة من الحالات التي تمتلك توزيعاً احتمالياً تقليدياً على الحالات الكموميّة الممكنة. فإذا كانت الاحتمالية التقليدية للحالة المختلطة لتكون في حالة كموميّة $|\psi_i>$ هي p_i، فإن وزن مصفوفة الكثافة هو مجموع كلّ مُعامِلات الإسقاط:

$$\hat{p} = \sum_i p_i \, |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (84.15)$$

يتم تعريف أثر (Trace) العامل من خلال:

$$Tr(\hat{X}) = \sum_n \langle n|\hat{X}|n\rangle \tag{85.15}$$

أنها تحتوي على خاصية ثبات دوري (Cyclic Invariance):

$$Tr(\hat{X}\hat{Y}) = Tr(\hat{Y}\hat{X}) \tag{86.15}$$

وتبقى خاصية الثبات الدوري من دون أي تغيير في ظل تغير الأساس. ففي تمثيل مصفوفة لعامل ما، فإن الأثر يكون مساوياً إلى جمع العناصر المتعامدة. وتقييم الأثر لمصفوفة الكثافة في الأساس هو القطر الذي يبين أنه قد تم تعييره:

$$\begin{aligned} Tr(\hat{p}) &= \sum_n p_{nn} \\ &= \sum_n \langle n|\hat{p}|n\rangle \\ &= \sum_n \langle n| \sum_{n'} p_{n'} |n'\rangle \langle n'|n\rangle \\ &= \sum_n p_n \\ &= 1 \end{aligned} \tag{87.15}$$

ولكن $Tr(\hat{p}^2) \leq 1$، مع المساواة السارية على الحالة النقية (مسألة رقم 2.15). وهذا يقدم طريقة للتمييز ما بين مصفوفتي الكثافة للحالة النقية والحالة المختلطة.

فيما يتعلق بالأثر على $\hat{p}$، فإن قيمة التوقّع التي يمكن ملاحظتها ستكون:

(88.15)

$$
\begin{aligned}
\langle \hat{X} \rangle &= Tr(\hat{p}\hat{X}) \\
&= \sum_n \langle n| \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|\hat{X}|n\rangle \\
&= \sum_n \langle n \left| \sum_i p_i \sum_{n'} a_{in'} \, |n'\rangle \langle n' \right| a^*_{in'} \hat{X}|n\rangle \\
&= \sum_n \sum_i p_i a_{in} \langle n | a^*_{in} \hat{X} | n\rangle \\
&= \sum_i p_i \langle \psi_i | \hat{X} | \psi_i \rangle
\end{aligned}
$$

ما جاء بالمعادلة أعلاه يسمى وزن الجمع التقليدي على الكمّ المتوقع.

مشتقة الزمن لمصفوفة الكثافة هي:

(89.15)

$$
\begin{aligned}
\frac{d\hat{p}}{dt} &= \sum_i p_i \left[\frac{d|\psi_i\rangle}{dt} \langle \psi_i| + |\psi_i\rangle \frac{d\langle \psi_i|}{dt} \right] \\
&= \sum_i p_i \left[\frac{1}{ih} |\hat{H}|\psi_i\rangle\langle\psi_i| + |\psi_i\rangle \frac{1}{-ih} \langle \psi_i | \hat{H} \right] \\
&= \frac{1}{ih} \left[\hat{H}, \hat{p} \right]
\end{aligned}
$$

التي تُعطى عن طريق المِبدال مع العامل الهملتوني، وتسمى هذه معادلة ليوفيل – فون نيومان (Liouville-von Neumann Equation) المطورة. حيث يكون فيها الزمن معتمداً على مصفوفة الكثافة، التي يمكن أيضاً إيجادها من المعادلة (41.15) ويمكن تحويلها لتكون:

(90.15)

$$
\begin{aligned}
\hat{p}(t) &= \sum_i p_i |\psi_i(t)\rangle \langle \psi_i(t)| \\
&= \sum_i p_i e^{-\frac{i\hat{H}t}{h}} \Big| \psi_i(0)\rangle \Big\langle \psi_i(0) \Big| e^{\frac{i\hat{H}t}{h}} \\
&= e^{-\frac{i\hat{H}t}{h}} \hat{p}(0) e^{\frac{i\hat{H}t}{h}} \\
&= \hat{U}(t)\hat{p}(t)\hat{U}^{\dagger}(t)
\end{aligned}
$$

التطور الموحد (Unitary Evolution) هو عقبة خطرة في ديناميكيا الكمّ. إذ لا يمكنها تغيير، الأثر، وطيف القيمة الذاتية، أو الإنتروبي لمصفوفة الكثافة. وهو ما يعني أن المعلومة لا يمكن خلقها أو محيها، بل إعادة ترتيبها فقط. فكيف يمكن لهذا أن يتوافق مع تجربتنا اليومية لهذه الأشياء؟ الجواب هو، في حين أنه يعتقد بأن الكون وحدة واحدة، فإن النظم الفرعية لا تحتاج لأن تكون هكذا.

إذا كان هناك نظامي كمّ ولكلّ منهما على التوالي متجه $|u\rangle$ و $|v\rangle$ فإن متجه الحالة في النظام المندمج يُعطى من الـ ضرب موتِّر (Tensor Product) الذي يتم على هذه الشاكلة $|u\rangle \oplus |v\rangle$، حيث يمكن اختصارها لتكون $|u\rangle|v\rangle$ أو فقط $|uv\rangle$. وعوامل التوزيع على الضرب الموتّر هي:

$$(\hat{U} \oplus \hat{V})(|u\rangle \oplus |v\rangle) = \hat{U}|u\rangle \oplus \hat{V}|v\rangle \qquad (91.15)$$

وفي حال تمثيل مصفوف الضرب الموتّر لعاملين سيكون:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\alpha & a\beta & b\alpha & b\beta \\ a\gamma & a\delta & b\gamma & b\delta \\ c\alpha & c\beta & d\alpha & d\beta \\ c\gamma & c\delta & d\gamma & d\delta \end{pmatrix} \qquad (92.15)$$

لنأخذ أثر جزئي (Partial Trace) على النُظم الفرعية لتُعطينا مصفوفة كثافة للجزء الآخر:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Tr}_v(\hat{p}_{uv}) &= \boldsymbol{Tr}_v\left(\sum_{ij} p_{ij}|u_i v_j\rangle\langle u_i v_j|\right) \\ &= \sum_n \langle v_n| \sum_{ij} p_{ij}\, |u_i v_j\rangle\, \langle u_i v_j||v_n\rangle \\ &= \sum_{ij} p_{ij}\, |u_i\rangle\langle u_i| \\ &= \sum_i p_i\, |u_i\rangle\langle u_i| \\ &= \hat{p}_u \end{aligned} \qquad (93.15)$$

وهكذا يمكن إيجاد قيمة التوقّع للمراقبة في النُظم الجزئية من خلال تتبع ما تبقى من النظام:

$$\boldsymbol{Tr}_u(\hat{U}\hat{p}_u) = \boldsymbol{Tr}_u\left(\hat{U}\boldsymbol{Tr}_v(\hat{p}_{uv})\right)$$
$$= \boldsymbol{Tr}_{uv}\left((\hat{U} \oplus \hat{I}_v)\hat{p}_{uv}\right) \quad (94.15)$$

لا يمكن للتطور الموحد أن يخلق أو يدمر معلومة، لكن يمكنه أن يُحركها ما بين النُظم الجزئية. فإذا أخذنا أثراً جزئياً وطبقناه على نظام جزئي مفيد لنا فقط ، فإن الديناميكية لم تعد موحدة. لو كان أحد هذه النُظم حاسوباً، وما عداه نُظم الكون الأخرى، فحينما يظهر الحاسوب لإزالة بِتّ ما، في الحقيقة هي أن الحاسوب قام بتحريك المعلومة لجعلها غير مرئية بدرجة ما من الحرية، بحيث يبقى النظام المجمع موحداً.

من خلال هذه الآلية الخاصة بالعوامل، مثل الإسقاطات التي تصف القياسات بأنها لا تحتاج لنظام موحد، لأنه بالإمكان تبادل المعلومة ما بين النظام الذي يتم قياسه وبين أجهزة القياس. فلنفترض أن $\hat{M}_n$ عامل قياس متناظر يمكنه تحقيق قيمة n، على سبيل المثال إسقاط $|\uparrow\rangle\langle\uparrow|$ على حالة أعلى للدوران الحلزوني. يمكن إيجاد قيمة الاحتمال لهذه النتيجة من جسامة الآتي:

$$p(n) = \left|\hat{M}_n|\psi\rangle\right|$$
$$= \langle\psi|\hat{M}_n^\dagger \hat{M}_n|\psi\rangle \quad (95.15)$$

فإذا ما حدث ذلك، فإنه بالإمكان إيجاد متجه حالة جديدة من خلال تعيير النتيجة لهذا العامل:

$$|\psi\rangle \overset{n}{\rightarrow} \frac{\hat{M}_n|\psi\rangle}{\left|\hat{M}_n|\psi\rangle\right|}$$
$$= \frac{\hat{M}_n|\psi\rangle}{\left[\langle\psi|\hat{M}_n^\dagger\hat{M}_n|\psi\rangle\right]^{1/2}} \quad (96.15)$$

وبالمثل تصبح مصفوفة الكثافة:

$$\hat{p} \xrightarrow{n} \frac{\hat{M}_n \hat{p} \hat{M}_n^{\dagger}}{Tr(\hat{M}_n \hat{p} \hat{M}_n^{\dagger})} \quad (97.15)$$

في حالة التوازن الحراري، يتم إعطاء احتمالات الحالة بواسطة عوامل بولتزمان (Boltzmann Factors) فقط، بحيث تكتب مصفوفة الكثافة الحرارية بصيغ طاقة الحالات الذاتية $|n\rangle$ مع قيمة ذاتية E_n:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{thermal} &= \sum_n p_n |n\rangle\langle n| \\ &= \sum_n \frac{e^{-\beta E_n}}{\sum_m e^{-\beta E_m}} |n\rangle\langle n| \\ &= \frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Tr(e^{-\beta \hat{H}})} \\ &= \frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Z} \end{aligned} \quad (98.15)$$

حيث إن $\beta = {}^{1}/_{kT}$ و Z تمثل دالة التقسيم. ضمن هذا الأساس، تكون مصفوفة الكثافة قطرية (Diagonal). كما أن إمكانية معالجة كمّ المعلومات ميكانيكياً يرتكز على توفر جميع شروط الدالة القطرية. حيث يمثل هذا تماسك الكمّ، الذي في نهاية المطاف سيكون في حالة عدم متماسك (Decoherence) من خلال التفاعل مع البيئة (Zurek 1998). وهذا هو التحدي الأساسي عند العمل مع كمّ المعلومات: ففي حين من الضروري معالجته لعمل شيء مفيد، يجب عزل تلك المعلومة بعناية لحمايتها من عدم التماسك. وعليه سوف يكسر جهاز الحاسوب الكمّ، إذا تمكنا من النظر إليه على أساس أنه أمرٌ صعب جداً، نظراً لهشاشة تماسك الكمّ، وليس من الصعب جداً على الإطلاق فعل ذلك.

2.15 المعلومات

تشبه نظرية الكمّ للمعلومات في نواحٍ كثيرة مثيلاتها التقليدية، التي تستخدم الجمع التقليدي للإنتروبي:

$$H(p) = -\sum_n p_n \log p_n$$ **(99.15)**

فلو استبدل بالأثر على مصفوفة الكثافة فسيكون:

$$S(\hat{p}) = -Tr(\hat{p}\log\hat{p})$$ **(100.15)**

وباستخدام إنتروبي فون نيومان (von Neumann Entropy)، يتم الإمساك بتقابل نظريات ترميز الضجيج وعدم الضجيج (Jozsa & Schumacher, 1994; Lloyd, 1997).

ولكن، يجب أن لا نركن إلى الشعور الزائف نحو الأمان: تتصرف نظرية معلومات الكمّ عكس نظيراتها التقليدية بشكل كبير. يطلق على بِتّ (bit) معلومات الكمّ اسم بِتّ كموميّ (Qubit). وقد تكون هذه البِتّ شاغلةً اثنتين من حالات الاستقطاب المتعامدة لفوتون استقطاب خطي، أو تدور حلزونياً أعلى وفوق نسبة إلى فوتون في الحقل المغناطيسي. مثل هذه الحالات الذاتية للكيوبِتّ يمكن كتابتها كالآتي $\langle 0|$ و $\langle 1|$حيث 0 و1 مؤشيرين لحاتين أساسيتين متعامدتين. بعكس البِتّ التقليدية، يجب أن تكون إما 0 أو 1، أو درجة تناظر من الحرية التي تكون ما بين 0 و1، والكيوبِتّ قد تكون في حالة تراكب (Superposition).

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$ **(101.15)**

بحيث تتزامن في امتلاكها مكوني $\langle 0|$ و $\langle 1|$ في آنٍ واحد.

يتم تحديد تكوين سجل اثنين من البِتّ التقليديتين من خلال إعطاء قيمتي البِتّات (التي يمكن أن تكون قيمها 00، 01، 10، أو 11)، واصفاً حالة سجل اثنين من الكيوبتّات التي تتطلب 2^2= 4 من المُعامِلات $\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle| + \delta|11\rangle$. أن سجل N-bits تقليدية يمكنها خزن N من البِتّات، ولكن التكوين لـ N كيوبتات يمكن تحديده من خلال 2^N من المُعامِلات (حقيقة $2^N - 1$، بسبب قيد التطبيع). هذه القدرة يمكن أن تتحقق في التراكب العشوائي الذي يسمح للكيوبتات أن تتمثل بأضعافٍ مضاعفة من المعلومات أكثر مما لو كانت ضمن البِتّ التقليدية. إن ذلك قد أدخل فكرة الكمّ للتوازي، بسبب حاسوب الكمّ الذي يمكنه العمل مع كل احتمالات المدخلات في آنٍ واحد.

الفرق الثاني ما بين المعلومات الكمّوية والمعلومات التقليدية هو أنه لا يمكن نسخها. للنظر في مُعامِل مكبّر صوت $\hat{A}$، فإنه (طبعاً إذا كان موجوداً) سيأخذ حالة مدخل وينتج حالتين مخرجتين متطابقتين:

$$\hat{A}|\psi\rangle = |\psi\rangle|\psi\rangle \quad (102.15)$$

إذا كان لنا أن نطلب تضخيم التراكب، فإننا سنحصل على نسختين:

$$\begin{aligned}\hat{A}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) &= (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \\ &= \alpha^2|0\rangle|0\rangle + \beta^2|1\rangle|1\rangle + \alpha\beta(|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle)\end{aligned} \quad (103.15)$$

تكمن المشكلة في وجوب أن يكون مُعامِل ميكانيكيا الكمّ خطياً. وهذا يعني أنه لا بد لميكانيكا الكمّ أن تُلبي متطلبات مُعامِل مكبّرات الصوت الذي بحوزتنا:

$$\begin{aligned}\hat{A}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) &= \alpha\hat{A}|0\rangle + \beta\hat{A}|1\rangle \\ &= \alpha|0\rangle|0\rangle + \beta|1\rangle|1\rangle\end{aligned} \quad (104.15)$$

وهذا يتناقض مع المعادلة (30.15). الطريقة الوحيدة لقبول هذه المعادلات هي، إذا كانت الحالة المراد تضخيمها غير متراكبة في الأساس المستخدم من قبل مكبّر الصوت. ولكن هذا يعني أنه يمكن تحديد قيمتها يقيناً، وبالتالي فلا حاجة حتى لمكبّر صوت الكمّ لتوليد نسخ. وعليه ليس هناك أي احتمال لنسخ الحالة العشوائية الكموميّة. وهذا ما يسمى بنظرية اللااستنساخ (no-Clone) (Wooters & Zurek, 1982) الذي هو جوهر ترميز الكمّ. وهو نتيجة لـ توحيد(*) (Unitarity) ميكانيكيا الكمّ، التي يمكن عكس عمليتها، وبالتالي تسمح بإعادة ترتيب الكيوبِتّات، وليس خلقها أو تدميرها (على الرغم من أننا سنلاحظ أن هناك فجوة تسمح بتصحيح الخطأ). ولحسن الحظ، أظهرت دراسة تقليدية لعكس الحوسبة، أن هذا حقاً محتمل مع مقدار صغير من التعقيد فقط (Bennett, 1988).

(*) في فيزياء الكمّ (Unitarity) هي لفرض قيود على التطور المسموح به من أنظمة الكمّ التي تتضمن مجموع الاحتمالات لجميع النتائج الممكنة في أي حال دائماً. وأكثر تحديداً، يجب أن يكون المُعامِل الذي يصف التقدم المحرز في نظام فيزيائي ما في الوقت المناسب لمُعامِل موحّد (المترجم).

الخاصية الأهم من كل ذلك هي خاصية الـ تشابك (Entanglement). وهذه تقع في قلب الغموض المصاحب لميكانيكيا الكمّ، مؤسسة اتصال مخيف ما بين أنظمة الكمّ بعد التفاعل. فإذا كان نظام ما يضم جسيمين a وb، فيطلق عليه حالة ضرب (Product State)، وإذا كان بالإمكان كتابة المجموع الكلي لدالة الموجة بطريقة ضرب دوال موجة الجسيمات الفردية:

$$|\psi\rangle = |a\rangle|b\rangle \quad (105.15)$$

هذه ليست دائماً هي القضية، للنظر في عملية اضمحلال المشع، المنبعث من اثنين من $-^1/_2$ من الدورانات الحلزونية للجسيمات. فإذا بدأ تشغيل النظام بعدم وجود صافي زخم زاوي يجب أن ينتهي من دون أي زخم زاوي، كما يجب أن يكون ذلك في حالة أحادية (Singlet State) غير قابلة للحل:

$$|\psi| = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_a|\downarrow\rangle_b - |\downarrow\rangle_a|\uparrow\rangle_b) \quad (106.15)$$

ولكون هذا لا يمكن كتابته كحالة ضرب يطلق عليه تسمية متشابك (Entangled). الآن نُجري قياس توجه الدوران الحلزوني للجسيم a. قبل القياس هناك فرصة متساوية لأن يكون توجه الدوران الحلزوني أعلى أو أسفل، وبعد القياس لا بد من أن يكون أعلى أو أسفل. فإذا تحولت a ليكون دورانها نحو الأعلى فإن دوران b سيكون نحو الأسفل، والعكس بالعكس صحيح. يمسك ذلك على الفور، ويستقل عن المسافة ما بين الجسيمات. ووفقاً لقانون ميكانيكيا الكمّ، يمكن أن تبعث b إلى كوكب مارس، ويمكن أن تبقى حالتها محددة بواسطة مقياس a على الأرض. هذا الأثر المقلق قد تم تأكيده تجريبياً مع الفوتونات المتشابكة المنبعثة من عملية تعدد الفوتونات (Aspect et al., 1981; Tittel et al., 1988).

سميَّ ما جاء أعلاه بـ مفارقة إينشتاين - بودولسكي - روزن (Einstein- Podolsky- Rosen Paradox) (Einstein et al., 1935)، وذلك بسبب التشابك الذي يبدو أنه ينتهك الموقع المطلوب بواسطة النسبية، وهو أحد الأسباب التي جعلت إينشتاين لا يرغب بميكانيكيا الكمّ. وهذه الجسيمات المتشابكة يطلق عليها زوج إ - بي - آر (إينشتاين - بودولسكي - روزن) (Einstein- Podolsky- Rosen Pair) (EPR Pair) تكريماً لهؤلاء الأفراد الذين انزعجوا بدايةً من الجسيمات المتشابكة. فهناك العديد من التفسيرات التي تعادل عدد المترجمين الفوريين لهذه الظاهرة، ومن بين تلك التفسيرات:

لا شيء خطأ، ولا أحد يختلف مع نبوءات ميكانيكيا الكمّ، ولكن المشكلة الوحيدة في ذلك هي حدسنا الذي لا وجود له هنا.

لما كانت الجسيمات ذات أصلٍ مشترك، فإنها تحتوي على متغيرات خفية (Hidden Variables) التي لا نعرف كيفية الوصول إليها، ولكن نعرف أن تلك المتغيرات الخفية هي التي تحدد القياسات. وهذا من شأنه أن يلبي التفسير، ولكن سلسلة النتائج التي تبدأ مع مبرهنة بيل (Bell's Theorem) قد تبدو أنها تستبعد أن لتلك المتغيرات الخفية دور في تحديد القياسات (Bell, 1964; Greenberger et al., 1990; Peres, 1990; Mermin, 1993). المسألة رقم (3.15) وضحت من خلال مثال بسيط تلك الخيبة.

بعد تفاعل الجسيّم a، يمكن لمسار رسالة أن يعود إلى الوراء في الوقت المناسب إلى الأصل المشترك، ومن ثم تُبحر نحو الأمام في الوقت الذي تكون فيه b حاضرة.

دالة الموجة الخاصة بالكون تقسم القياسات التالية إلى أفرع غير متفاعلة، لتختار منها الفرع الذي يحمل الجواب الصحيح للجسيم b. ويطلق على هذه نظرية العوالم المتعددة (Many-Worlds Theory) لـ إيفريت (Everett) (Everett, 1957).

في خِضم هذه التفسيرات، لعلّ أغرب ما وضع عنها قُدُماً (Mermin, 1985) والذي لا بد من وضعه في الاعتبار هو:

- تم التحقق من تنبؤات ميكانيكا الكمّ تجريبياً بدقة رائعة. وهذا هو التناقض بشأن التفسير، ليس بشأن ما تم حسابه وملاحظته فعلاً فحسب.

- لا يمكن استخدام التشابك في إرسال رسالة أسرع من سرعة الضوء، مما أثار الامتعاض لبعض مانحي البحوث والمنح. وتُعرف b على أساس أنها حالة لـ a تلي القياس، ولكن لا يمكن تعيين حالة a مسبقاً.

التشابك هو القناة التي تحمل معلومات الكمّ البحتة. ونحرص على استخدامها لـ تُنقل أثيرياً(*) (Teleportation) في الاتصالات، كنوع من التواصل في فضاء هلبرت لإجراء العمليات الحسابية.

(*) طريقة افتراضية للنقل الذي يتم فيه تحويل المادة إلى جزيئات دقيقة أو إلى طاقة عند نقطة واحدة وإعادة خلق تلك الجزيئات أو طاقتها من نموذجها الأصلي إلى نموذج آخر يتوافق مع عملية النقل عبر الأثير (المترجم).

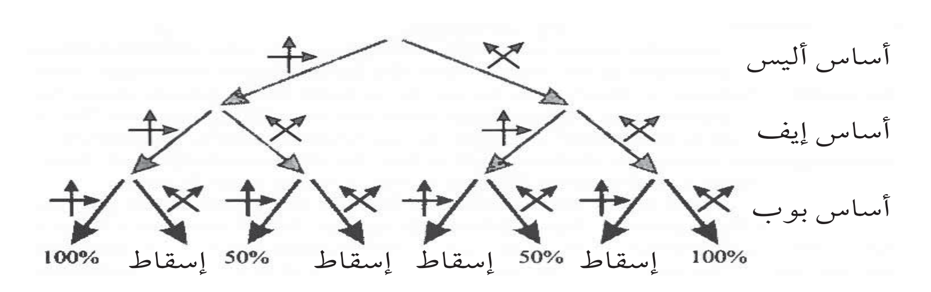
15.3 الاتصالات

النظر إلى الأدوات اللازمة لوصف معلومات الكمّ، التي تنقلنا الآن إلى استكشاف الإمكانيات المتاحة بواسطة اتصالات ميكانيكيا الكمّ، هي من الطرق الجديدة للقيام بمهام قديمة (مثل التشفير) للأفكار التي كانت حتى وقت قريب مسائلاً من الخيال العلمي أكثر منها حقيقة (مثل التنقل الأثيري).

15.3.1 التشفير

التعاملات الإلكترونية الآمنة تعتمد على التشفير، ويعتمد التشفير التقليدي على نظرية الأعداد (القسم 4.3.13)، ولعلّ هذا الفرع من نظرية الأعداد يرتكز في نهاية المطاف على أساس ضعيف جداً. فبينما توجد هناك أسباب وجيهة للاعتقاد بأن إيجاد العوامل الأولية هو بالضرورة مهمة صعبة أضعافاً مضاعفة، تعتبر من جهة أخرى هذه المهمة صعبة لجميع الأغراض العملية، وهو أمرٌ لا وجود لأي دليل عليه. وهذا هو السبب في أن هناك إدراك متزايد من البصيرة التي تبين، أن نظرية القياس الكمّي يمكن اتباعها لحماية المعلومات، وذلك من خلال استخدام القوانين الفيزيائية بدلاً من نظرية الأعداد (Wiesner, 1983).

التطبيق الأكثر أهمية هو أن الحلقة الأضعف في سلسلة التشفير تكمن في توزيع المفتاح الخاص لإنشاء السر المشترك. والمخطط الأولي لهذا الأمر مبين في الشكل (1.15). أَلِيس (Alice) تُريد أن تُرسل مفتاحاً لـ بوب (Bob)، وإيف (Eve) تُريد اعتراض المفتاح المشترك (هذه الأسماء مطلوبة عند أي حديث حول بروتوكولات التشفير).



الشكل 1.15: توزيع المفتاح الكموميّ مع كيفية التنصت، مبيناً إمكانية بقاء عدم اكتشاف إيف لكل التراكيب الممكنة المستندة إلى الاستقطاب.

ستقوم أَلِيس بالتواصل مع بوب من خلال إرسال فوتون واحد لكل بِتّ، مستخدمة

مصدراً من انبعاث فوتونات منفردة (Brunel et al., 1999). سوف تُمثل البِتّ بواسطة واحد أو اثنين من اتجاهات الاستقطاب المتعامدة، وبإمكان كل بِتّ أن تختار واحدة من مجموعتين من توجهات المحاور. بوب بالمثل وبشكل مستقل اختار واحداً من اثنين من احتمالات التوجه لمحاوره لغرض قياس حالة الاستقطاب. بعد إرسال سلسلة من البِتّات، أَلِيس وبوب من ثمة يمكنهما إشعارنا علناً عن أي توجهٍ قد استخدماه. فالبِتّات التي لا تتطابق يتم استبعادها، لأن نتائج قياس بوب تكون عشوائية. أَلِيس وبوب من بعد ذلك يقارنان علناً قيم بعض البِتّات التي تم توليدها وقياسها من خلال استخدام نفس توجه المحاور. فإذا لم يكن هناك تنصت (Eavesdropping)، فإن تلك البِتّات ستتطابق.

للنظر الآن في تأثير إيف. لما كانت كل بِتّ ممثلةً بواسطة فوتون منفرد، بسبب نظرية اللااستنساخ، فلا يمكن لـ إيف أن تحدد قيمة البِتّ خلسةً من دون إجراء القياس على الفوتون. ولما كانت إيف لا تمتلك معلومات مسبقة حول التوجه العشوائي لمحور أَلِيس، فلا يمكنها عمل أي شيء أفضل من أن تختار التوجه بصورة عشوائية، يتبعها قياس إرسال الفوتون الجديد المطابق إلى بوب. فإذا كانت إيف محظوظة بما فيه الكفاية لتخمين أساس التوجه العشوائي لـ أَلِيس، بالتالي يمكنها أن تعتمد على تخمينها في تحديد حالة الاستقطاب، وتوليد فوتون مماثل تماماً لإرساله إلى بوب. ولكن إذا كان محورها لا يتطابق مع محور أَلِيس، فإن إيف ستحصل على نتيجة عشوائية. ليس لديها أية وسيلة لتقول هذا لمن وذلك لمن.

إذا تمكن كل من بوب وإيف مطابقة أساس أَلِيس، فإن بوب سيتلقى قيمة بِتٍّ صحيحة، ولم يكشف وجود إيف. ولكن إذا أساس بوب تطابق مع أساس أَلِيس عندما لم تتمكن إيف من فعل ذلك، فإن نصف قياس بوب على نسخ بِتّ إيف سوف تُطابق بشكل عشوائي مع ما أرسلته أَلِيس، والنصف الآخر ليس كذلك. وهذا يعني، أنه لدى إيف مجموع احتمالية لـ $3/4$ مما يتم كشفه في بِتّ واحدة. وهذا خلاف جيد بالنسبة إلى بِتّ واحدة، ولكن إذا كانت أَلِيس وبوب يقارنان ما بين اثنين من البِتّات، فإن احتمالية إيف. لعدم الكشف لكلاهما هو $(3/4)^2$، وبالنسبة إلى N من البِتّات سيكون $(3/4)^N$ هذا النمو الهائل يعنيان أن كلاً من أَلِيس وبوب بحاجة لمقارنة السلاسل القصيرة للقيم التي تكون ذات موثوقية في كشف وجود إيف.

على عكس برامج التشفير التقليدية التي تبحث عن المعلومة الغامضة، هذه العملية

تقوم بكشف التلاعب بالرسالة بعد حدوثه. في حين نجحت الإحصائيات من دون التيقن، نجد أن قوتها تأتي من تسارعها الأسي الملزم لاحتمالية التنصت المتبقي الذي لم يمكن اكتشافه. فكما أن نُظم الترميز المرتكزة (المفترضة) على صعوبة العوملة تكون الزيادة الخطية في الجهد المرسل مؤديةً إلى الزيادة الهائلة في الصعوبة للقيام بالتنصت. فما وراء الارتكاز على أساس متين لعدم احتمالية نسخ معلومة الكمّ، نجد أن واحدة من نداءات تشفير الكمّ هي ذات سهولة في فهم النظام، على الرغم من استبعاد الهجمات التي يشنها عدو الكمّ الذي يُعد مهمة تحدٍ كبير جداً (Lo & Chau, 1999).

نجد من التظاهرة العلمية التجريبية الأولى لتشفير الكمّ (Bennett & Brassard, 1989)، أن التطبيقات الناضجة تشمل استخدام الروابط على مدى عشرات الكيلومترات في ألياف الاتصالات السلكية واللاسلكية التجارية (Muller et al., 1996)، وعبر الغلاف الجوي في وضح النهار (Hughes et al., 2000).

2.3.15 الدوائر

تتطلب قنوات الكمّ، مثل تلك التقليدية، ترميزاً وذلك بغرض الاستفادة الكاملة من قدراتها. في الفصل العاشر من هذا الكتاب شاهدنا أن البوابة الكهربائية مضافاً إليها عاكس كانت عملية كافية لتوليد أي دالة منطقية. وهذه الحالة لا يمكن أن تكون ضمن إطار الكمّ الميكانيكي الصحيح، لأن القيد الموحد يتطلب أن تكون البوابات البدائية العاكسة قابلةً لاستخلاص مدخلاتها من مخرجاتها. ولكن ممسكة بها: فأي تحول موحد يمكن تحليله إلى مزيج من عمليات موحدة على بِتّ كموميّ واحدة، وعامل غير خطي لاثنين من البِتّات الكموميّة (Barenco et al., 1995).

التحول الموحد يحافظ على مستواه الاعتيادي، لذلك يمكن كتابته على أساس دوران حول محور $\vec{\theta}$ العشوائي بواسطة الزاوية θ، جنباً إلى جنب مع كلّ احتمالات مُعامِل طور شامل:

$$\hat{U} = e^{i\varphi}\hat{R}(\vec{\theta}) \quad (107.15)$$

يمكن للدوران بدوره أن يتحلل ليكّون عدة دورانات حول مجموعة من المحاور المتعامدة، وذلك من خلال استخدام عوامل الدوران في المعادلة (82.15). وهذا ما

يسمى بتناظرية الكمّ لـ بوابة نفي (NOT-gate)، ولكن المعايير والثوابِتّ المستمرة تُتيح عمل العديد من الأشياء. المسألة رقم (5.15) تؤسس لـ $\sqrt{NOT\ gate}$ التي تعد بمنزلة العاكس عند تطبيقها مرتين؛ ويكون مفيداً بشكل خاص لمفردة بوابة البِتّ الكموميّ التي قد تصبح متحوّل هادامارد (Hadamard Transform):

(108.15)

$$\hat{H} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

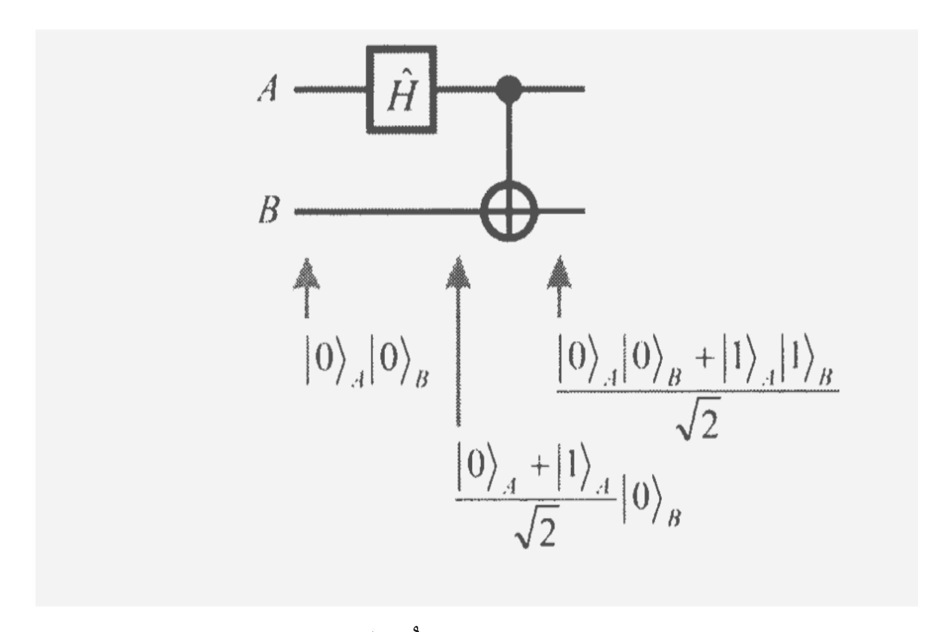
مثال عن لا خطية مدخلتي بوابة كمّ (Nonlinear Two-Input Quantum Gate) هو تحول بوابة نفي مُتَحكّم بها (Controlled-NOT) (CNOT):

(109.15)

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 00\rangle \\ 01\rangle \\ 10\rangle \\ 11\rangle \end{matrix}$$

إذا كانت البِتّ الأولى أسفل فلا يحدث أي شيء للبِتّ الثانية، وإذا كانت البِتّ الأولى أعلى انعكست البِتّ الثانية. وهذا هو ما يسمى بـ تعميم الكمّ (Quantum Generalization) لـ بوابة جواز القصور المنطقية (XOR)، التي تجعل الدائرة الكهربائية معكوسة من خلال الإبقاء على مراقبة المدخلات.

يبين الشكل (2.15) دائرة كهربائية بسيطة متكونة من متحول هادامارد يليه بوابة نفي مُتَحكّم بها (CNOT). ووفق الاتفاق تدخل كلّ من البِتّات الكموميّة A وB من الجهة اليسرى، وبتقدم الزمن تتقدم الأسلاك على طول الخط نحو اليمين، ويشير رمز بوابة نفي مُتَحكّم بها (CNOT) إلى أن A تمثل السيطرة على البِتّ الكموميّ في حين تعتبر B هي الهدف. نجد في العمل من خلال الدائرة الكهربائية، أن متحول هادامارد يضع أولاً A في التراكب، وبعدها بوابة نفي مُتَحكّم بها (CNOT)، فإذا كانت A هي حالة $|0\rangle$ فلا يحدث أي شيء إلى B، ولكن إذا كانت A هي حالة $|1\rangle$ فستكون B معكوسة. وذلك لأن A في تراكب، وإن B قد قُلبِتّ شرطياً بالاستناد لحالة A. إن قيمة B لم يتم تحديدها حتى يتم تحديد قيمة A (والعكس صحيح). هذه الدائرة الكهربائية تخلق زوجاً متشابكاً.



الشكل 2.15: بوابتا هادامارد والنفي المُتَحكّم في دائرة كهربائية كموميّة.

3.3.15 التنقل الأثيري

يمكن للقنوات الكموميّة إرسال كمّ بالإضافة إلى المعلومة التقليدية، مع نتائج ملحوظة. للنظر في الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (3.15)، حيث تبدأ هذه الدائرة بمتحوّل هادامارد وبوابة نفي مُتَحكّم بها (CNOT) لخلق زوج إ - بي - آر (إينشتاين - بودولسكي - روزن) (EPR Pair) من بِتّات كموميّة ألِيس وبوب، ومن ثم تبقى ألِيس على الأرض في حين أن بوب يغادر للقمر (على سبيل المثال). تود الآن ألِيس إرسال بِتّ كموميّ جديد لبوب. فهي لا يمكنها قياسها ولا يمكنها التواصل لكون حالتها تقليدية، لأن ذلك من شأنه الإجبار بقياس الأساس. ولكن يمكنها استخدام بوابة نفي مُتَحكّم بها (CNOT) ثانية لشبك بِتّ كموميّ مع نصفها لـزوج إ- بي- آر (إينشتاين - بودولسكي- روزن) (EPR Pair)، الذي هو بدوره يتشابك مع بِت كموميّ خاصة بـ بوب. لقد فعلت ذلك بالتريب العكسي لدائرة إ - بي- آر (إينشتاين - بودولسكي - روزن)، التي يليها بوابة نفي مُتَحكّم بها مع متحوّل هادامارد. في النهاية، عملت ألِيس على إجراء القياس لتحديد الحالة لبِتّين الكموميّتين الاثنتين الخاصة بها.

الحالة العامة لما بعد متحوّل هادامارد الثاني يمكن كتابتها إيحائياً كما هو مبيّن، ومن خلال التشابك، ومُعامِلات البِتّات الكموميّة التابعة إلى أَلِيس والتي تنتقل فوق البِتّ الكموميّ الخاص بـ بوب. عندما تكون أَلِيس تقيس البِتّات الكموميّة الخاصة بها، لم تتعلم شيئاً حول قيمتي a و b. ولكن النتيجة تُفعّل قوة البِتّات الكموميّة الخاصة بـ بوب في الحالة الموسومة. ومن خلال نتائج قياسها يمكن لـ أَلِيس استخدام القناة التقليدية للتواصل مع بوب، نتيجة من أربعة نتائج محتملة قد حصلت عليها، ومن ثم يمكن لـ بوب استخدام تلك المعلومة لتغيير الإشارة أو مبادلة الشروط في البِتّات الكموميّة التابعة له وفق الحاجة لـ:

(110.15)

$$|00\rangle \rightarrow \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

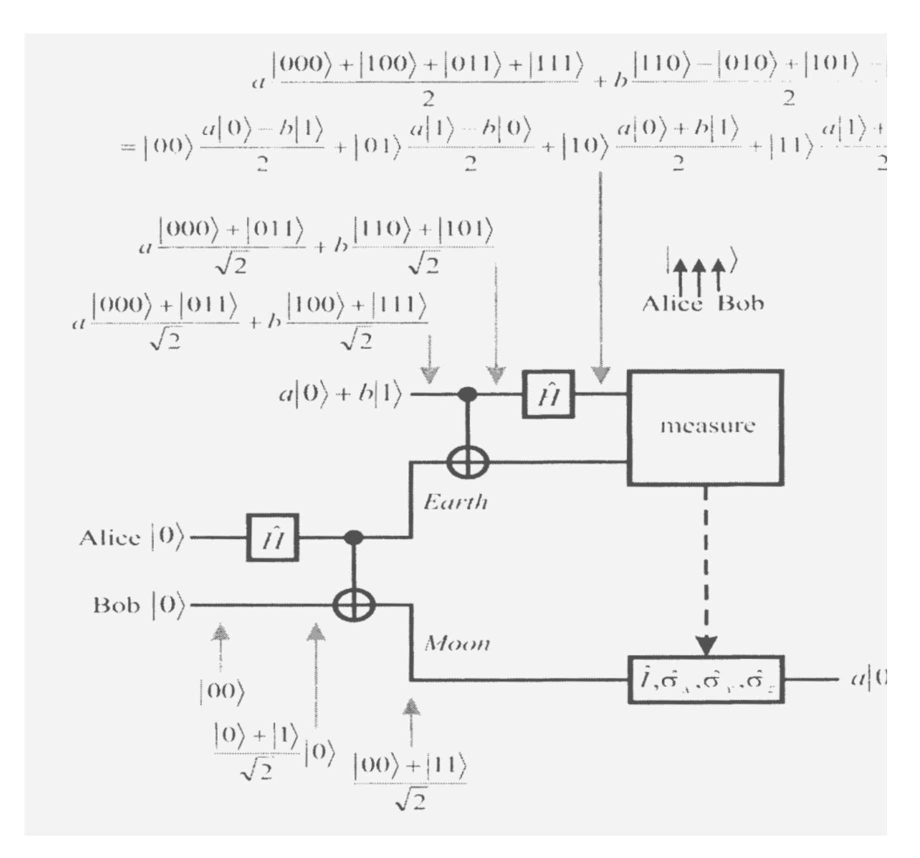
$$|01\rangle \rightarrow i\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|10\rangle \rightarrow \hat{I} \;\; = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|11\rangle \rightarrow \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

وبمجرد انتهاء بوب من ا البِتّات الكموميّة التابع له امتلك مُعامِلات أَلِيس. وذلك لأن المعلومات الكموميّة لا يمكن نسخها، وهذا حقاً هو البِت الكموميّ التابع لـ أَلِيس. فالبِتّات الكموميّة التي بدأت معه لا بد أنه قد استهلكها بواسطة قياسها. وفي هذه اللحظة تختفي المعلومات الكموميّة المحولة إلى بوب. ولأسباب واضحة حان الوقت لأن نطلق على هذه العملية بالتنقل الأثيري (Bennett et al., 1993). فبينما هناك طريق طويل لنقطعه قبل هذه الوسيلة العملية للوصول إلى سفينة الفضاء الخاصة بك، فقد تجلى كل ذلك بشكل تجريبي (Furusawa et al., 1998).

مرةً أخرى يُعتقد على نطاق واسع أن فك الترابط يشكل عرقلة للتطبيقات العملية للمعلومة الكموميّة (Unruh, 1995). بعد كل شيء، نجد أن أية محاولة لقياس حالة نظام كمّ من أجل التحقق من وجود أخطاء من شأنه أن يُعكّر بالضرورة المسار. لذا كان من المفاجآت الرائعة الاكتشاف بأنه لا يمكن تصحيح أخطاء الكمّ فحسب، بل يمكن أن يتم ذلك التصحيح عن طريق استخدام الطرق المشروحة في الفصل الثالث عشر من هذا الكتاب.



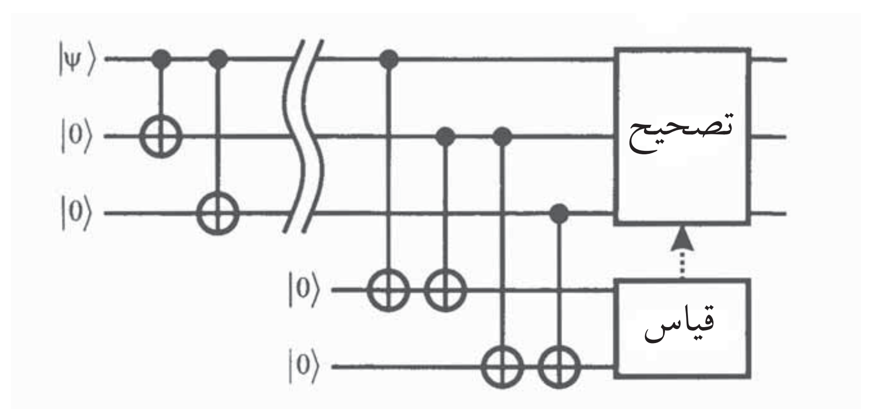
الشكل 3.15: دائرة كهربائية كموميّة التنقل الأثيري.

4.3.15 تصحيح الخطأ

يبين الشكل (4.15) مخطط بسيط لحماية البِتّات الكموميّة $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ من انقلاب البِتّ. فكما عملية تصحيح الخطأ التقليدية، يتم إدخال بِتّات إضافية (تسمى هنا (بِتّات) إضافية مساعِدة (Ancilla)) لإضافة التكرار. وفي أعقاب ذلك يأتي أول اثنين من بوابات النفي المُتحكّم بها، فيتم ترميز البِتّ الكموميّ كالآتي:

$$|\psi\rangle = a|000\rangle + b|111\rangle \tag{111.15}$$

بعد إدخال ما يمكن من الأخطاء، يتم استخدام واحد أو اثنين من البِتّات الإضافية المساعدة. فيتم قلبها بواسطة سلسلة من بوابات النفي المُتحكّم بها، إذا لم تتمكن البِتّ الأولى من مطابقة الثانية، والبِتّ الثانية لا يمكنها مطابقة البِتّ الثالثة، فبسبب التشابك، وقياس حالة تلك البِتّات الإضافية المساعدة يتم من ثم فرض ترميز البِتاتّ في واحدة من تلك الحالات.



الشكل 4.15: تصحيح خطأ انقلاب بِتّ كموميّ.

لننظر ماذا سيحدث إذا انقلبِتّ البِتّ الأولى بسبب خطأ ما:

$$|\psi\rangle \rightarrow a|100\rangle + b|011\rangle \quad \textbf{(112.15)}$$

بعد قياس البِتّات الإضافية المساعدة، سنجد أن البِتّ الأولى تختلف مع البِتّ الثانية والبِتّ الثالثة. ويمكن تحديد ذلك بشكل لا لبس فيه إذ يُعزى للخطأ الوارد في البِتّ الأولى، والتي يمكنها من ثم الانقلاب إلى الوراء من دون أن تعلم أي شيء حول a أو b. وما هذا إلا مجرد نسخة كموميّة لأغلبية ثلاث بتات مرمزة.

هذا وحده لا يكفي، لأن البِتّات الكموميّة على عكس البِتّات التقليدية، تمتلك طوراً، فضلاً عن سعة كبيرة. فإذا كان هناك خطأٌ في الطور المقلوب، فإن تغيير العلامة النسبية للبِت الكموميّة الأولى:

$$|\psi\rangle \rightarrow a|000\rangle - b|111\rangle \quad \textbf{(113.15)}$$

وهذا لا يمكن تعرفه بواسطة الترميز، وسيظهر بصورة خاطئة كما الخطأ في المُعامِل.

يمكن تصحيح أخطاء انقلاب الطور من خلال استخدام متحوّل هادامارد لترميز البِتّات الكموميّة

في التراكبات:

$$|\psi\rangle = a(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) + b(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle) \quad (114.15)$$

الآن إذا كان هناك خطأ علامة نسبي في أول بِتّ كموميّ فإن:

$$|\psi\rangle \rightarrow a(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) + b(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle) \quad (115.15)$$

ويمكن الاعتراف بهذا الخطأ النسبي في الإشارة وتصحيحه مرة أخرى بواسطة التدقيق لمعرفة ما إذا كان زوجاً من حالات متطابقة مرمزة. ولكن الآن ستؤدي البِتّ المتغيرة إلى وقوع خطأ مُعامِل (Coefficient Error)

$$\begin{aligned} |\psi\rangle \rightarrow\ & a(|1\rangle + |0\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) \\ & + b(|1\rangle - |0\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle) \\ & = |a(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) \\ & - b(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle) \end{aligned} \quad (116.15)$$

كِلا النوعين من الخطأ يمكن الوقاية منهما باستخدام كلا المخططين، وترميز الحالة في تسع بِتّات كموميّة كما في الآتي:

$$|\psi\rangle = a(|000\rangle + |111\rangle)(|000\rangle + |111\rangle)(|000\rangle + |111\rangle) + b(|000\rangle - |111\rangle)(|000\rangle - |111\rangle)(|000\rangle - |111\rangle) \quad (117.15)$$

الآن البِتّ تغيرت:

$$|\psi\rangle \rightarrow a(|000\rangle + |011\rangle)(|000\rangle + |111\rangle)(|000\rangle + |111\rangle) + b(|100\rangle - |011\rangle)(|000\rangle - |111\rangle)(|000\rangle - |111\rangle) \quad (118.15)$$

ويمكن تصحيح هذا الخطأ مع إحدى الحالات المرمزة، وطور تغير البِتّ:

$$|\psi\rangle \rightarrow a(|000\rangle - |111\rangle)(|000\rangle + |111\rangle)(|000\rangle + |111\rangle) + b(|000\rangle + |111\rangle)(|000\rangle - |111\rangle)(|000\rangle - |111\rangle) \quad (119.15)$$

ويمكن التصحيح فيما بينهما. ويمكن أن يكون الخطأ الكمّي العشوائي مكتوباً بصيغ تتعلق في البِتّ واختلاف الأطوار. وبالتالي سيقوم هذا المخطط بإصلاح أي نوع من الضرر اللاحق بالبِتّات الكموميّة (Shor, 1995).

إمكانية تصحيح خطأ الكمّ نجده كامناً في المعادلة (33.13)، التي بيّنت أنه في ترميز كتلة الخطأ يكون تحديد الخطأ متلازماً من دون تقديم أية معلومة عن الرسالة. وفي لغة الكمّ يسمى هذا بقياس من دون هدم (Non-Demolition Measurement). ومن خلال هذه الرؤية فقد تم ترك العديد من نظريات تصحيح الخطأ التقليدية من إعداد الكمّ (Steane, 1996; Calderbank & Shor, 1996).

تمتد أهمية تصحيح الخطأ إلى ما هو أبعد من الاتصالات. وبسبب إمكانية اعتبار الحاسوب وجهاز تخزين المعلومات كقناة، فإن تصحيح الخطأ ضروري لموثوقية العمل. فوجود سعة القناة في هذه الإعدادات له آثاره العميقة طالما أن نسبة الخطأ هي دون العتبة. كما أن الحسابات العشوائية الطويلة وأوقات التخزين يمكن تحقيقها مع المكونات الناقصة (von Neumann, 1956; Winograd & Cowan, 1963). وما ينطبق على ميكانيكيا الكمّ الصحيحة، ينطبق أيضاً على حوسبة خطأ الكمّ المتسامح (Fault-Tolerant Quantum) (Shor, 1996; Knill et al., 1998b).

لنفترض أن عملية منطقية لديها احتمال p لإدخال خطأ ما. وإذا كان بدلاً من ذلك قد تم تنفيذ نفس العملية على البِتّات الكموميّة، التي تمّ ترميزها في مخطط لتصحيح الخطأ والتي يمكنها تصحيح n من الأخطاء، فإن احتمال فشل العملية بعد فكّ الترميز لاحقاً سيكون Cp^{n+1}. الأس n+1 هو بسبب فشل التصحيح إذا كان هناك العديد من الأخطاء، وC هي أحد العوامل التي تمثل الحمل الإضافي من الخطوات اللازمة للترميز وفكه. إذا كان احتمال الخطأ لخطوة واحدة هو:

$$Cp^{n+1} < p \Rightarrow p < C^{-1/n} \quad (120.15)$$

إن العمل المضاف لتصحيح الخطأ هو أكثر بكثير من التعويض، ويمكن تطبيقه

بشكل متكرر لتحسين الأداء. والطريقة الذكية لعمل هذا هي تضمين الرمز المتسلسل (Concatenated Code). ويقوم الرمز المتسلسل بترميز البِتّات الكموميّة، التي تقوم بدورها بترميو بِتّات كموميّة أخرى وهكذا دواليك. فإذا فشل ترميز كتلة واحدة مع احتمالية Cp^{n+1}، فإن الفشل سيصيب المستوى الثاني، وإذا كانت فيه الكتلة n+1 خطأً فإن الاحتمالية هي $C(Cp^{n+1}t)^{n+1}$، وترميز المستوى الثالث سيخفق أيضاً باحتمالية $C(C(Cp^{n+1})^{n+1})^{n+1}$. وكلما كان الخطأ الأول صغيراً بما فيه الكفاية، توفر تحسنٌ أسي فائق (مع زيادة مقابلة بعدد البِتّات الكموميّة الإضافية).

4.15 الحوسبة

لقد تم استخدام دوائر الكمّ التي نظرنا فيها لحد الآن في الترميز، ولكن بسبب إمكانية تلك الدوائر في تقييم الدوال العشوائية، فلعله من الطبيعي أن نتسائل فيما إذا كانت تلك الدوائر أيضاً لديها قُدرات منطقية تتجاوز نظيراتها التقليدية. الجواب الدرامي، نعم!

لفهم ما يمكن أن يقوم به الحاسوب، من الضروري معرفة بعض الأمور حول نوعية الأسئلة التي يمكن طرحها. هناك بعض المسائل المعروفة التي لا يمكن حلها، مثل الإقرار فيما إذا سيتوقف برنامج الحاسوب من دون الحاجة فعلاً لتشغيله (Turing, 1936). فجميع المشاكل قابلة للحل من الناحية النظرية، ولكن هذه الحلول قد لا تكون استخداماتها عملية، نظراً لوجود القيود الهندسية مثل طول دورة العمر. في حين أن وقت تنفيذ برنامج ما سيعتمد على تفاصيل الآلة المستخدمة لتشغيله، والتمييز الأساسي يكمن بين المشاكل التي تتطلب بعض الخطوات، المتصاعدة أُسياً مقابل الحدود المتعددة في حجم المشكلة. فبالنسبة إلى المسائل القليلة الأهمية فإن الحجم الأُسي فيها دائماً تقريباً مقدار الصبر عند أي أحدٍ كان، وبالتالي تعتبر عادة تلك المسائل مستعصية. ولأن أطروحة تشرتش – تورينغ (Church-Turing Thesis) تؤكد لنا معقولية – يمكن لأجهزة الحاسوب المعرف تنفيذ برامج كل منها مع خاصية تعدد الحدود – الزمن للعامل الأولي لتشغيل المحاكاة، والتمييز ما بين متعدد الحدود والأُسّي الثابِتّ على فئة واسعة من المخططات الهندسية.

يمكن حلّ المشاكل الحسابية أو الفرزية في الوقت الذي يقال فيه أن متعدد الحدود في حجم مشكلة يقال عنه تنتمي إلى الفئة P. هناك فئة أكبر من المشاكل لها حلول، والتي يمكن تدقيقها في زمن متعدد الحدود، ولكن لربما هذا يتطلب وقتاً أطول من إيجاد الجواب. وتُدعى هذه الفئة بـ NP. ويبدو واضحاً أن $P \neq NP$ لأن الفئة الأخيرة لربما

تحتوي على عدد أكثر من المشاكل، ولكن إثبات ذلك يُبقي المشكلة الكبرى مفتوحة في علوم الحاسوب (Garey & Johnson, 1979).

ضمن الفئة NP هناك مجموعة فرعية تحتوي على مشاكل معروفة صعوبتها تكمن كما هي في صعوبة أية مشكلة أخرى. فإذا كان بالإمكان حل أيٍّ من هذه المشاكل في فئة NP الكاملة (NP-Complete) بكفاءة، فإن جميع المشاكل الأخرى في فئة NP يمكن حلها بكفاءة. نظرية كوك (Cook's Theorem) تعتبر دليلاً ملحوظاً على إثبات ذلك (Cook, 1971). فهي تطبق على مشاكل إشباعية[*] (SAT (Satisfiability Problems) Problems) لإقرار فيما إذا كانت هناك حجة أم لا، تلبي مطلب التعبير المنطقي (فئة NP الكاملة للمشاكل، تحتوي على مشكلة بحث رجل الأعمال عن أقصر الطرق المستخدمة للربط ما بين مجموعة من المدن، وتلوين الشكل بألوان مختلفة على رؤوس نقاطه).

لم يتم إيجاد خوارزمية كموميّة فعالة لحل مشاكل فئة NP الكاملة، وهناك بعض المشاكل التي تُعرف بأنها ميكانيكا كمّ لم تقدم أي حلٍ سريع لتلك المشاكل (Farhi et al., 1998). ففي الوقت الذي ظل فيه باب إمكانية إيجاد خوارزمية لحل مشاكل فئة NP الكاملة مفتوحاً، فإن هناك خوارزميات كموميّة جيدة لحل العديد من المشاكل المهمة، والتي منها البحث، والعوملة، ومحاكاة الكمّ.

1.4.15 البحث

الطريقة العامة جداً لصياغة المشاكل الحسابية تأتي من قاعدة بيانات أوراكل[**] (Oracle) لـ $f(x)$ تساوي 1 للحجة x التي تحل المشكلة محط اهتمامنا. ويمكن أن تكون x مدخلات في قاعدة البيانات، في حين تكون $f(x)$ اختباراً للحصول على إجابات استفسار ما، أو يمكن أن تكون x زوجاً من الأعداد الصحيحة و$f(x)$ للتحقق من وجود عوامل رئيسية.

إذا كان هناك N من القيم الممكنة لـ x، ولم يتم فرزها، ولم يتم معرفة أي شيء عن

(*) في علوم الكمّبيوتر الإشباعية (Satisfiability) تعني مشكلة منطقية، وتسمى أحياناً بالإشباعية الاقتراحية وتعني مشكلة تحديد ما إذا كان يوجد تفسير يرضي صيغة منطقية معينة أم لا (المترجم).

(**) أوراكل هو اسمٌ يعني: شخص موثوق من الذين سيصبحون قساوسة المستقبل. ويسمى أيضاً بالوحي الذي يقدم المشورة والنبوءة الموثوقة حيث يُعتقد أنها تأتي مباشرة من مصدر إلهي. أما في الاستعمال الحديث، فهي تعني أي مصدر جيد للمعلومات (المترجم).

قاعدة بيانات أوراكل، فإن الخوارزمية الوحيدة الممكنة هي تلك التي تمضي من خلال كل الحجج باستفاضة لإيجاد الحل في عدد من الخطوات $Q(n)$. فكر لإيجاد اسم شخصٍ ما في دليل الهاتف، لا تعرف عنه إلا رقم هاتفه، أو أدخل الرقم عشوائياً لقفل ما بغرض إيجاد مجموعة الأرقام لفتحه. فقد أدهش لوف كروفر (Lov Grover) العالم عندما بين أن بإمكان حاسوب الكمّ إنجاز المهمة بـ $\sqrt{n}$ من الخطوات (Grover, 1997; Grover, 1998).

لنبدأ من خلال إعداد تراكب جميع الدوال المنطقية الممكنة، التي يمكنها تنفيذ خطوة واحدة بتطبيق متحوّل هادامارد لكل البِتّات الكموميّة المستخدمة لتمثيل الحالات (مسألة رقم 6.15).

(121.15)

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=1}^{N} |x\rangle$$

لنفترض الآن أن هناك قيم M لـ x عندما تكون $f(x) = 1$. لنُعرف $|1\rangle$ على أساس أنها تراكب لهذه الحالات:

(122.15)

$$|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{f(x)=1} |x\rangle$$

في حين أن $|0\rangle$ تمثل ما تبقى:

(123.15)

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N-M}} \sum_{f(x)=0} |x\rangle$$

بحيث:

(124.15)

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{N-M}{N}}\,|0\rangle + \sqrt{\frac{M}{N}}\,|1\rangle$$

فإذا ما تم تعريف الزاوية θ بواسطة:

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{M}{N}} \qquad (125.15)$$

فإن حالة التراكب $|\psi\rangle$ يمكن كتابتها على هذا الأساس لتكون:

$$|\psi\rangle = \cos\theta|0\rangle + \sin\theta\,|1\rangle = \begin{pmatrix}\sin\theta\\ \cos\theta\end{pmatrix} \qquad (126.15)$$

التالي تعريف العامل:

$$\begin{aligned}\hat{U}_1 &= \hat{I} - 2|1\rangle\langle 1|\\ &= \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\\ &= \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\end{aligned} \qquad (127.15)$$

هذه التقلبات في إشارة الحالات تلك، تلبي مطالب النبوءات الموثوقة. ففي الحين الذي يتطلب منا معرفة الجواب لتلك المشكلة مسبقاً، فإن ميكانيكيا الكمّ تسمح للنبوءات الموثوقة أن تُطبق على كل الحجج في آنٍ واحد. والمشكلة هنا هي أن تقليب العلامات لوحدها أمرٌ غير مجدٍ، وذلك لأنه مازال هناك N من الحالات لا بد من أن تُدقق لإيجاد الحالة المرجوة. وللمساعدة في الكشف عن تلك الحالة المرجوة، نُعرف عاملاً ثانياً:

$$\begin{aligned}\hat{U}_\psi &= 2|\psi\rangle\langle\psi| - \hat{I}\\ &= 2\begin{bmatrix}\sin\theta\sin\theta & \sin\theta\cos\theta\\ \cos\theta\sin\theta & \cos\theta\cos\theta\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\\ &= \begin{bmatrix}2\sin^2\theta - 1 & 2\sin\theta\cos\theta\\ 2\cos\theta\sin\theta & 2\cos^2\theta - 1\end{bmatrix}\end{aligned} \qquad (128.15)$$

وهذا هو قلب المُعامِلات لحالة عشوائية حول قيمها المتوسطة. والآن لننظر فيما سيحدث عندما يتم تطبيق كلا المُعامِلين تسلسلياً:

$$\hat{U}_\psi \hat{U}_1 = \begin{bmatrix} 1-2\sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\cos^2\theta - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (129.15)$$

وهذا مجرد دوران بواقع $2\theta = 2\sqrt{M/N}$ في الحيز $|0\rangle$, $|1\rangle$. تبدأ $|\psi\rangle$ مع الزاوية θ في هذا الحيز، نظراً لكونها جزءاً صغيراً من الحالات التي تلبي النبوءات الموثوقة. فإذا طبقنا $\hat{U}_\psi \hat{U}_1$ بشكل تكراري لعدد I، فإن كل الاحتمالات ستكون في حالة $|1\rangle$ بعد دوران $\pi/2$، متطلبةً عدداً من التكرار:

$$\theta + I2\theta = \frac{\pi}{2} \quad (130.15)$$

$$I = \frac{\pi}{4}\frac{1}{\theta} - \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{N}{M}} - \frac{1}{2}$$

بعد تكرار $Q(\sqrt{N})$ سيكون النظام في حالة $|x\rangle$ يقيناً، وبعد قياس واحد ما، يمكن الحصول على إجابة تلبي مطلب قاعدة بيانات أوراكل!

إذا كان بالإمكان إيجاد جواب في زمن $\log N$، فيمكن لهذه الخوارزمية بكفاءة حل مشكلات الفئة NP الكاملة، ولكن للأسف إن $\sqrt{N}$ معروفة بأنها الأدنى في السرعة المحتملة (Boyer et al., 1998). ومع ذلك فإن هذا مازال يُعتبر إنجازاً كبيراً، ولا سيما عند النظر إلى التطبيق الواسع من مشاكل أوراكل. فالبحث في قاعدة البيانات لملايين من المدخلات في ألف خطوة هو كمٌّ هائل إن لم يكن ميزةً نوعية.

2.4.15 التحويلات والعوملة

يُعتبر برهان بيتر شور (Peter Shor) الدليل الأكثر أهمية في الحوسبة الكمومية،

ولربما في كل النظريات الحسابية المعقدة، التي ترى أنه بإمكان جهاز حاسوب الكمّ إيجاد العوامل الرئيسية في زمن متعدد الحدود (Shor, 1997). ولعلّ العوملة (Factoring) واحدةٌ من أصعب المشاكل التي لا تُعتبر مشكلة من فئة NP الكاملة. فالأمر لم يقتصر على ذلك، بل يُعتقد على نطاق واسع أن ذلك الأمر يحتاج زمناً أُسّياً عالياً (القسم 4.3.13)، وإن النُظم القائمة في التعاملات الإلكترونية المأمونة تعتمد على هذا الاعتقاد. وخلافاً لمعظم نتائج دراسات الحسابات المعقدة التي ترتكز على التصنيفات، مازال سؤال هذا الاعتقاد مطروحاً، كانت هنا مظاهرة بناءة لكيفية تحويل المشكلة من مستعصية إلى قابلة للحل.

نتائج شور والخوارزميات ذات العلاقة استخدمت متحوّل فورييه الكموميّ (Quantum Fourier Transform) (QFT). وهذا قد تم تعريفه بواسطة متحوّل فورييه المتقطع (Discrete Fourier Transform) (DFT) لمُعامِلات الحالة الكموميّة:

(131.15)

$$\sum_{x=0}^{N-1} a_n|x\rangle \rightarrow \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{2\pi ikx/_N} |k\rangle$$

يتطلب متحوّل فورييه المتقطع (DFT) لتنفيذه عدد $Q(N^2)$ من الخطوات، وذلك بسبب المجموع المزدوج فوق N من المؤشرات. يقلل متحوّل فورييه السريع (Fast Fourier Transform) (FFT) خطوات التنفيذ من $Q(N^2)$ إلى $Q(N \log N)$ من خلال التعرف على $e^{2\pi ikx}/_N$ التي لا تحتاج إلى تقييم للقيم $^{kx}/_N$ المرفوعة للقوة 2. ولتحويل ذلك إلى خوارزمية (خوارزمية كمّ، أو خوارزمية تقليدية)، لا بد أن نُلاحظ أنه لكون x و k مؤشرات لأرقام صحيحة، فيمكن كتابتها بتوسيع نطاق النظام الرقمي الثنائي مع مُعامِلات إما أن تكون 0 أو 1:

(132.15)

$$x = x_0 + 2^1 x_1 + \cdots + 2^{n-1} x_{n-1}$$

$$k = k_0 + 2^1 k_1 + \cdots + 2^{n-1} k_{n-1}$$

حيث $N = 2^n$. ويتم من ثم التخلص من جميع حدود المعادلة في xk التي هي مع أُسّية 2^n أو أعلى، تاركةً حدود المعادلة العادية:

$$\frac{kx}{2^n} = k_{n-1}(2^{-1}x_0) + k_{n-2}(2^{-1}x_1 + 2^{-2}x_0) + \cdots \quad \textbf{(133.15)}$$

هذا التوسع في المعادلة أعلاه يمكن أن يعود بنا إلى تعريف متحوّل فورييه الكمومي (QFT) لإيجاد فعلها على المتجه الأساسي:

(134.15)

$$|x\rangle = |x_0x_1 \dots x_{n-1}\rangle$$
$$\to \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi ikx/_N}|k\rangle$$
$$= \frac{1}{2^{n/2}}\sum_{k_{n-1}=0}^{1}\sum_{k_{n-2}=0}^{1} e^{2\pi i[k_{n-1}(2^{-1}x_0)+k_{n-2}(2^{-1}x_1+2^{-2}x_0)+\cdots]}|k_{n-1}\dots k_1k_0\rangle$$
$$= \frac{1}{2^{n/2}}\left(|0\rangle + e^{2\pi i(2^{-1}x_0)}|1\rangle\right)\left(|0\rangle + e^{2\pi(2^{-1}x_1+2^{-2}x_0)}|1\rangle\right) + \cdots$$

تحتوي عملية الضرب المتمثلة في المعادلة (134.15) على تطبيق طبيعي في دائرة الكمّ، كما هو مبين في الشكل (5.15). المدخلات هي الحالة $|x_0x_1 \dots x_{n-1}\rangle$. بعد أول متحوّل هادامارد تصبح الحالة:

$$\left(|0\rangle + e^{2\pi i(2^{-1}x_0)}|1\rangle\right)|x_1 \dots x_{n-1}\rangle \quad \textbf{(135.15)}$$

لأن الإشارة أمام $|1\rangle$ موجبة (+) إذا كانت $x_0 = 0$ وسالبة إذا كانت 1 x_0 (معادلة رقم 108.15). ومن ثم يأتي طور التحول المشروط المعرف بـ:

$$\hat{R}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{2\pi i/_{2^k}} \end{bmatrix} \quad \textbf{(136.15)}$$

وهذا لا يفعل شيئاً لحالة $|0\rangle$، ولكنها تُضيف أطوراً تحول إضافية إلى حالة $|1\rangle$ المستندة إلى قيمة x_1، تاركةً:

$$\left(|0\rangle + e^{2\pi i(2^{-1}x_0+2^{-2}x_1)}|1\rangle\right)|x_1 \dots x_{n-1}\rangle \quad \textbf{(137.15)}$$

بعد تطبيق كل أطوار التحول المشروطة، ومن ثم متحوّل هادامارد إلى البِتّ المقبلة، فإن الحالة ستكون:

$$\left(|0\rangle + e^{2\pi i(2^{-1}x_0+2^{-2}x_1+\cdots)}|1\rangle\right)\left(|0\rangle + e^{2\pi i(2^{-1}x_1)}|1\rangle\right)|x_2 \dots x_{n-1}\rangle \quad \textbf{(138.15)}$$

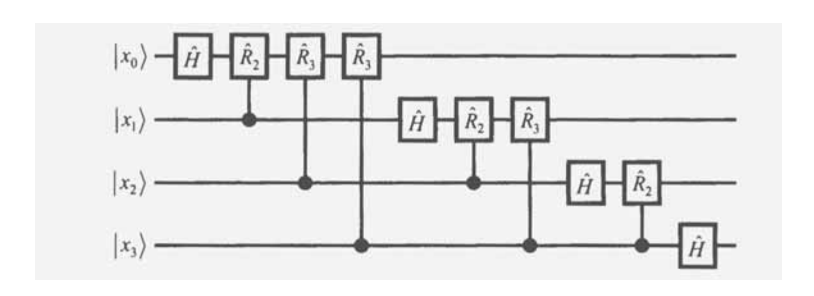
الاستمرار بهذه الطريقة يُعيد استنساخ المعادلة (134.15).

متحوّل هادامارد واحد، و n-1 من بوابات الأطور التي تُطبق على $|x_0\rangle$ لمجموع n من العمليات، فسيكون هناك n-1 من البوابات لحالة $|x_1\rangle$، وهكذا، يضاف إليها ما مجموعه من $n + (n-1) + \cdots + 1 = {n(n+1)}/{2}$ من الخطوات. هذا لمتجه أساسي واحد، ولكن بسبب الخطية في ميكانيكيا الكمّ فسوف يُعمل على التراكب العشوائي أيضاً. وعليه، فإن متحوّل فورييه الكمومي (QFT) يقلل المجموع الكلي للخطوات لـ $Q(n^2) = Q(\log N^2)$، بالتأكيد وفرت من عدد الخطوات تماماً من متحوّل فورييه السريع (FFT). في حين أن هذا لا ينطبق مباشرة على معالجة مشاكل الإشارات التقليدية بسبب صعوبة التحميل وقراءة البيانات، إلّا أنه بالإمكان استخدامه ابتداءً في عدد من خوارزميات الكمّ، ولعلّ أبرزها العوملة.

يظهر متحوّل فورييه الكموميّ (QFT) في خوارزمية شور على أساس أنه طريقة لاستخدام تداخل الكمّ لغرض التقصي لفترة معينة:

خذ عدداً صحيحاً N لتحليل عوامله، لنأخذ أس للقوة 2 مثل $K = 2^L$ $N^2 < K < 2N^2$.

لنختر عدداً صحيحاً عشوائياً $x < N$.



الشكل 5.15: دائرة كهربائية لمحول فورييه الكموميّ.

لنهيئ زوجاً من K من سجل الكيوبتات:

(139.15)

$$\frac{1}{\sqrt{K}}\sum_{k=0}^{K-1}|0\rangle\,|0\rangle$$

إنشاء تراكب موحد في السجل الأول:

(140.15)

$$\frac{1}{\sqrt{K}}\sum_{k=0}^{K-1}|K\rangle\,|0\rangle$$

إجراء معيارية أُسيّة (Modular Exponentiation) من السجل الأول على الثاني:

(141.15)

$$\frac{1}{\sqrt{K}}\sum_{k=0}^{K-1}|K\rangle\,|x^k \bmod N\rangle$$

نأخذ القياس في السجل الثاني، فإذا كانت النتيجة هي:

(142.15)

$$x^k \bmod N = y$$

فإن السجل الأول سينهار في تلك القيم لـ x المتوافقة مع y. لأن المعيارية الأُسيّة هي دورية في k مع أمر r (Koblitz, 1994)، وهذا يترك السجل الأول في الحالة:

(143.15)

$$\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{m=0}^{M-1}|l+mr\rangle$$

حيث l تتم إزاحته لاعتماده على y، M عدد القيم لـ k التي تلبي المعادلة (142.15).

لإيجاد r ننفذ متحوّل فورييه الكموميّ (QFT):

(144.15)

$$\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{m=0}^{M-1}\frac{1}{\sqrt{K}}\sum_{n=0}^{K-1}e^{2\pi i(l+mr)n/K}|n\rangle$$

قياس السجل الأول. احتمالية الحصول على قيمة n تتناسب مع مُعامِلها:

$$\left|\sum_{m=0}^{M-1} e^{2\pi i(l+mr)n/_K}\right|^2 = \left|\sum_{m=0}^{M-1} e^{2\pi iimrn/_K}\right|^2 \quad (145.15)$$

لما كانت حدود المعادلة بمجموعها ستضيف تفكيكاً، إلّا إذا كانت $rn/_K$ عدداً صحيحاً، فإن النتيجة ستكون $n = KC/_r$، حيث C عدد صحيح عشوائي.

من خلال $KC/_r$ بالإمكان إيجاد الأمر r من عوامل N التي بالإمكان إيجادها (Ekert & Jozsa, 1996).

يتطلب التنفيذ الكامل لهذه الخوارزمية $Q((\log N)^3)$ من البوابات، مهيمنة عليها حسابات أُسّية نُظُمية (Beckman et al., 1996).

3.4.15 المحاكاة

واحدٌ من الأسئلة الأصلية التي قد ألهمت دراسة معلومات الكمّ هو ما إذا كان يمكن لحاسوب الكمّ أن يحاكي بكفاءة تطور منظومة كموميّة أخرى (Feynman, 1982). فإذا كان على سبيل المثال نظام N من الدوران بغرض دراسته، فإن نمذجة حالته تتطلب متجه حالة يحتوي على 2^N من العناصر، والعوامل التي هي مصفوفة من نوع $2^N \times 2^N$. ولما كان $2^{40} = 10^{12}$، فإن محاكاة 40 دورة حلزونية فقط، ستتجاوز قدرة أكبر الحواسيب الرقمية.

ليست كل نُظم الكمّ يمكن محاكاتها بكفاءة على حاسوب الكمّ، ولكن التبسيط الهائل ممكن، إذا ما كُتب مُعامِل هاملتون على شكل مجموع (Lloyd, 1996):

$$e^{i\hat{H}t/_h} = e^{i}\sum\nolimits_{n} \hat{H}_i t/_h \quad (146.15)$$

ستكون هذه هي الحالة المعتادة، إذا كانت هناك تفاعلات قصيرة المدى تمتد لما هو قريبٌ منها من مديات. بعد ذلك، نحن بصدد إيجاد طريقة عددية لتقريب المعادلة (146.15) في حاسوب الكمّ، ولكن على عكس الطرق العددية التقليدية (Gershenfeld 1999a) التي هي على هذه الطريقة يجب أن نعي أن حدود مُعامِل هاملتون في المعادلة وبشكل عام لا يمكن إبدالها.

فبالنسبة إلى حدين من المعادلة، يكون التطور على مدى الزمن Δt هو معادلة من الدرجة الثانية:

(147.15)

$$e^{i(\hat{A}+\hat{B})\Delta t}$$
$$= \hat{I} + i(\hat{A}+\hat{B})\Delta t - \frac{1}{2}(\hat{A}+\hat{B})(\hat{A}+\hat{B})\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)$$
$$= \hat{I} + i\hat{A}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{A}^2\Delta t^2 + i\hat{B}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{B}^2\Delta t^2 + \frac{1}{2}\hat{A}\hat{B}\Delta t^2 + \frac{1}{2}\hat{B}\hat{A}\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)$$

نحتاج إلى تخمين واضح يكون مجرد تطبيق لكلّ تطور بصورة منفصلة عن التطورات الأخرى، ولكن هذا أمرٌ خاطئ عند معادلة الدرجة الثانية:

(148.15)

$$e^{i\hat{A}\Delta t}\, e^{i\hat{B}\Delta t}$$
$$= \left(\hat{I} + i\hat{A}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{A}^2\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)\right)\left(\hat{I} + i\hat{B}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{B}^2\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)\right)$$
$$= \hat{I} + i\hat{A}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{A}^2\Delta t^2 + i\hat{B}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{B}^2\Delta t^2 - \hat{A}\hat{B}\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)$$

(149.15)

$$e^{i\hat{A}\Delta t/2}\ {}^{i\hat{B}\Delta t}\, e e^{i\hat{A}\Delta t/2}$$
$$= \left(\hat{I} + \frac{i}{2}\hat{A}\Delta t - \frac{1}{8}\hat{A}^2\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)\right)\left(\hat{I} + i\hat{B}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{B}^2\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)\right)$$
$$\left(\hat{I} + \frac{i}{2}\hat{A}\Delta t - \frac{1}{8}\hat{A}^2\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)\right)$$
$$= \hat{I} + i\hat{A}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{A}^2\Delta t^2 + i\hat{B}\Delta t - \frac{1}{2}\hat{B}^2\Delta t^2 - \frac{1}{2}\hat{A}\hat{B}\Delta t^2 - \frac{1}{2}\hat{B}\hat{A}\Delta t^2 + Q(\Delta t^3)$$

يمكن أن تكون ثابتة عن طريق تقسيم العامل الأول كما في أدناه:

بشكل مقارب، يؤدي هذا إلى صيغة تروتر (Trotter Formula):

(150.15)

$$\lim_{N\to\infty}\left(e^{i\hat{A}\Delta t/N} e^{i\hat{B}\Delta t/N}\right)^N = e^{i(\hat{A}+\hat{B})\Delta t}$$

كما يمكن الحصول على إلغاء المعادلة من الدرجة الثانية بواسطة وضع حدود المعادلة بمجموعة بـ صيغة كامبل – بايكر – هاسودورف (Campbell-Baker- Hausdorf Formula):

$$e^{i(\hat{A}+\hat{B})\Delta t} = e^{i\hat{A}\Delta t} e^{i\hat{B}\Delta t} e^{-[\hat{A},\hat{B}]\Delta t^2/2} + O(\Delta t^3) \quad (151.15)$$

هذه العلاقات هي أساس لمحاكاة الكمّ، حيث ابتُكرت دوائر الكمّ التي تُحاكي مُعامِل هاملتون موقعياً، ومن ثم تُطبق هذه الدوائر بصورة تكرارية على نموذج التطور لكلّ النظام. عددٌ من التطبيقات الخطية تتوافق مع كمّية العمل الهائلة في حيز هلبرت لحاسوب الكمّ، الذي يمكن أن تكون غير ذات صلة مادية لذلك النظام قيد النمذجة (Somaroo et al., 1999).

على الرغم من تلقي محاكاة الكمّ اهتماماً أقل من خوارزميات الكمّ الأخرى، بسبب المستخدمين المحتملين الذين هم هؤلاء الذين درسوا بالفعل ميكانيكيا الكمّ، إلّا أن محاكاة الكمّ وفّر تحسناً مضطرداً لتطبيقات واسعة للعديد من المجالات التكنولوجية ذات المصلحة، مثل التركيب الجزيئي، وتحجيم مؤثرات الكمّ على دارات التكامل الفائق.

4.4.15 التنفيذ التجريبي

هذا القسم الأخير قد يكون ملائماً، حيث تُعتبر الحوسبة الكموميّة واحدة من الفرص الأكثر إثارة لمعالجة كل المعلومات، في كلاهما، التداعيات الأساسية والتطبيقات العملية. إن شرح كيفية عمل تلك الأجهزة عبر التقسيم التقليدي ما بين نظرية الحساب والنظرية الفيزيائية، والتطبيقات التجريبية المبنية على الأفكار في كل صفحة من صفحات هذا الكتاب سيهتم به هذا القسم.

كلّ التكنولوجيات المرشحة لمواصلة نطاقها الواسع لما وراء عصر دارات التكامل الفائق، هناك منطق كمّ له ميزته الوحيدة الفريدة من نوعها. قانون مور الأُسّي (Moore's Law Exponential): أي نهج تقليدي يتطلب زيادة هائلة في الحيز والزمان. فحتى عدد عناصر أڤوغادرو[*] (Avogadro's Number of Elements) في حاسوب الـ DNA يقتصر على السرعة عن طريق حجم المشكلة (Adleman, 1994). يمكن لحاسوب الكمّ

(*) يُعد جان بابتيست بيرين (Jean Baptiste Perrin) أول مَن عَرّفَ عدداً على أنه عدد الذرات في غرام واحد جزيء الهيدروجين الذري. ومن ثم تم إعادة تعريفه في وقت لاحق ليكون عدد الذرات في 12 غرام من نظائر الكربون-12. وسمي بعدد أڤوغادرو نسبة إلى العالم الإيطالي أميديو أڤوغادرو الذي يُعتبر أنه هو أول من اقترح أن حجم الغاز (عند ضغط معين ودرجة الحرارة) يتناسب مع عدد الذرات أو الجزيئات بغض النظر عن طبيعة الغاز وذلك في عام 1811م. [اقترح الفيزيائي الفرنسي جان بيرين في عام 1909 التسمية بهذا الاسم تكريماً لأڤوغادرو] (المترجم).

الوصول إلى حيز هيلبرت، تلك ذات المصدر الأُسي غير المستغل للعمليات الحسابية. واللافت للنظر جداً حول الخوارزميات من مثل شور وكروفر هو أنها لا تعطي جواباً يقينياً، بدلاً من احتمالية النجاح الذي يقلل الانعكاسية مع حجم المشكلة.

استخدمت مبكراً الدراسات النظرية لحاسوب الكمّ تصميم (Designer) مُعامِل هاملتون مع الخصائص المطلوبة. إذ بدأ تطوير النُهج التجريبية مع الاعتراف بأن التفاعلات الفيزيائية المعقولة الموضعية كافية لتحقيق خوارزميات كمّ عشوائية (Lloyd, 1993). المحاولات الأولية لتطبيق هذه الرؤية سخرت من المفارقة الأساسية في منطق الكمّ: لا بد من حماية النظام من المحيط الخارجي للإبقاء على الكمّ، ولكن لا بد من الإبقاء على قناة الوصول إلى المحيط الخارجي لـ المدخلات/ المخرجات والبرامج. معظم النظم الفيزيائية تناسب واحد أو اثنين من التصنيفات، التي يتم عزلها خارجياً وفصلها داخلياً ولديها زمن كمّ متماسك، ويمكن أن يكون بناءً على نسق عمر الكون، إضافة إلى قوة التفاعل مع أوقات تماسك النانوثانية الفرعية.

كانت الجهود البطولية التجريبية قد بدأت لتطوير لا خطية السيطرة الكمومّية. وكان من بين تلك النُظم المرشحة للتطوير، المصائد البصرية الموجهة بالليزر (Cirac & Zoller 1995; Wieman el al., 1999)، والذرات في التجاويف الضوئية الصغيرة بما يكفي التي تشعر بآثار كهروديناميكي الكمّ (Ye et al., 1999)، وإضعاف الدوران الحلزوني في أشباه الموصلات مع تبادل التفاعلات المراقبة بواسطة الناقلات الناجمة عن بوابة ڤولطية (Kane, 1998)، والدوران اللولبي لتيار الموصلات الفائقة (Mooij et al., 1999).

آفاق تنفيذها العملي تحسن بشكل ملحوظ مع تطور تصحيح خطأ الكمّ، وتصميم دائرة خطأ الكمّ المتسامح، التي يمكنها استخدام مكونات غير متكاملة. بينما تعتمد التقديرات الكمّيّة على الجهاز وخوارزمية التفاصيل، فإن الخسارة النسبية المطلوبة للتماسك لكل بوابة لعملية الحالة المستقرة هي ضمن نطاق الوصول تجريبياً لـ $10^{-3} - 10^{-6}$ (Knil et al. 1998b).

الرؤية الثانية، التي تبسط إلى حدٍ كبير تصميم الجهاز هي أن ندرك أن المجموعة المتكاملة المرئية بالعين المجردة(*) (Macroscopic Ensemble) من حواسيب الكمّ

(*) مجموعة متكاملة (Ensemble) تعني نُظُمياً وحاسوبياً وفيزيائياً جميع أجزاء من شيء مجتمعة، الحاسوب مثلاً، يعتبر فيه كلّ جزء منه مبنياً على علاقته بالأجزاء الأخرى كلياً. ووجدنا استعمال مجموعة لتسهيل الفهم (المترجم).

المجهرية/ الميكروسكوبية (Microscopic) بالإمكان استخدامها. فمن خلال تمثيل كلّ البِتّات الكموميّة المنطقية في العديد من البِتّات الكموميّة الفيزيائية، ستصبح فيها التفاعلات الخارجية المعتمدة وغير المعتمدة ذات قياس ضعيف (Weak Measurement) لكي تُمكّن من الحصول على مفارقة معلومة مستمرة حول حالة البِتّات الكموميّة المنطقية من دون إبرازها. ويمكن أن يضاف مرحلة ما بعد المعالجة إلى الخوارزميات الكموميّة، بحيث يمكن استخدام القناة التقليدية للحصول على نتائج الكمّ من المجموعة المتكاملة (Gershenfeld & Chuang, 1997).

يتم فحص وحماية الدوران الحلزوني النووي في جزيئات المحلول بواسطة متوسط التهاوي السريع للقوى البينية الجزيئية المشتركة، معطية زمن التماسك بالثواني. وتوفر تفاعلات التبادل من خلال الأواصر اللاخطية التي يمكن استخدامها للسيطرة على حقول الترددات الراديوية. كما يمكن استخدام التراكيب الكيميائية الناضجة لإنتاج عينة مرئية بالعين المجردة من الجزيئات المفيدة. هذه الصفات المرغوب فيها تؤدي إلى إمكانية تطوير حسابات نبض رنين التسلسل المغناطيسي (Cory et al., 1997; Chuang et al., 1998a).

سيكون مُعامِل هاميلتون لاثنين من الدورانات الحلزونية في حقل مغناطيسي قوي (Ernst et al., 1994) وفق الآتي:

$$\hat{H} = hw_A \frac{\hat{\sigma}_A}{2} + hw_B \frac{\hat{\sigma}_B}{2} + hw_{AB} \frac{\hat{\sigma}_A}{2} \frac{\hat{\sigma}_B}{2} \qquad \textbf{(152.15)}$$

حيث إن كلاً من w_A و w_B هما ترددات الحركة الاستباقية(*) (Precession Frequencies) الدورانية المغزلية في الحقل المغناطيسي، ربما الاختلاف بسبب انزياح كيميائي (Chemical Shift) في القوة الموقعية. فرمز w_{AB} يمثل التطور اللاخطي المقترن بسبب تبادل التفاعل. الحركة الاستباقية وبموجب مُعامِل هاملتون للدوران الخطي واللا خطي تكون حرة، فهي جنباً إلى جنب مع الدوران بواسطة نبض الترددات الراديوية المستعرضة قد توافر العوامل اللازمة لدوائر الكمّ الشاملة. واستخدمت هذه للمظاهرات الأولى لخوارزميات الكمّ غير العادية (Chuang et al., 1998b; Jones & Mosca, 1998) وتصحيح الخطأ (Cory et al., 1998).

(*) حركة بطيئة من محور هيئة الدوران المغزلي حول محور آخر نتيجة لعزم الدوران (مثل تأثير الجاذبية) التي تعمل على تغيير اتجاه المحور الأول (المترجم).

بسبب انفصام زيمان (Zeeman Splitting) ما بين الدوران الحلزوني للحالات الذاتية تكون ثنائية القطب في الحقل المغناطيسي 10^{-5} أصغر من kT ضمن حدود درجة حرارة الغرفة للحقل ولعدد قليل من تسلا، حيث تكون الحركات الحلزونية الحرارية محدودة في الاستقطاب الضعيف العالي الحرارة. وعلى الرغم من أن تطورها هو تطوير الكمّ، إلا أن الحالات النقية اللازمة لشروط الخوارزمية الأولية لا يمكن الحصول عليها من التوزيع المتوازن (معادلة رقم 98.15) باستخدام نبضات الترددات الراديوية الموحدة. تُحاكي تقنيات الرنين المغناطيسي النووي العوامل الموحدة من خلال إضافة درجة إضافية من الحرية (الدوران الحلزوني، الحيّز، أو الزمن (Knill et al., 1988a))، ولكن هذه لا تعتبر مقياساً لما وراء المظاهر الصغيرة بسبب الخسارة الهائلة في القوة لكون البِتّات الكموميّة تضيف شيئاً ما، بسبب مقام دالة التقسيم في المعادلة (98.15) (Schack & Caves, 1999). وللتغلب على ذلك يُتطلب أمرٌ لتوحيد استقطاب الدوران الحلزوني، الذي تم إنجازه في نُظم ذرية بسيطة بواسطة «ضخ ضوئي» (Optical Pumping) (Song et al., 1999).

في نهاية المطاف، ما إذا كان أم لم يكن لأحد هذه المخططات هزيمة نُظم ترميز نظرية الأعداد، فتطويرها ، بالفعل له تأثير كبير على دراسة كل من أنظمة الحساب والفيزياء. فلسنوات عديدة بات واضحاً أنه يمكن للحاسوب بناؤه على المقاييس الذرية، في مجال النانو تكنولوجي (Nanotechnology) (Feynman, 1992; Drexler, 1992; Merkle, 1998). فقد بين العرض من خلال الرنين المغناطيسي النووي لخوارزميات الكمّ في تطور الدوران الحلزوني النووي أنه ليس هذا محتملاً فحسب، بل إن الطبيعة هي بالفعل جهاز كمبيوتر قوي جداً، إذا تم التجواب معه بالطريقة الصحيحة، وإن أنواع الحسابات يمكن أن تؤدي ما هو أبعد لما وراء ما يمكن تصوره عن طريق الحدس التقليدي لوحده.

التبادل بين دراسة الطبيعة والحساب يعمل بازدياد في كلا الاتجاهين. وتوفر النظرية الفيزيائية أجهزة محسنة للحساب معها، إلا أن الحساب أيضاً يمنح لغة محسنة لوصف الأجهزة معها. وعن طريق عرض النظم الطبيعية في أطرها الحسابية من الممكن أن نفهم كيف «برمجتها» للحصول على السلوك المطلوب. ومن الأمثلة على ذلك، الصعوبة التقليدية في الرنين المغناطيسي النووي لتبادل مُعامِلات الكمّ ما بين الدوران الحلزوني ذي الاهتمام وتلك التي هي أكثر حساسية: إن ذلك يظهر أن هذا يمكن أن يتحقق من خلال تسلسل النبض الذي يقوم بتنفيذ الدائرة لعملية SWAP (مسألة رقم 7.15 (Linden

et al., 1999). مثال آخر هو كتابة دالة الموجة العشوائية في الذرة من خلال وضع مضخة لايزر في الدوران اللولبي للتغذية الراجعة مع حاسوب يعمل بنظام خوارزمية تعلم الماكنة (Machine Learning) (Weinacht et al., 1999). يمكن بالتساوي جيداً أن يسمى هذا التلاقح بعلم الفيزياء والتكنولوجيا، يعزز فهمنا وقدرتنا صياغة العالم الذي حولنا، وذلك من خلال دمج أوصاف المعلومات في النظام مع خصائصها تلك الفيزيائية.

5.15 مراجع منتقاة

[Baym, 1973] Baym, Gordon. (1973). *Lectures on Quantum Mechanics*. Reading: W. A. Benjamin.

مقدمة بدهية جيدة لميكانيكا الكمّ.

[Peres, 1993] Peres, Asher. (1993). *Quantum Theory: Concepts and Methods*. Boston: Kluwer Academic.

نظرية الكمّ الحديثة.

[Balian, 1991] Balian, Roger. (1991). *From Microphysics to Macrophysics: Methods and Applications of Statistical Physics*. New York: Springer-Verlag. Translated by D. ter Haar and J. F. Gregg, 2 volumes.

الميكانيكا الإحصائية بنكهة الكمّ القوية.

[quant-ph] http://xxx .lanl. gov

أرشيف فيزياء الكمّ الإلكتروني المطبوع، حيث ظهرت معه معظم نتائج الكمّ.

[Nielsen & Chuang, 2000] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2000). *Quantum Computation and Quantum Information*. New York: Cambridge University Press.

خلاصة ضخمة عن معظم كل شيء هناك لمعرفة الكمّ.

6.15 مسائل

(1.15) كيف يمكن تغيير مبرهنة إيهرنفست (Ehrenfest's Theorem) إذا ما كانت الظاهرة تعتمد على الزمن الصريح؟

(2.15) بين أن $\boldsymbol{Tr}(\hat{p}^2) \leq 1$.

(3.15)(أ) استخدم مصفوفات باولي في الأساس الذاتي لـ z في المعادلة (15.71)، جدْ المتجه الذاتي لكلٍ من $\hat{\sigma}_x$ و $\hat{\sigma}_y$.

(ب) استخدم نتائج المسألة أعلاه، طبقها على حالة مفردة $|\psi\rangle = \frac{(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2)}{\sqrt{2}}$ وأسقطها $\langle m_x = 1/2|_1$ على حالة $|m_x = 1/2\rangle_1$ لأول دوران حلزوني. ما الحالة التي ستتخلف في الدورة الحلزونية الثانية؟ أعد الكرة في اتجاه y.

(ج) كيف تتم عملية ضرب القيم الذاتية ذات الصلة $m_{1x}m_{2y}$ و $m_{1y}m_{2x}$؟

(د) لنُسلم أن $\vec{\sigma}_1$ تتبادل مع $\vec{\sigma}_2$، فما النتيجة النهائية التي تُدلل على العلاقة ما بين $\langle\psi|\vec{\sigma}_{1x}\vec{\sigma}_{2y}|\psi\rangle$ و $\langle\psi|\vec{\sigma}_{1y}\vec{\sigma}_{2x}|\psi\rangle$؟

(هـ) في الأساس الذاتي لـ z، اشتغل على الضرب الموتِّر لتقييم $\langle\psi|\vec{\sigma}_{1x}\vec{\sigma}_{2y}|\psi\rangle + \langle\psi|\vec{\sigma}_{1y}\vec{\sigma}_{2x}|\psi\rangle$.

(ح) قارن النتائج لآخر جزأين (دال، و هاء). ماذا حدث؟

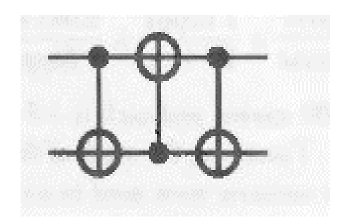
(4.15) باستخدام التمثيل الطيفي، اشتغل على مُعامِل الدوران المرتبط مع مصفوفة بولي للدوران الحلزوني.

(5.15) جد المصفوفة التي تمثل بوابة الجذر التربيعي للنفي $\sqrt{NOT}$ التي عندما تُطبق مرتين تُعطي بوابة نفي NOT (لا تقلق بشأن الحصول على علامات لآخر حالة صحيحة).

(6.15) بين أن تطبيق تحولات هادمارد بشكل فردي إلى N من الكيبوتات، بحيث

إن كلاً منها في حالة $|0\rangle$، يعرض تلك الحالات إلى تراكبٍ متساوٍ من الحالات المنطقية الممكنة.

(7.15) ماذا هو عمل تلك الدائرة الكهربائية؟



ملحق

حل مسائل فصول الكتاب

A1.1 المقدمة

ليس هناك مسائل في الفصل الأول.

A1.2 التفاعلات، الوحدات والمقادير

(1.2) (أ) ما عدد الذرات في اليوكتومول؟

$$6 \times 10^{23} \times 10^{-24} = 0.6 \approx 1 \tag{A1.1}$$

(ب) كم ثانية يوجد في نانو – قرن؟ وهل يقترب هذا العدد من ثوابِتّ مهمة؟

$$\frac{100\ Year}{1\ Century} \times \frac{1\ Century}{10^9\ Nanocentruy} \times \frac{365\ Day}{1\ Year} \times \frac{24\ Hours}{1\ Day} \times \frac{60\ Minutes}{1\ Hour} \times \frac{60\ Seconds}{1\ Minute} = 3.1536 \approx \pi \tag{A1.2}$$

(2.2) يتّسع نظام تخزين كبير لما يعادل 1 تيرابايت. ما طول كومة أقراص مرنة (Floppy disks) تتسع لـ 1تيرابايت؟ ومقارنة مع طول مبنى كبير؟

$$\frac{10^{12}\ Byte}{1\ Terabyte} \times \frac{1\ Floppy}{10^6\ Byte} \times \frac{0.003\ m}{1\ Floppy} = 3000m \tag{A1.3}$$

مبنى عالٍ من 100 طابق، وكلّ طابق ارتفاعه ما يقارب خمسة أمتار، وعليه فإن ارتفاعه حوالي 500 متر (برج سيرز (Sears Tower) يبلغ ارتفاعه 443 متر). وعليه، فإن كومة من الأقراص المرنة تساوي تقريباً ست بنايات شاهقة.

(3.2) إذا استُعملت كلّ ذرات الكون لكتابة رقم ثنائي، وإذا وُضعت كلّ ذرة في بِتّ واحد، ماذا سيكون هذا الرقم (في القاعدة العشرية)؟

$$2^{10^{70}} = 2^{10\times10^{69}} = (2^{10})^{10^{69}} \approx (10^3)^{10^{69}} = 10^{3\times10^{69}} \quad \textbf{(A1.4)}$$

(4.2) قارن بين التسارع الجاذبي على سطح الأرض المولّد بكتلتها والتسارع الجاذبي لكتلة 1 Kg على بُعد 1 m. اكتب النسبة بينهما بالـ dB.

حجم قوة الجاذبية بين كتلتين هو $F = {Gm_1m_2}/{r^2}$ أو التسارع بسبب كتلة واحدة هو $a = {Gm}/{r^2}$ وبالتالي

$$a_{Earth} = \frac{6.67\times10^{-11}\, m^3.Kg^{-1}.s^{-2}\times5.98\times10^{24}\, Kg}{(6.38\times10^6\, m)^2} \quad \textbf{(A1.5)}$$

$$= 9.8\, m.s^{-2}$$

$$a_{1\,Kg} = \frac{6.67\times10^{-11}.\, m^3.\, Kg^{-1}.s^{-2}\times1\, Kg}{(1\, m)^2}$$

$$20\log_{10}\left(\frac{9.8}{6.67\times10^{-11}}\right) = 223\ dB$$

وهذا بالطبع له تأثير بالغ الصغر في الحد من الكشف بواسطة الأداة الأكثر حساسية لقياس الجاذبية، التداخل الذري (Peters et al., 1999).

(5.2) توضح الأمثلة الآتية التي لا تعرف شيئاً تقريباً عن الكيمياء والفيزياء النووية، إلّا أنه مازالت هناك إمكانية أن تفاجئنا مفاجأة جيدة بتقديرات تستند فقط إلى مقاييس الطاقة ذات الصلة.

(أ) أعطِ تقديراً تقريبياً للطاقة الكيميائية في طن من ديناميت TNT، يمكن افتراض أنّ النيتروجين مكونه الأساسي. فكّر(ي) بنوع الطاقة المحرّرة خلال تفاعل كيميائي،

وأين تكون مخزّنة وما كمّيتها؟.

لنفترض أن مادة الـ TNT تتألف بشكل كامل من النيتروجين، وفي حال الانفجار تطلق كل ذرة أصرة نموذجية للطاقة (1 eV):

$$\frac{10^6 g}{1\ ton} \times \frac{6 \times 10^{23}\ N\ atoms}{14\ g} \times \frac{1\ eV}{N\ atom} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} J}{1\ eV} = 6 \times 10^9 J \qquad \textbf{(A1.6)}$$

الجواب الحقيق هو $4.184 \times 10^9\ J$.

(ب) أعطِ تقديراً لليورانيوم اللازم للتسبب بانفجار نووي طاقته مثل طاقة انفجار كيميائي لـ 10,000 طن ديناميت TNT (مجدداً فكّر بمكان تخزين الطاقة).

لنفترض الآن أن كلّ نيكلون يحرر إثارة نموذجية نووية (1 MeV):

$$10^4\ Tons \times \frac{6 \times 10^9}{1\ Tons} = 6 \times 10^{13} J \qquad \textbf{(A1.7)}$$

$$6 \times 10^{13} J \times \frac{1\ eV}{1.6 \times 10^{-19} J} \times \frac{1\ ^{235}U\ atom}{235 \times 10^6 eV} \times \frac{235\ g}{6 \times 10^{23}\ ^{235}U\ atoms}$$

$$= 625\ g$$

قليل من الاختلاف. في الحقيقة، هذا أقل من الواقع، وذلك لأن ليس كلّ النويات المشاركة في التفجير لها رؤوس حربية انشطارية تستخدم $1 - 10\ Kg$ من المواد الانشطارية. 10 Kilotons هو حجم ذو أهمية، لأنه يستخدم كزناد لانصهار القنابل.

(ج) قارن هذه النتيجة بطاقة الكتلة الساكنة لهذه الكمّية من المواد (الفصل الرابع عشر)، ما يعطي الحد الأقصى للطاقة التي يمكن تحريرها من هذه الكمّية المعادلة $E\ \ mc^2$:

$$0.625\ Kg \times (3 \times 10^8\ m.s^{-1})^2 = 5.6 \times 10^{16} J \qquad \textbf{(A1.8)}$$

الفرق ما بين أعلاه و $6 \times 10^{13}\ J$ هو أن الطاقة المحتبسة هي في بناء النوية الدقيقة.

(6.2) (أ) ما طول موجة دي بروي التقريبي لطابة بايسبول مرمية؟

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} J.s}{0.1\,Kg \times 100\,Km.h^{-1} \times 3600^{-1}\,h.s^{-1} \times 10^{3}\,m.Km^{-1}} \quad \textbf{(A1.9)}$$

$$= 2.38 \times 10^{-34}\,m = 2.38\,10^{-24} \quad Å$$

(ب) ما طول موجة جزيء غاز النتروجين في ظل حرارة وضغط عاديين؟ (يتطلّب السؤال نتيجة القسم 2.4.3، أو تحليلاً بُعدياً).

بما أن هناك ثلاث درجات مكانية للحرية، فيمكن إيجاد متوسط الطاقة الحركية من مبرهنة التوزيع المتساوي:

$$\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow p = mv = \sqrt{3mkT} \quad \textbf{(A1.10)}$$

ويمكن أيضاً تقدير هذه النتيجة بالاستناد إلى أسس الأبعاد وحدها، وذلك من خلال وضع المساواة لاثنتين من الطاقات المميزة في هذه المسألة وهما kT و $^{mv^2}/_{2}$. وعليه:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{3mkT}} \quad \textbf{(A1.11)}$$

$$= \frac{6.626 \times 10^{-34}\,J.s}{[3 \times 0.014\,Kg \times (6.022 \times 10^{23})^{-1} \times 1.38 \times 10^{-23}\,J.K^{-1} \times 300K]^{1/2}}$$

$$= 3.9 \times 10^{-11}\,m = 0.39\,Å$$

(ج) ما المسافة النموذجية بين جزيئات هذا الغاز؟

المسافة النموذجية هي:

$$d = \left(\frac{V}{N_A}\right)^{1/3} = \left(\frac{22.4\,Liter \times 10^{-3}\,m^3.Liter^{-1}}{6.022 \times 10^{23}}\right)^{1/3}$$

$$= 3.3 \times 10^{-9}\,m = 33\,Å$$

(د) إذا أبقينا على حجم الغاز ثابتاً وبرّدناه فعند أي درجة حرارة يصبح طول الموجة قابلاً للمقارنة مع المسافة بين الجزيئات؟

إذا تمت المحافظة على حجم ثابت، فإن بقايا التباعد في القيمة التي نجدها في المسألة السابقة، تكون بالتالي:

(A1.12)

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}} \Rightarrow T = \frac{h^2}{3mk\,\lambda^2}$$

$$= \frac{(6.626\ \times 10^{-34}\,J\,.s)}{3 \times 2.3 \times 10^{-26}\,Kg \times 1.38 \times 10^{-23}\,J\,.K^{-1} \times (3.3 \times 10^{-9}\,m)^2}$$

بشكل واضح، الآثار الكموميّة لا صلة لها بموضوع لعب البيسبول، ولكن ممكن أن تكون هامة للغاز البارد (على الرغم من أن النيتروجين إسالته عند $77\ K$، وبشكل جيد قبل الوصول إلى هذه الدرجة).

(7.2) (أ) الطاقة الكامنة لكتلة m على مسافة r من كتلة M هي $-GMm/r$، ما سرعة الإفلات اللازمة للخروج من هذا الكمون؟

(A1.13)

$$\frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{2GM}{r} = v^2$$

(ب) بما أنّ لا شيء يستطيع أن ينتقل أسرع من سرعة الضوء، ما المسافة التي تمنع أي شيء من الإفلات من الكتلة.

(A1.14)

$$\frac{2GM}{c^2} = r$$

هذه دائرة نصف القطر لـ شوارزشيلد ذات الثقب الأسود.

(ج) إذا حولت طاقة كتلة M ساكنة إلى فوتون ماذا يكون طول موجته؟

(A1.15)

$$E = Mc^2 = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{Mc}$$

هذا هو طول موجة كومبتون.

(د) أي كتلة تملك طول موجة مكافئة مساوية للمسافة التي تمنع حتى الضوء من الإفلات؟

(A1.16)

$$M = \sqrt{\frac{hc}{2G}} \simeq \sqrt{\frac{hc}{G}} = 5.46 \times 10^{-8}\, Kg$$

هذه كتلة بلانك، وجدت من جمع الثوابِتّ التي تعتبر أساسية لميكانيكا الكمّ، والكهرومغناطيسية، والجاذبية:

(هـ) ما المسافة الموافقة؟

(A1.17)

$$\lambda = \frac{h}{c}\sqrt{\frac{G}{hc}} = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = 4.05 \times 10^{-35}\, m$$

مسافة بلانك هي أقصر مقياس طول في الفيزياء، وتأتي تحتها ميكانيكيا الكمّ، ودمج الجاذبية، وبنية الفضاء المنهار:

(و) وما هي قيمة الطاقة؟

(A1.18)

$$E = hc\sqrt{\frac{c^3}{Gh}} = \sqrt{\frac{c^5 h}{G}} = 4.91 \times 10^{9}\, J = 3.07 \times 10^{28}\, eV$$

ما وراء طاقة بلانك هذه تكون جميع القوى موحدة.

(ز) ووقت الدورة الواحدة؟

(A1.19)

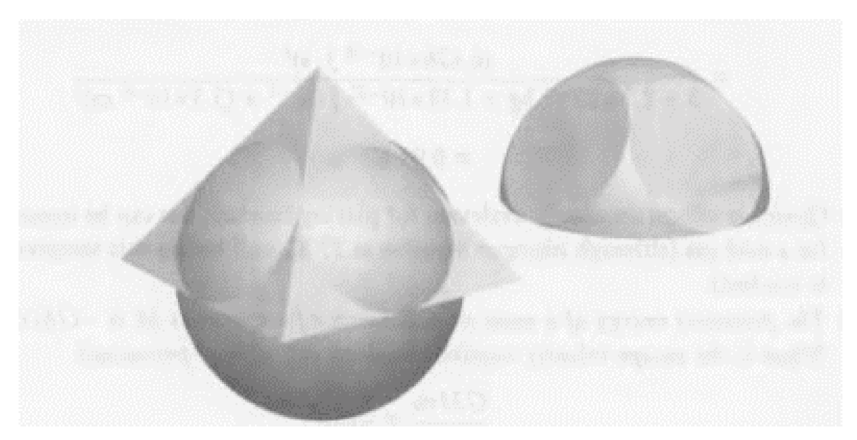
$$E = hv = \frac{h}{\tau}$$

$$\tau = h\sqrt{\frac{G}{c^5 h}} = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}} = 1.35 \times 10^{-43}\, s$$

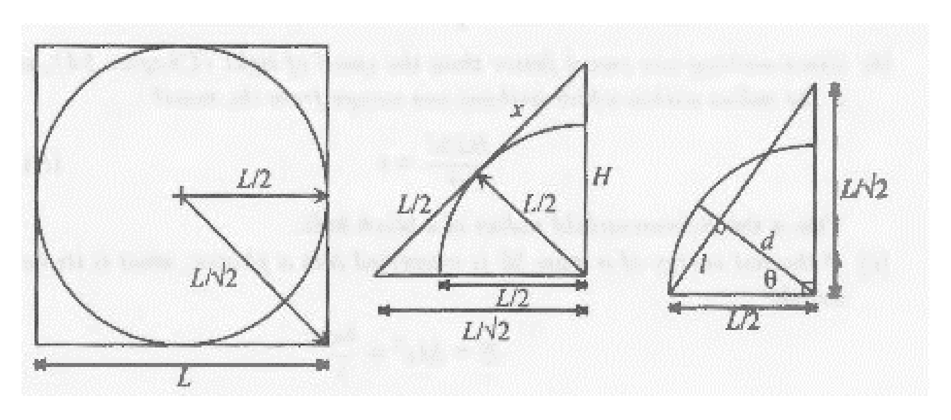
الزمن عند بلانك هو عندما لا تكون تصحيحات الكمّ مهمة للنسبية العامة التي تتبع الانفجار الكبير (Big Bang). حددت تلك الأرقام الخاصة بمقياس بلانك حدود النهاية لأداء الحاسوب (Lloyd, 2000)، أو على الأقل في حدود فهمنا للفيزياء التي يمكن تطبيقها حسابياً، أيُّهما يأتي أولاً.

(8.2) ليكن هرم علوّه H و قاعدته مربّعة طول ضلعه L. ولتكن كرة يوافق مركزُها مركزَ المربّع، قاعدة الهرم، بشكل أن تكون مماسة لكل أضلاع الهرم (تتقاطع مع كل ضلع في نقطة واحدة).

انظر الشكلين A1.1 و A1.2:



الشكل A1.1: الكرة والهرم والحجم المشترك.



الشكل A1.2: نظرة متدرجة إلى الكرة في داخل الهرم من الأعلى، والجانب وزاوية بدرجة 45.

ما علو الهرم بالنسبة إلى L؟

$$\frac{L^2}{2} + H^2 = \left(\frac{L}{2} + x\right)^2 \; and \;\; x^2 + \frac{L^2}{4} = H^2 \;\; \rightarrow H = \frac{L}{\sqrt{2}} \tag{A1.20}$$

(ب) ما حجم فضاء المحتوى المشترك بين الكرة والهرم؟

$$\cos\theta = \frac{2d}{L}, \cos(90-\theta) = \sin\theta = \frac{\sqrt{2}d}{L} \Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{l}{d}$$

$$d^2 + l^2 = \frac{L^2}{4} \;\; \Rightarrow \;\; d = \frac{L}{\sqrt{6}}$$

$$V_{cap} = \int_{L/\sqrt{6}}^{L/2} \pi \left(\frac{L^2}{4} - \; x^2\right) dx = \; \pi\, L^3 \left[\frac{1}{12} - \frac{7}{36\sqrt{6}}\right]$$

$$V_{common} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\, \pi \, \left(\frac{L}{2}\right)^3 - 4V_{cap} = \; \pi\, L^3 \left[\frac{7}{9\sqrt{6}} - \frac{1}{4}\right]$$

A1.3 الضجيج في الأنظمة الفيزيائية

(1.3) (أ) اشتق المعادلة (16.3) من التوزيع الثنائي الحد ومقاربة ستيرلنغ.

$$p_n(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \tag{A1.21}$$

$$\log p_n(x) = \log n! - \log(n-x)! - \log x! + x\log p + (n-x)\log(1-p)$$

$$\approx n\log n - (n-x)\underbrace{\log(n-x)}_{\approx \log n - \frac{x}{n}} - \log x!$$

$$+ x\log p + (n-x)\underbrace{\log(1-p)}_{\approx -p}$$

$$\approx x\log(np) - (np) - \log x! \;\Rightarrow\; p_n(x) \approx \frac{(np)^x e^{-np}}{x!}$$

(استخدم $p \ll 1$ و $x \ll n$، و $\log(1+x) \approx x$ لكل قيم x.

(ب) اشتق بالاعتماد على النتيجة السابقة المعادلة (18.3).

(A1.22)

$$\begin{aligned}
&\langle x(x-1)\ldots(x-m+1)\rangle \\
&= \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-N}N^x}{x!} \underbrace{x(x-1)\ldots(x-m+1)}_{\text{o for } x<m} \\
&= \sum_{x=m}^{\infty} \frac{e^{-N}N^x}{x!} x(x-1)\ldots(x-m+1) \\
&= \sum_{x=m}^{\infty} \frac{e^{-N}N^x}{(x-m)(x-m-1)\ldots 1} \\
&= N^m \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-N}N^y}{y!} \quad (y \equiv x-m) \\
&= N^m
\end{aligned}$$

(ج) وبالاعتماد على النتيجة (ب) اشتق المعادلة (19.3).

(1.15)

$$N = \langle x \rangle$$

$$N^2 = \langle x^2 - x \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle$$

وعليه فإن:

(A1.23)

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \\
&= N^2 + N - N^2 \\
&= N
\end{aligned}$$

(3.2) ليكن مصدر ضوء يولّد فوتونات عشوائية مستقلّة عن بعضها بمعدّل N بالثانية. كم فوتون يجب أن يعدّ كاشف ضوئي بالثانية كي نتمكّن من تحديد المعدل مع هامش خطأ 1٪؟ وواحد بالمليون؟ كم واط يوازي هذان الوضعان في حالة الضوء المرئي؟

(A1.24)

$$\frac{1}{\sqrt{N}} = 0.01 \Rightarrow N = 10^4$$

$$\frac{1}{\sqrt{N}} = 10^{-6} \Rightarrow N = 10^{12}$$

باستخدام $E = h\nu$:

(A1.25)

$$6.6 \times 10^{-34} J.s \times 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \times \frac{1}{6 \times 10^{-7} m} = 3.3 \times 10^{-19} \frac{J}{Photon}$$

$$3.3 \times 10^{-19} \frac{J}{Photon} \times 10^4 \frac{Photon}{s} = 3.3 \times 10^{-15} W$$

$$3.3 \times 10^{-19} \frac{J}{Photon} \times 10^{12} \frac{Photon}{s} = 3.3 \times 10^{-7} W$$

(3.3) ليكن مضخّم صوتي ذو عرض نطاق 20 كيلوهيرتز.

(أ) إذا كان مُشغَّلاً بواسطة مولّد جهد في درجة حرارة عادية وله مصدر ممانعة 10 كيلوأوم (KΩ) ، كمّ يجب أن يكون جهد الدخل ليكون لـ SNR بالنسبة إلى ضجيج جونسون البالغ 20 dB؟

(A1.26)

$$\langle V_{noise}^2 \rangle = 4kTR\Delta f$$

$$= 4 \times 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \times 300 \, K \times 10^4 \Omega \times 2 \times 10^4 \, s^{-1}$$

$$= 3.3 \times 10^{-12} \, V^2$$

$$V_{RMS\,noise} = 1.8 \times 10^{-6} \, V$$

$$10 \log_{10} \left(\frac{\langle V_{signal}^2 \rangle}{3.3 \times 10^{-12} \, V^2} \right) = 20 \Rightarrow V_{RMS\,signal} = 1.8 \times 10^{-5} \, V$$

(ب) ما حجم المكثّف الذي يملك تقلّبات جهد تتطابق مع ضجيج جونسون هذا؟

$$\frac{1}{2}C\langle V^2\rangle = \frac{1}{2}kT \qquad \textbf{(A1.27)}$$

$$C = \frac{kT}{\langle V^2\rangle} = \frac{1.38\times 10^{-23}\,J\,.K^{-1}\times 300\,K}{3.3\ \times 10^{-12}\,V^2} = 1.2\,nF$$

(ج) وإذا كان مشغّلاً بمولّد تيار كم يجب أن يكون حجمه ليكون ضجيج الطلقة الـ RMS 1% من هذا التيار؟

$$\langle I^2_{noise}\rangle = 2q\langle I\rangle\,\Delta f \qquad \textbf{(A1.28)}$$

$$= 2\times 1.6\times 10^{-19}C\times\langle I\rangle\frac{C}{s}\times 2\times 10^4\,s^{-1}$$

$$= 6.4\times 10^{-15}\times\langle I\rangle$$

$$I_{RMS\,noise} = 8\times 10^{-15}\times\langle I\rangle^{1/2}$$

$$0.01 = \frac{I_{RMS\,noise}}{\langle I\rangle} = \frac{8\times 10^{-8}}{\langle I\rangle^{1/2}} \qquad \langle I\rangle = 6.4\times 10^{-11}\,A$$

الحد من ضوضاء جونسون عادة ما يواجه قبل انطلاق الضجيج، فيصبح كبيراً.

(4.3) هذه المسألة أصعب من الأخريات. لتكن عملية عشوائية x(t) تتبدل عشوائياً بين 0 x و1 x. وليكن α dt احتمال الانتقال من 0 إلى 1 في وقت dt إذا بدأت عند 0 x ولتكن β dt تمثل احتمال الانتقال من 1 إلى 0 إذا بدأت عند 1 x.

(أ) اكتب معادلة مصفوفات تفاضلية للتبديل مع الوقت بين $p_0(t)$ احتمال حالة 0 x و $p_1(t)$ احتمال حالة 1 x.

تمثل α المعدل الذي تكون عنده $p_0(t)$ متناقصة بسبب التحولات ما بين 0 و 1، وأيضاً يكون المعدل عند $p_1(t)$ في تزايد من هذه التحولات أكثر من $p_0(t)$. وبالمثل تكون β المعدل لـ تحولات $0 \rightarrow 1$. ويمكن كتابة ذلك على هيئة معادلة مصفوفة تفاضلية:

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}p_0(t)\\ p_1(t)\end{pmatrix}}_{\vec{p}} = \underbrace{\begin{pmatrix}-\alpha & \beta\\ \alpha & -\beta\end{pmatrix}}_{A}\begin{pmatrix}p_0(t)\\ p_1(t)\end{pmatrix} \qquad \textbf{(A1.29)}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = A\,.\vec{p}$$

(ب) قدّم حلاً لهذه المعادلة عبر جدولة المصفوفة المربّعة 2×2.

إذا كان حل أنظمة المعادلات الخطية ليس مألوفاً، انظر نصاً في الجبر الخطي مثل (Strang 1988). الخطوة الأولى هي العثور على القيم الذاتية لـ A من المعادلة المميزة:

(A1.30)

$$
\begin{aligned}
0 &= |\mathbf{A} - \lambda\,\mathbf{I}| \\
&= (-\alpha - \lambda)(-\beta - \lambda) - \alpha\beta \\
&= \lambda^2 + \lambda\,(\alpha + \beta) \\
\Rightarrow \lambda &= 0, -(\alpha + \beta)
\end{aligned}
$$

من خلال المعاينة، نجد أن المتجهات الذاتية المقابلة هي:

(A1.31)

$$\lambda_0 = 0 \text{ لـ } \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha/\beta \end{pmatrix}$$

و:

(A1.32)

$$\lambda_1 = -(\alpha + \beta) \text{ لـ } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

سنقوم بالتالي، بتشكيل مصفوفة مع هذه (A1.31) و(A1.32) كأعمدة:

(A1.33)

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \alpha/\beta & -1 \end{pmatrix}$$

التي لديها معكوس

(A1.34)

$$\boldsymbol{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1 + \alpha/\beta} & \dfrac{1}{1 + \alpha/\beta} \\ \dfrac{\alpha/\beta}{1 + \alpha/\beta} & \dfrac{-1}{1 + \alpha/\beta} \end{pmatrix}$$

في حدود المتغيرات الجديدة $\vec{q} = \boldsymbol{M}^{-1}\vec{p}$ ليصبح التفاضل:

(A1.35)

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = \boldsymbol{M}^{-1}\,.\boldsymbol{A}.\ \boldsymbol{M}\,.\vec{\boldsymbol{q}}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -(\alpha+\beta) \end{pmatrix} \vec{q}(t)$$

وهذه تمتلك حلاً:

(A1.36)

$$\vec{q}(t) = \begin{pmatrix} q_0(0) \\ q_1(0)e^{-(\alpha+\beta)t} \end{pmatrix}$$

فإذا كانت:

(A1.37)

$$\vec{p}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

سيتبين سبب هذا الاختيار في (ج)، فإن:

(A1.38)

$$\vec{q}(0) = \boldsymbol{M^{-1}}\,.\vec{p}(0) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1+{}^{\alpha}/_{\beta}} \\ \dfrac{-1}{1+{}^{\alpha}/_{\beta}} \end{pmatrix}$$

و:

(A1.39)

$$\vec{q}(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1+{}^{\alpha}/_{\beta}} \\ \dfrac{-1}{1+{}^{\alpha}/_{\beta}} e^{-(\alpha+\beta)t} \end{pmatrix}$$

وبالتالي

(A1.40)

$$\vec{p}(t) = \boldsymbol{M}\,.\vec{q}(t) = \frac{1}{1+{}^{\alpha}/_{\beta}} \begin{pmatrix} 1-e^{-(\alpha+\beta)t} \\ {}^{\alpha}/_{\beta} + e^{-(\alpha+\beta)t} \end{pmatrix}$$

يُعطي الحد $t \rightarrow \infty$ متوسط احتمال أن يكون في أي حالة:

(A1.41)

$$\vec{p}(\infty) = \begin{pmatrix} \frac{\beta}{\alpha+\beta} \\ \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \end{pmatrix}$$

(ج) استعمل هذه النتيجة لإيجاد دالة الترابط الذاتي $\langle x(t)x(t+\tau)\rangle$:

(A1.42)

$$\langle x_t x_{t+\tau}\rangle = \sum_{x_t}\sum_{x_{t+\tau}} x_t x_{t+\tau}\, p(x_t, x_{t+\tau})$$

$$= 0 \times 0 \times p(x_t = 0, x_{t+\tau} = 0)$$

$$+0 \times 1 \times p(x_t = 0, x_{t+\tau} = 1)$$

$$+1 \times 0 \times p(x_t = 1, x_{t+\tau} = 0)$$

$$+1 \times 1 \times p(x_t = 1, x_{t+\tau} = 1)$$

$$= p(x_t = 1, x_{t+\tau} = 1)$$

$$= p(x_{t+\tau} = 1 | x_t = 1)\, p(x_t = 1)$$

$$= \frac{1}{1 + {}^{\alpha}/_{\beta}}\left({}^{\alpha}/_{\beta} + e^{-(\alpha+\beta)|\tau|}\right)\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

$$= \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}\left({}^{\alpha}/_{\beta} + e^{-(\alpha+\beta)|\tau|}\right)$$

لاحظ أنه تم استخدام $|\tau|$ بدلاً من τ بسبب ثبات النظام، وعليه فإن الحسابات في الجزء (ب) هي ثابتة في إطار زمن الانعكاس.

(د) استعمل دالة الترابط الذاتي لبرهنة أنّ طيف القدرة هو لورانتزي.

من مبرهنة وينر-كهاينجن (Wiener-Khinchin)، طيف الطاقة هو تحويل فورييه لدالة الارتباط الذاتي.

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi f\tau} \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}\left(\frac{\alpha}{\beta} + e^{-(\alpha+\beta)|\tau|}\right) d\tau \quad \text{(A1.43)}$$

$$= \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^2 \delta(f) + \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}$$

$$\times \left[\int_{-\infty}^{0} e^{\tau[i2\pi f+(\alpha+\beta)]} d\tau + \int_{0}^{\infty} e^{\tau[i2\pi f-(\alpha+\beta)]}\, d\tau\right]$$

$$= \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^2 \delta(f) \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}$$

$$\times \left[\frac{1}{i2\pi f + (\alpha+\beta)} - \frac{1}{i2\pi f - (\alpha+\beta)}\right]$$

$$= \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^2 \delta(f) + \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2} \; \frac{2/(\alpha+\beta)}{1+\left(\frac{2\pi f}{\alpha+\beta}\right)^2}$$

الحد الأول من المعادلة يمثل طيف التيار المستمر لأنه ليس عملية معدل صفرية. الحد الثاني من المعادلة هي دالة لورينتز، الذي هو تحويل فورييه الأُسي.

(هـ) لأيّ تردّد يُخفَّض مقدار اللورانتزي إلى نصفه بالنسبة إلى قيمته عند التردد المنخفض؟

لنتجاهل مكون التيار المستمر:

$$S(f) = \frac{1}{2}\, S(0) \;\Rightarrow f = \frac{\alpha+\beta}{2\pi} \quad \text{(A1.44)}$$

ويطلق عليه تردد الركبة (Knee Frequency).

(و) بيّن أنّ توزيعاً مسطّحاً لحواجز الطاقة، لعمليّة مفعّلة حرارياً، يؤدي إلى توزيع تبديل أوقات $p(\tau) \propto 1/\tau$، وبالتالي إلى $S(f) \propto 1/f$:

إذا كانت $y = f(x)$ فإن $p(x) = p(y)\left|{dy}/{dx}\right|$ (Gershenfeld 1999a). وعليه

$$\tau = \tau_0 e^{E/_{kT}} \qquad \textbf{(A1.45)}$$

$$\Longrightarrow p(\tau) = \frac{p(E)}{\left|{d\tau}/_{dE}\right|}$$

$$= \frac{p(E)}{\tau_0 e^{E/_{kT}}/_{kT}}$$

$$= \frac{kT\, p(E)}{\tau}$$

إذا كانت $p(E) = E_0$ فإن $p(\tau) = {kT\, E_0}/_{\tau}$، ولنربط ذلك بالمعادلة (36.3)، فستُعطينا:

$$S(f) = \int_0^{\infty} \frac{2\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2} p(\tau) d\tau \qquad \textbf{(A1.46)}$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{2\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2} \frac{kTE_0}{\tau}\, d\tau$$

$$= \frac{kTE_0 \tan^{-1}(2\pi f\tau)}{\pi f}\Bigg|_0^{\infty}$$

$$= \frac{kTE_0}{2f}$$

A1.4 المعلومات في النُظم الفيزيائية

(1.4) أثبِتّ أنّ دالة الإنتروبي تملك الخصائص اللازمة للاستمرارية واللاسلبية والرتابة والاستقلال.

الاستمرارية:

حيث إن مجموع الدوال المستمرة هو أيضاً مستمر، فإذا كان يكفي إظهار أن $p \log p$ مستمر في p، وهذا ممكن حدوثه, وإذا كان لكل $0 <\in$ هناك $\delta > 0$ لكل قيم p، بحيث

$$|(p+\Delta)\log(p+\Delta) - p\log p| < \in \quad \text{(A1.47)}$$

فعليه، كلما كانت:

$$0 < |(p+\Delta) - p| = |\Delta| < \delta \quad \text{(A1.48)}$$

حيث إن:

$$\lim_{\Delta\to 0}|(p+\Delta)\log(p+\Delta) - p\log p| = 0 \quad \text{(A1.49)}$$

تكون لجميع قيم p، ويمكن أن تكون المعادلات أعلاه ملبية لشروط الاستمرارية.

اللاسلبية:

$$\begin{aligned} 0 \le p \le 1 &\Rightarrow \log p \le 0 \\ &\Rightarrow -p\log p \ge 0 \end{aligned} \quad \text{(A1.50)}$$

المحدودية:

إن حساب القيم القصوى لمعادلة ما $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ضمن قيود معينة ، فإن:

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_N) &= a_1 \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_N) &= a_2 \\ &\dots \\ g_M(x_1, x_2, \dots, x_N) &= a_M \end{aligned} \quad \text{(A1.51)}$$

يمكن إيجادها من خلال حل المعادلات N لمضاعفات لاغرانج λ_j:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^{M} \lambda_j \frac{\partial g_j}{\partial x_i} = 0$$

لحل هذه المسألة نحتاج لإيجاد قيمة p_i التي تُعظم الإنتروبي $-\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i$

وهنا بشرط أن تكون $\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$. أولاً جدْ قيمة p_i بحدود λ:

(A1.52)

$$-\frac{\partial}{\partial p_i}\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i = \lambda \frac{\partial}{\partial p_i}\sum_{i=1}^{N} p_i$$
$$-\log p_j - 1 = \lambda$$
$$p_i = e^{-(1+\lambda)}$$

من ثم استبداله مرة أخرى بقيد التعبير لتقييم λ:

(A1.53)

$$\sum_{i=1}^{N} e^{-(1+\lambda)} = 1$$
$$\Rightarrow \lambda = \log N - 1$$
$$\Rightarrow p_i = \frac{1}{N}$$
$$\Rightarrow -\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i = \log N$$

الإضافية:

(A1.54)

$$H(p,q) = \sum_{x,y} p(x)q(y)\log(p(x)q(y))$$
$$= -\sum_{x,y} p(x)q(y)\log(p(x) - \sum_{x,y} p(x)q(y)\log q(y)$$
$$= -\sum_{x} p(x)\log p(x) - \sum_{y} q(y)\log q(y)$$
$$= H(p) + H(q)$$

(2.4) برهن العلاقة في المعادلة (10.4).

$$\sum_{x,y} p(x,y)\log\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \tag{A1.55}$$

$$= \sum_{x,y} p(x,y)\log p(x,y) - \sum_{x,y} p(x,y)\log p(x) - \sum_{x,y} p(x,y)\log p(y)$$

$$= \sum_{x,y} p(x,y)\log p(x,y) - \sum_{x} p(x)\log p(x) - \sum_{y} p(y)\log p(y)$$

$$= H(x) + H(y) - H(x,y)$$

$$\sum_{x,y} p(x,y)\log\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} = \sum_{x,y} p(x,y)\log\frac{p(x|y)p(y)}{p(x)p(y)} \tag{A1.56}$$

$$= \sum_{x,y} p(x,y)\log p(x|y) - \sum_{x,y} p(x,y)\log p(x)$$

$$= H(x) - H(x|y)$$

(3.4) احسب الإنتروبي التفاضلي لعملية غاوسيه.

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} \tag{A1.57}$$

$$H = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log p(x)dx$$

$$= -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\left[-ln\sqrt{2\pi\sigma^2} - \frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2) + \frac{\langle(x-x_0)^2\rangle}{2\sigma^2}$$

$$= \frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\ln(2\pi e\sigma^2)\ (nats)$$

$$= \frac{1}{2}\log_2(2\pi e\sigma^2)(bits)$$

تذكر أن الوحدات القياسية تُعَرف فقط من خلال قاعدة اللوغاريثم، فليس من الضروري (أو الصحيح) تغيرها نسبة إلى الدالة الناتجة من الإنتروبي عندما تتغير القاعدة. كما يظهر أيضاً عامل $2\pi e$ كثابِتّ إضافة في الإنتروبي، وبالتالي يمكن إهماله عند مقارنة عدة إنتروبيات تفاضلية بين عمليات غاوسيه.

(4.4) يملك الخط الهاتفي النمودجي عرض نطاق 3300 هيرتز و20 SNR ديسيبل (dB)

(أ) ما سعته؟

(A1.58)

$$C = \Delta f \ \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$
$$= (3300\ s^{-1}) \log_2\ (1 + 10^{20/10})$$
$$= 22\,000\ \frac{bits}{s}$$

أجهزة الموديم السريعة تحقق حالة استقرار عند معدلات $\sim 50\,000\ bits/s$، ويتطلب إنجاز هذا الأمر انضغاط تكيفي (Adaptive Compression)، وتصحيح الخطأ الذي يمكن التعامل معه بصورة أكثر بكثير من أخطاء غاوسيه غير المترابطة. والضجيج في القناة يضع حداً للحالات القريبة التي يمكن أن تكون في السعة، وفي التردد، والتي مازلت بصورة موثوقة يمكن تمييزها. ويتم استخدام نظرية عميقة مثالية لـ «تعبئة الكرات» (Sphere Packing) لتوجيه اختيار حالات معينة ترسل إلى المودم.

(ب) ما الـ SNR اللازم لتكون السعة جيغابِت واحد بالثانية (1 Gbit/s)؟

(A1.59)

$$10^9 = 3300\ \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{S}{N} = 2^{10^9/3300} - 1$$
$$\approx\ 2^3 \times 120^{\ 5}$$
$$\approx 10^{10^5}$$
$$\Rightarrow SNR =\ 10^6\ dB$$

من غير المرجح أن يتحقق في أي وقت قريب ما تم حسابه أعلاه، ولكن في الفصل السادس نشاهد أن عرض النطاق الترددي للكابل المحوري العادي يمكن تمديده لما فوق 1 GHz، ومن هنا جاء الاهتمام باستخدام نظام الكابل بدلاً من نظام الهاتف للوصول إلى الإنترنت المنزلي. فالاعتماد الخطي لقدرة عرض النطاق الترددي هي أقوى بكثير من الاعتماد على لوغاريتم نسبة الإشارة إلى الضجيج (SNR).

(5.4) لتكن $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ مستخرجة من توزيع غاوسي، له تغيّر $N(x_0, \sigma^2)$ وقيمة وسطية مجهولة x_0 . أظهر أنّ $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} x_i$ هي مقدِّر لـ x_0 غير انحيازي وأنّه يبلغ حدّ كرامير- راو السفلي.

لنفحص أولاً الانحياز:

(A1.60)

$$\langle f \rangle = \langle \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \rangle$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \langle x_i \rangle = x_0$$

لنجد الآن التباين:

(A1.61)

$$\langle (f - x_0)^2 \rangle = \langle \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)\right]^2 \rangle$$

$$= \langle \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)\right]\left[\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(x_j - x_0)\right] \rangle$$

$$= \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\langle (x_i - x_0)^2 \rangle$$

$$= \frac{\sigma^2}{n}$$

(لأن المتغيرات غير مترابطة). وأخيراً، احسبُ معلومات فيشر لمجموعة من المتغيرات:

$$J_n(x_0) = nJ(x_0) \quad \textbf{(A1.62)}$$

$$= n\left\langle\left[\delta_{x_0}\log N\left(x_0,\sigma^2\right)\right]^2\right\rangle$$

$$= n\left\langle\left[\frac{x-x_0}{\sigma^2}\right]^2\right\rangle$$

$$= \frac{n}{\sigma^2}$$

وعليه،

$$\langle(f-x_0)^2\rangle = \frac{1}{J_n(x_0)} \quad \textbf{(A1.63)}$$

وصولاً إلى حدّ كرامير - راو السفلي.

A1.4 الموجات والحقول الكهرومغنطيسية

(1.5) برهن قاعدة BAC-CAB:

$$\vec{\boldsymbol{A}}\times\left(\vec{\boldsymbol{B}}\times\vec{\boldsymbol{C}}\right) = \vec{\boldsymbol{B}}\left(\vec{\boldsymbol{A}}\cdot\vec{\boldsymbol{C}}\right) - \vec{\boldsymbol{C}}\left(\vec{\boldsymbol{A}}\cdot\vec{\boldsymbol{B}}\right) \quad \textbf{(A1.64)}$$

عبر صياغتها بالاعتماد على الاصطلاح الجمعي، ثمّ استعملها لبرهنة:

$$\boldsymbol{\nabla}\times\left(\boldsymbol{\nabla}\times\vec{\boldsymbol{E}}\right) = \boldsymbol{\nabla}\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{\boldsymbol{E}}\right) - \boldsymbol{\nabla}^2\vec{\boldsymbol{E}} \quad \textbf{(A1.65)}$$

$$\left[\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)\right]_i = \epsilon_{ijk}\,A_j\,\epsilon_{klm}\,B_lC_m \quad \textbf{(A1.66)}$$

$$= \epsilon_{ijk}\,\epsilon_{klm}\,A_jB_lC_m$$

$$= \left(\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}\right)A_jB_lC_m$$

$$= \delta_{il}A_jB_lC_j - \delta_{im}A_jB_jC_m$$

$$= B_i\left(\vec{A}\,.\vec{C}\right) - C_i\left(\vec{A}\,.\vec{B}\right)$$

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right) = \vec{B}\left(\vec{A}\,.\vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}\,.\vec{B}\right)$$

لنربط أعلاه بـ $\nabla = \vec{B} = \vec{A}$:

(A1.67)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla . \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

(2.5) (أ) استعمل قانون غاوس لإيجاد السعة بين صفيحتين متوازيتين مساحة كلٍّ منهما A، وفرق الكمون بينهما V، وتفصل بينهما مسافة d. تجاهل الحقول على أطرافهما باعتبار أنّهما مقطعان من مكثّف لامتناهٍ.

للنظر في أحجام التكامل للشكل (A1.3) وننظر في المقطع العرضي. ومن خلال التماثل، سنجد أن الحقل الكهربائي لا يمكن أن يكون عنصراً أفقياً (المساهمة الأفقية من أي نقطة ستكون من خلال أي نقطة على الجانب الآخر).

$$\int_{CDGHC} \vec{D} . d\vec{A} = 0 \Rightarrow \text{حقل ثابت داخل مكثف}$$

$$\int_{BCHIB} \vec{D} . d\vec{A} = \int_{ACHJA} \vec{D}\, d\vec{A} \Rightarrow \text{حقل ثابت خارج مكثف}$$

$$\int_{BEFIB} \vec{D} . d\vec{A} = 0 \Rightarrow \text{الحقل نفسه في كلا جانبي المكثف}$$

$$\vec{D} = 0 \text{ في اللانهاية } \Rightarrow \text{يختفي الحقل خارج المكثف}$$

$$\int_{BCHIB} \vec{D} . d\vec{A} = \int_{BCHIB} p\, dV$$

$$\in EA = Q$$

$$E = \frac{Q}{\in A}$$

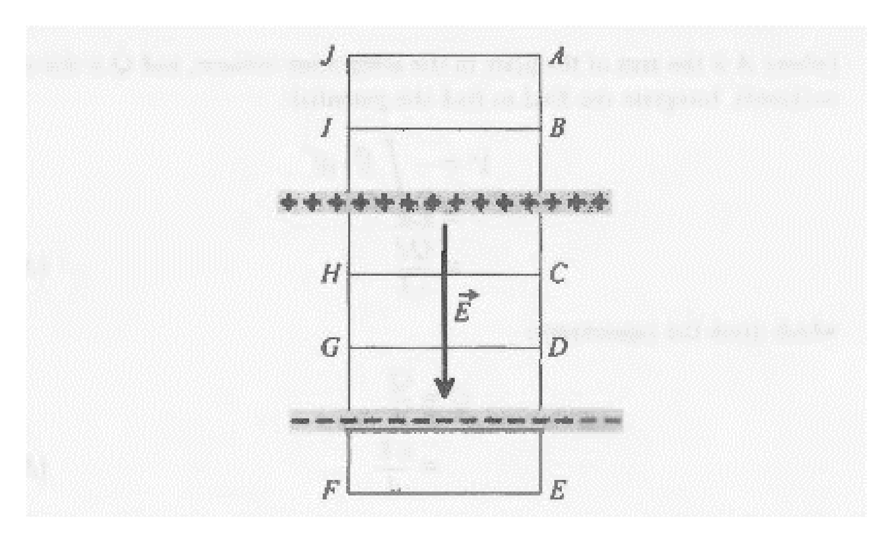
(حيث A تمثل مساحة الصفيحة في تكاملية الحجم، وQ تمثّل الشحن المغلق). إجراء عملية التكامل على الحقل لإيجاد الإمكانات:

(A1.69)

$$V = -\int \vec{E} . d\vec{t}$$

$$= ED$$

$$= \frac{Qd}{\in A}$$



الشكل A1.3: حجم تكاملي لمقطع عرضي.

حيث تُعطي السعة:

$$C = \frac{Q}{V} \tag{A1.70}$$

$$= \frac{\in A}{d}$$

(ب) بيّن أنّه بمرور تيار في المكثّف يكون التكامل على تيار الإزاحة الداخلي يساوي التيار الكهربائي الخارجي.

$$\int_{CH} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} . d\vec{A} = \int_{CH} \in \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} . d\vec{A} \tag{A1.71}$$

$$= \in \frac{1}{d} \frac{dV}{dt} A \tag{A1.72}$$

$$= CV = Q = I$$

(ج) احسب تكامل كثافة الطاقة لإيجاد الطاقة المخزنة في حالة كمون ثابت. يجب صياغة الجواب بالاعتماد على السعة.

(A1.73)

$$U = \frac{1}{2}\int_V \vec{D}\,.\vec{E}\,dV$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \in E^2\,dV$$

$$= \frac{1}{2}\in \frac{Q^2}{\in^2 A^2}\,d\,A$$

$$= \frac{1}{2}CV^2$$

(د) تُقيَّم البطاريات بأمبير – ساعة (amp-hours)، أي التيار الذي تستطيع تزويده في ساعة. لتكن بطارية حاسوب محمول 10 V تزوّد تيار $10\,A.h$ ولتكن المسافة بين الصفائح $10^{-6}\mathrm{m} \equiv 1\ \mu\mathrm{m}$ ومعزولة بالفراغ، ما المسافة اللازمة لمكثّف كي يستطيع تخزين هذه الطاقة؟ إذا كان عرض الصفائح 10 سنتمتر وكانت مكوّمة عمودياً، ما طول الكومة التي من شأنها تأمين هذه المساحة؟

(A1.74)

$$10\,V \times 10\,A = 100\,W$$

$$100\,\frac{J}{s} \times 3600s = 3.6 \times 10^5\,J$$

$$\frac{1}{2}C(10\,V)^2 = 3.6 \times 10^5\,J \Rightarrow C = 7200\,F$$

$$7200\,F = \frac{(8.854 \times 10^{-12}\,F.m^{-1})A}{10^{-6}\,m} \Rightarrow A = 8 \times 10^8\,m^2$$

$$\frac{8 \times 10^8\,m^2}{(0.1\,m)^2} \times 10^{-6}\,m = 8 \times 10^4\,m$$

هذا الحل متشائم قليلاً. إن أكثر المكثفات شيوعاً في الاستعمال هي $1\ F\sim$، ولتحقيق هذه السعة وبحجم معقول يتم استخدام مواد عازلة تحتوي على ثوابِتّ كهربائية عازلة كبيرة، وتباعدات دقيقة جداً، وزيادة المساحة السطحية للأقطاب الكهربائية باستخدام المواد العازلة مع المواد الخام. ومع ذلك، فمن غير المرجح أن تكون المكثفات الفائقة قادرة على توليد $10^5\ F\sim$ في نفس الحجم، لأن بطارية الحاسوب المحمول تتكون من كيميائيات تقليدية، بينما المكثفات هي أسهل بكثير من البطاريات للشحن والتفريغ، إلا أنها تُسرّب كيميائيات فهي غير مفيدة إلا للخزن لفترة قصيرة.

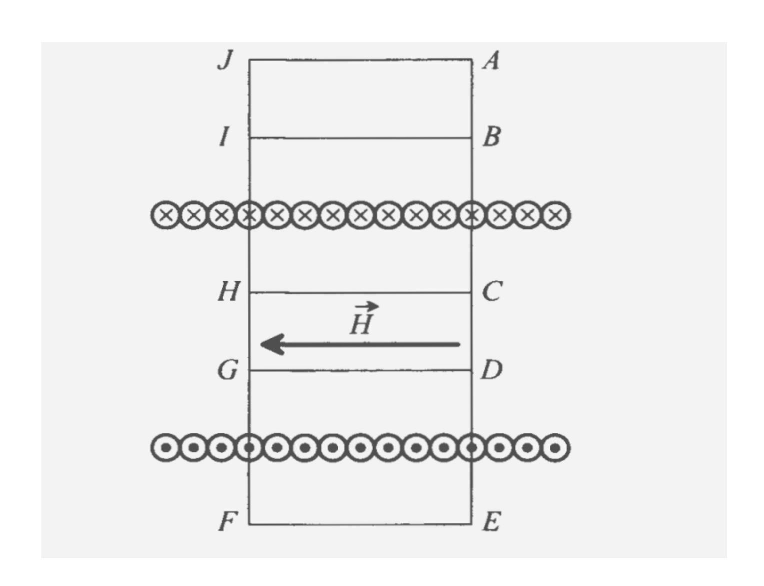
(3.5) (أ) استعمل قانون ستوك لإيجاد الحقل المغناطيسي داخل ملف كهربائي يحمل تياراً يساوي أمبيراً واحداً ويعدّ n دورات بالمتر.

لننظر في مسار التكامل للشكل أعلاه رقم (A1.4). فمن خلال الحجج المماثلة لتلك المستخدمة في المسائل السابقة، يجب على الحقل المغناطيسي أن يكون أفقياً، وثابتاً داخل الملف اللولبي، ومتلاشياً في الخارج.

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{A} \qquad \textbf{(A1.75)}$$

$$Hl = nlI$$

$$H = nI$$



الشكل A1.4: مسارات التكامل.

(ب) احسب تكامل كثافة الطاقة لإيجاد الطاقة المخزّنة في ملف نصف قطره r وطوله l. هنا أيضاً يمكن تجاهل الحقول على الأطراف.

(A1.76)

$$U = \frac{1}{2}\int_V \vec{B}.\vec{H}\, dV$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \mu H^2\, dV$$

$$= \frac{1}{2}\mu n^2 I^2\, \pi\, r^2 l$$

في الفصل القادم سنشاهد أن الحثّ على الملف اللولبي هو $L = \mu n^2 l\pi r^2$، وعليه $U = {LI^2}/{2}$.

(ج) ليكن مغناطيس MRI 10 تسلا نصف قطر تجويفه متر واحد وطوله متران. ما هي القوّة المتّجهة نحو الخارج الممارَسة على المغناطيس؟ تذكّر أنّه في حالة القوّة المحافظة، فإنّها تساوي تدرّج كمون.

(A1.77)

$$F = \frac{\partial U}{\partial r} = \mu_0 N^2 I^2 \pi r l$$

$$= \frac{\pi r L B^2}{\mu_0}$$

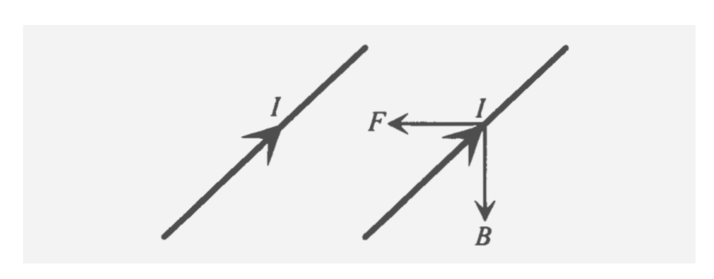
$$= \frac{\pi \times 0.5\, m \times 2\, m \times (10\, T)^2}{4\pi \times 10^{-7}\, H\,.m^{-1}}$$

$$= 2.5\, \times 10^8\, N$$

$$\sim 28,000\; tons$$

الأربطة المطاطية المغطاة بالفراء فيها الكثير من الفراء.

(5.4) احسب القوّة بالمتر بين سلكين متوازيين يفصل بينهما متر واحد ويحمل كل منهما تيار يساوي أمبيراً واحداً (هذا تعريف الأمبير).



الشكل A1.5: تعريف الأمبير.

لنطبق المعادلة (5.86) على الشكل (A1.5):

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} \tag{A1.78}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}\, dl$$

$$F = \frac{4\pi \times 10^{-7}\, H\,.m^{-1} \times (1\, A)^2 \times 1\, m}{2\pi \times 1\, m}$$

$$= 2 \times 10^{-7}\, N$$

5.5) (أ) لو فرضنا أنّ ضوء الشمس له كثافة قدرة طاقيّة تساوي $1\ \frac{kW}{m^2}$ (هذه قيمة متطرّفة، إنّ القيمة الوسطية العادية في الولايات المتحدة بحدود $\frac{W}{m^2}$ 200~) قدّر شدّة الحقل الكهربائي الموافق لهذا الشعاع.

من المعادلة (5.102)، متوسط الزمن للقوة يجري نقله بواسطة الشعاع المساوي إلى معدل متجه بوينتك (Poynting) خلال دورة ما:

$$\langle |P| \rangle = \langle |\vec{E} \times \vec{H}| \rangle = \langle \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\, E^2 \rangle \tag{A1.79}$$

إذا كان $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}.\, x - wt)}$، فإنه لما كانت:

$$\left| e^{i\vec{k}.\vec{x}} \right| = 1 \tag{A1.80}$$

و:

(A1.81)

$$\langle [Re(e^{-i\omega t})]^2 \rangle = \langle [\cos(wt)^2] \rangle = \frac{1}{2}$$

فإن متوسط الزمن لمتجه بوينتك هو:

(A1.82)

$$\langle |\vec{P}| \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\, E_0^2$$

فسيكون:

(A1.83)

$$10^3\, W = \int_S \vec{P} \times d\vec{A}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\,(1\, m)^2\, E_0^2$$

$$\Longrightarrow E_0^2 = \frac{2 \times 10^3\, W}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\,(1\, m)^2}$$

$$\Longrightarrow E_0 = 868\, \frac{V}{M}$$

القوة من هذا الحقل المتأرجح هي تفسيرٌ لكيفية تسخين المواد بواسطة الشمس.

(ب) إذا ركزنا في قدرة تساوي واط واحد في إشعاع ليزر على مليميتر مربّعٍ واحدٍ، ماذ تكون شدّة الحقل؟ وماذا لو ركزناه على حدود الحيود $\sim 1\, \mu m^2$؟

(A1.84)

$$E_0 = \left[\frac{2.1\, W}{\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}\,(10^{-3}\, m)^2}\right]^{1/2} = 2.7 \times 10^4\, \frac{V}{m}$$

$$E_0 = \left[\frac{2.1\, W}{\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}\,(10^{-6}\, m)^2}\right]^{1/2} = 2.7 \times 10^7\, \frac{V}{m}$$

تعطي هذه الحقول الكهربائية الهائلة في المختبر عدداً كبيراً من المجالات البحثية الجديدة. على سبيل المثال، الحقل داخل الذرة هو اضطراب صغير بالمقارنة مع هذه القوة، وذلك لأن الليزر القوي يمكن استخدامه لدفع الذرات إلى حالات جديدة (Weinacht et al., 1999).

A1.6 الدوائر الكهربائية، خطوط النقل الكهربائي وموجّهات الموجات

(1.6) غالباً ما تتألّف الكابلات المصممة لتحمل إشارات منخفضة الترددات مع التقاط متدنٍ للتداخل من أسلاك زوجية ملتوية محاطة بدرع مؤرّض. ما نفع الالتواء؟ وما نفع الدرع؟

الالتواء يقلل من التقاط الحث من خلال تقليل تدفق ربط الأسلاك، ومن خلال عكس إشارة المساهمة بالتناوب، وخفض التدريج السعوي من خلال الفحص الكهربائي.

(2.6) يملك الماء المالح موصلية $\sim 4\ S/m$. ما عمق السطح عند $10^4\ Hz$؟

(A1.85)

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \nu \mu \sigma}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi \times 10^4\, s^{-1} \times 4\pi \times 10^{-7}\, H.m^{-1} \times 4\, S.m^{-1}}}$$

$$= 2.5\, m$$

حتى عند هذا التردد المتدني، يكون عمق القشرة فقط بضعة أمتار. وهذا ما يفسر، لماذا يجب على الغواصات التواصل عند الترددات الواطئة (وبالتالي عند معدل بِتّ منخفض)، متطلبة هوائيات ضخمة.

(3.6) احسب تكامل متّجه بوينتينغ $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ لإيجاد القدرة المتدفقة عبر مساحة مستعرضة لكابل موحد المحور وقُم بربط الجواب بالتيار والجهد في الكابل:

(A1.86)

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon r}\,\hat{r}\ \times \frac{I}{2\pi r}\,\hat{\theta}$$

$$= \frac{IQ}{(2\pi)^2 \epsilon r^2}\,\hat{z}$$

$$P = \int_0^{2\pi}\int_{r_i}^{r_0} \frac{IQ}{(2\pi)^2 \epsilon r^2}\,dr\,r\,d\theta$$

$$= \frac{IQ}{2\pi\epsilon}\int_{r_i}^{r_0}\frac{1}{r}\,dr$$

$$= \frac{IQ}{2\pi\epsilon}\ln\frac{r_0}{r_i}$$

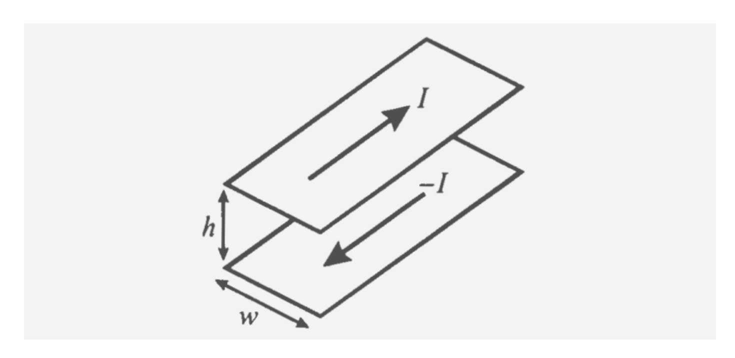
$$= IV$$

(4.6) ما الممانعة المميزة وسرعة الإشارة لخط نقل مؤلّف من شريطين متوازيين عرض كل واحد منهما w والمسافة بينهما h (الشكل A1.6)؟ يمكن تجاهل الحقول عند الأطراف بافتراض أنّهما قطعتان من موصلين لامتناهيي العرض.

بالنسبة لمقطع صفيحة مكثفٍ متوازٍ غير متناهٍ، عرضه w وتباعد سعته d لكل متر، هو:

(A1.87)

$$C = \frac{\in h}{d}\left(\frac{F}{m}\right)$$



الشكل A1.6: خط التحويل.

لإيجاد الحقل المغناطيسي من دارة لولبية حول واحدة من الصفائح:

(A1.88)

$$I = Hw \Rightarrow H = \frac{I}{h} \Rightarrow B = \mu \frac{I}{h}$$

تدفق ربط منطقة مساحة مستعرضة من ارتفاع d وطول l هي:

(A1.89)

$$= \Phi \int \vec{B}\ .d\,\vec{A} = \mu \frac{I\,ld}{h}$$

وعليه فإن الحث للمتر الواحد هو:

(A1.90)

$$\sqsubset = \frac{\Phi}{Il} = \mu \frac{d}{h}\left(\frac{H}{m}\right)$$

وهذا يُعطينا ممانعة مميزة:

(A1.91)

$$Z = \sqrt{\frac{\sqsubset}{C}} = \sqrt{\frac{\mu d^2}{\epsilon h^2}} \quad (\Omega)$$

والسرعة ستكون:

(A1.92)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\sqsubset\ C}} = \sqrt{\frac{h}{\mu d}\ \frac{d}{\epsilon h}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}\left(\frac{m}{s}\right)$$

تستخدم خطوط طولية (Striplines) عادة لتوجيه الإشارات على لوحات الدوائر عالية التردد.

(5.6) الكابل الأكثر شيوعاً، RG58/U، يملك عازلاً سماحيته النسبية 2.26، ونصف قطر داخلي 0.406 mm ونصف قطر خارجي 1.48 mm.

(أ) ما ممانعته المميزة؟

(A1.93)

$$Z = \sqrt{\frac{\sqsubset}{C}}$$

$$= \left[\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)\frac{1}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}\ ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\ ln\left(\frac{1.48}{0.406}\right)\frac{1}{2\pi(2.26)(8.854 \times 10^{-12})} \times ln\left(\frac{1.48}{0.406}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 51.59\ \Omega \approx 50\ \Omega$$

(ب) وما سرعة النقل؟

$$v = \frac{1}{\sqrt{\sqsubset\ C}} = \left[\frac{2\pi}{\mu_0 ln\left({}^{r_0}/_{r_i}\right)} \frac{ln\left({}^{b}/_{a}\right)}{2\pi\epsilon}\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_r\epsilon_0}} \quad \textbf{(A1.94)}$$

$$= [(4\pi \times 10^{-7})(2.26)(8.854 \times 10^{-12})]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\approx 2 \times 10^{8}\ {}^{m}/_{s}$$

$$\approx 0.7c$$

هذا يتوافق مع $\sim 1\ ns/ft$. وهذا أسرع بشكل كبير من سرعة انجراف الإلكترونات في الأسلاك، التي تقاس بالمتر لكل ثانية بدلاً من سرعة الضوء. فالإشارات في الكابلات تسافر كموجات بدلاً من نقلها كإلكترونات، فهي تشبه أمواج المحيط التي لا تحمل معها مياهاً.

(ج) ليكن حاسوب سرعة ساعته نانوثانية واحدة، ما طول RG58/U الممكن بحيث يتمكّن من تسليم نبض خلال دورة واحدة من الساعة؟

$$2 \times 10^{8}\ m\,.\,s^{-1}\ \times\ 10^{-9}\, s = 0.2\, m \quad \textbf{(A1.95)}$$

هذا هو السبب الذي يجعل أجهزة الحاسوب صغيرة لكون ساعة السرعة بازدياد: المعماريات التقليدية تتطلب وصول الإشارات خلال دورة واحدة على مدار الساعة في كل مكان.

(د) من المفضّل دائماً استعمال كابلات أرفع لتقليص الحجم والوزن ولكن مع الإبقاء على نفس الممانعة لـ RG58/U (لتقليص الانعكاسات). إذا كان هكذا كابل نصف قطره الخارجي 30 مِل (1 مِل يساوي واحد على ألف من البوصة)، ما نصف قطره الداخلي؟

$$\frac{1\ in}{10^{3}\ mil} \times \frac{0.0254\ m}{1\ in} = 25.4\frac{\mu m}{mil} \quad \textbf{(A1.96)}$$

$$50\Omega = \left[\frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} ln\left(\frac{0.762\ mm}{r_i}\right) \times \frac{1}{2\pi \times 2.226 \times 8.854 \times 10^{-12}} ln\left(\frac{0.762\ mm}{r_i}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \quad \textbf{(A1.97)}$$

$$\Rightarrow r_i = 0.22\ mm = 8.7\ mil$$

(هـ) بالنسبة لـ RG58/U، عند أي تردد يصبح طول الموجة قابلاً للمقارنة مع القطر؟

$$2 \times 10^8\ \frac{m}{s} \times \frac{1}{2.96 \times 10^{-3}\ m} \approx 6.7 \times 10^{10}\ \frac{1}{s} = 67\ GHz \quad \textbf{(A1.98)}$$

(6.6) لتكن إشارة إيثرنت 10 ميغابِت بالثانية (10 Mbit/s) في كابل RG58/U.

(أ) ما طول البِتّ الفعلي (الفيزيائي)؟

$$2 \times 10^8\ \frac{m}{s} \times\ 10^{-7}\ \frac{s}{bit} = 20\ \frac{m}{bit} \quad \textbf{(A1.99)}$$

إيثرنت هو بروتوكول تحسس الناقل المتعدد الإرسال (Carrier Sense Multiple Access (CSMA)).

(ب) تأمّل الآن ما قد يحصل إذا استُعملت وصلة على شكل «T» لتصل كابل إيثرنت موحد المحور بكابلين آخرين. قدّر مُعامِل الانعكاس لإشارة داخلة إلى T.

الخطوط الواردة من الـ 50 Ω يمكن مشاهدتها بصورة خطين متوازيين خارجين من خطوط الـ 50 Ω، وعليه فإن الإعاقة الكلية تقودنا إلى ما هو:

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{Z} + \frac{1}{Z} \Rightarrow Z_T = \frac{Z}{2} = 25\ \Omega \quad \textbf{(A1.100)}$$

وهذا يُعطي مُعامِل انعكاس لـ:

$$R = \frac{Z_L - Z}{Z_L + Z} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = \frac{1}{3} \quad \textbf{(A1.101)}$$

يتطلب تقسيم إشارة الإيثرنت جهاز فعال ليتناسب مع الإعاقة.

A1.7 الهوائيات

(1.7) ما الحقل الكهربائي لمشعّ ثنائي القطب متناهي الصغر؟

نريد أن نقّيم الحقل الكهربائي:

(A1.102)

$$\vec{E} = \frac{1}{iw\mu_0 \in_0}\nabla(\nabla . \vec{A}) - iw\vec{A}$$

لـ:

(A1.103)

$$A_r = \mu_0 \frac{I_0 d e^{-ikr}}{4\pi r}\cos\theta \qquad A_\theta = -\mu_0 \frac{I_0 d e^{-ikr}}{4\pi r}\sin\theta$$

الاختلاف هو:

(A1.104)

$$\nabla . \vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\ A_\theta)$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(re^{-ikr}\cos\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(-\frac{e^{-ikr}}{r}\sin^2\theta\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r}\right]\cos\theta$$

ومن ثم تكون حدود مُعامِل التدرّج هي:

(A1.105)

$$\nabla(\nabla . \vec{A})_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\delta\theta}(\nabla . \vec{A})$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{1}{r^3} + \frac{ik}{r^2}\right]\sin\theta$$

$$\nabla(\nabla . \vec{A})_r = \frac{\partial}{\partial r}(\nabla . \vec{A})$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{2ik}{r^2} - \frac{k^2}{r} + \frac{2}{r^3}\right]\cos\theta$$

لندمج المكونات:

$$E_0 = \frac{1}{iw\mu_0\epsilon_0}\frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{1}{r^3}+\frac{ik}{r^2}\right]\sin\theta + iw\frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\ \frac{1}{r}\sin\theta \quad \textbf{(A1.106)}$$

$$= \frac{I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{iw\mu_0}{r}+\frac{1}{r^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}+\frac{1}{iw\ \in_0 r^3}\right]\sin\theta$$

$$E_r = \frac{1}{iw\mu_0\epsilon_0}\frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{2ik}{r^2}-\frac{k^2}{r}+\frac{2}{r^3}\right]\cos\theta - iw\frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\ \frac{1}{r}\cos\theta$$

$$= \frac{I_0 d}{4\pi}e^{-ikr}\left[\frac{2}{r^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}+\frac{2}{iw\ \in_0 r^3}\right]\cos\theta$$

(2.7) ما مقدار متّجه بوينتينغ على مسافة 1 كلم من هوائي يشعّ بقدرة 1 كيلوواط (kW)، معتبرين أنّه مشعّ لا اتّجاهي الخواص وأنّ طول موجته أصغر بكثير من 1 كلم؟ ما قيمة شدّة الحقل الكهربائي عند هذه المسافة؟

بالنسبة للموجة الكروية:

$$\langle P\rangle = \frac{10^3\ W}{4\pi(10^3\ m)^2} = 7.96\ \times 10^{-5}\ \frac{W}{m^2} \quad \textbf{(A1.107)}$$

عند هذه المسافة سيظهر الشعاع وكأنه موجة مسطحة، بحيث:

$$\vec{P} = \vec{E}\times\vec{H} \quad \textbf{(A1.108)}$$

$$= \vec{E}\times\left(\sqrt{\frac{\in_0}{\mu_0}}\ \hat{k}\times\vec{E}\right)$$

$$\langle P\rangle = \sqrt{\frac{\in_0}{\mu_0}}\ \langle E^2\rangle$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\in_0}{\mu_0}}\ E_{peak}^2$$

$$E_{peak} = \left[2\langle P\rangle\sqrt{\frac{\in_0}{\mu_0}}\right]^{1/2}$$

$$= \left[2\times 7.96\times 10^{-5}\ \frac{W}{m^2}\times\sqrt{\frac{4\pi\times 10^{-7}\ H.\ m^{-1}}{8.85\times 10^{-12}\ F\ .m^{-1}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 0.24\ \frac{V}{m}$$

(3.7) لأي قيمة R_{load} تُحوَّل القدرة القصوى إلى الحمولة (The Load) في الشكل (3.7)؟

(A1.109)

$$I = \frac{V}{R_{rad} + R_{load}}$$

$$W_{load} = I^2 R_{load}$$

$$= \frac{V^2 R_{load}}{(R_{rad} + R_{load})^2}$$

$$\frac{\partial W_{load}}{\partial R_{load}} = 0 = V^2 \left[\frac{1}{(R_{rad} + R_{load})^2} - \frac{2R_{load}}{(R_{rad} + R_{load})^3}\right]$$

$$I = \frac{2R_{load}}{R_{rad} + R_{load}}$$

$$R_{rad} = R_{load}$$

وبناءً على ذلك ستكون:

(A1.110)

$$W_{load} = \frac{V^2}{4R_{rad}}$$

أو بالنسبة للإشارة:

(A1.111)

$$\langle W_{load} \rangle = \frac{\langle V^2 \rangle}{4R_{rad}}$$

$$= \frac{V_{peak}^2}{8R_{rad}}$$

(4.7) ما الكسب؟ وما هي المساحة لهوائي ثنائي الأقطاب متناهي الصغر، وما نسبتهما إلى بعضهما؟

الكسب هو:

(A1.112)

$$G = \max_{\theta,\varphi} \frac{P(r=1,\theta,\varphi)}{W/_{4\pi}}$$

$$= \frac{I_0^2 k^2 d^2}{32\pi^2 r^2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{3}{I_0^2\, \pi} \sqrt{\epsilon_0\, \mu_0} \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 4\pi$$

$$= \frac{3k^2 \lambda^2}{8\pi^2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

وحيث إن ذروة ڤولطية مرتبطة بذروة الحقل الكهربائي بواسطة $V_{peak} = E_{peak}\ d$،
فإن المساحة هي:

(A1.113)

$$\langle W_{load} \rangle = \frac{V_{peak}^2}{8R_{rad}}$$

$$= \frac{E_{peak}^2 d^2}{8R_{rad}}$$

$$= \frac{E_{peak}^2 d^2}{8} \frac{3}{2\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2$$

$$= \langle P \rangle A$$

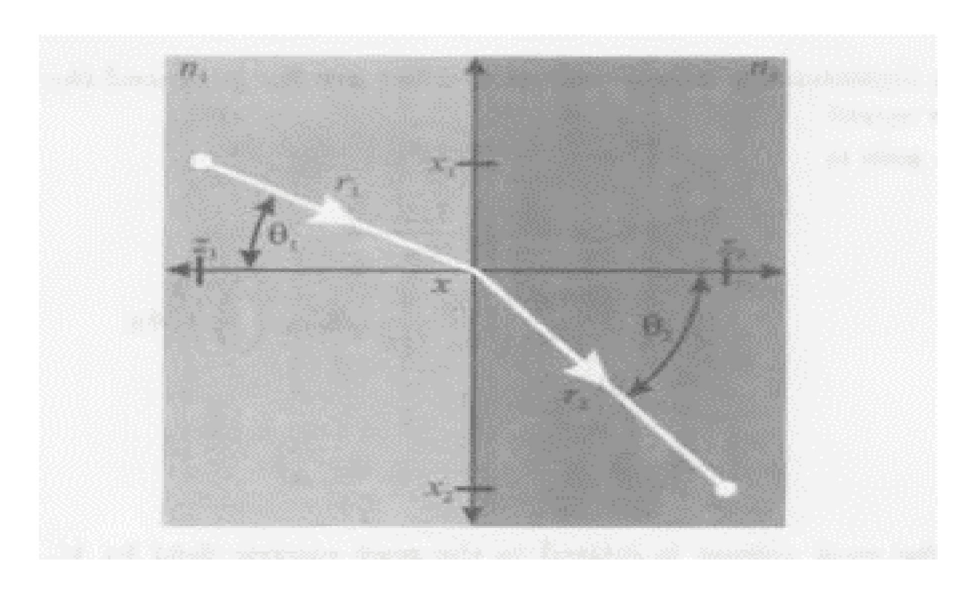
$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\ E_{peak}^2\ A$$

$$\Longrightarrow A = \frac{3}{8\pi} \lambda^2$$

لذا فإن:

(A1.114)

$$\frac{A}{G} = \frac{3}{8\pi} \quad {}_2\ \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\lambda^2}{4\pi}$$



الشكل A1.7: سطح التمفصل نسبة إلى قانون سنيل.

A1.8 البصريات

(1.8) يمكن اشتقاق الظواهر البصرية (والظواهر الفيزيائية بشكل عام) من قوانين شاملة أو من قوانين موضعية، في هذه الحالة مبدأ فيرما (Fermat's Principle): يختار الشعاع الضوئي المنتقل بين نقطتي المسار الذي يستغرق أقل وقت ممكن طبّق هذا المبدأ على نقطتين في جهتين مقابلتين من سطح عازل لاشتقاق قانون سنيل.

إجمالي وقت الذهاب ما بين نقطتي النهاية في الشكل (A1.7) هو:

(A1.115)

$$T = \frac{r_1}{v_1} + \frac{r_2}{v_2}$$

$$= \frac{n_1}{c}\sqrt{(x - x_1)^2 + z_1^2} + \frac{n_2}{c}\sqrt{(x_2 - x)^2 + z_2^2}$$

مع حد أدنى عند:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{n_1}{c}\frac{(x - x_1)}{r_1} - \frac{n_2}{c}\frac{(x_2 - x)}{r_2} = 0 \tag{A1.116}$$

$$n_1 \sin\theta_1 - n_2 \sin\theta_2 = 0$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

(2.8) (أ) استعمل معادلات فرينيل ومتّجه بوينتينغ لإيجاد الانعكاسية والنفاذية لسطح عازل، المعرّف بنسبتي الطاقة الواردة والطاقة الخارجة.

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \vec{E} \times \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\, \hat{k} \times \vec{E} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\, E^2\, \hat{k} = \frac{n}{\mu c} E^2\, \hat{k} \tag{A1.117}$$

لذا فإن نسبة الانعكاس للطاقة الواردة هي:

$$R = \frac{|E_1|^2}{|E_0|^2} \tag{A1.118}$$

والنسبة المنقولة للطاقة الواردة هي:

$$T = \frac{n_2|E_2|^2}{n_0|E_0|^2} \tag{A1.119}$$

هناك حالتان يمكن النظر فيهما:

E عمودية لمستوى الحدث:

$$R = \frac{|E_1|^2}{|E_0|^2} = \frac{\sin^2(\theta_2 - \theta_0)}{\sin^2(\theta_2 + \theta_0)} \tag{A1.120}$$

$$T = \frac{n_2|E_2|^2}{n_0|E_0|^2} = \frac{4n_2 \cos^2\theta_0 \sin^2\theta_2}{n_0 \sin^2(\theta_2+\theta_0)} = \frac{4\sin\theta_0 \cos^2\theta_0 \sin^2\theta_2}{\sin\theta_2 \sin^2(\theta_2+\theta_0)} \tag{A1.121}$$

E في داخل مستوى الحدث:

$$R = \frac{\tan^2(\theta_0-\theta_2)}{\tan^2(\theta_0+\theta_2)} \tag{A1.122}$$

$$T = \frac{4\sin\theta_0 \cos^2\theta_0 \sin^2\theta_2}{\sin\theta_2 \sin^2(\theta_0+\theta_2)\cos^2(\theta_0-\theta_2)} \tag{A1.123}$$

(ب) ما الانعكاسية في حالة شعاع وارد عمودي على واجهة تمفصل بين الزجاج والهواء (n 1.5)؟

$$R = \frac{\sin^2(\theta_2-\theta_0)}{\sin^2(\theta_2+\theta_0)} \tag{A1.124}$$

$$\lim_{\theta\to 0} R = \frac{\sin^2\left(\theta_2(1-{}^{n_2}/_{n_1})\right)}{\sin^2\left(\theta_2(1+{}^{n_2}/_{n_1})\right)} = \frac{\left(1-{}^{n_2}/_{n_1}\right)^2}{\left(1+{}^{n_2}/_{n_1}\right)^2} = \frac{(n_1-n_2)^2}{(n_1+n_2)^2} = \frac{(1-1.5)^2}{(1+1.5)^2} = 0.04$$

$$T = 1 - R = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0.96 \quad \textbf{(A1.125)}$$

(ج) ما زاوية بروستر؟

$$\theta_B = \tan^{-1}\frac{n_2}{n_1} = 56.3^\circ (air \to glass) \quad \textbf{(A1.126)}$$

$$= 33.7^\circ (glass \to air)$$

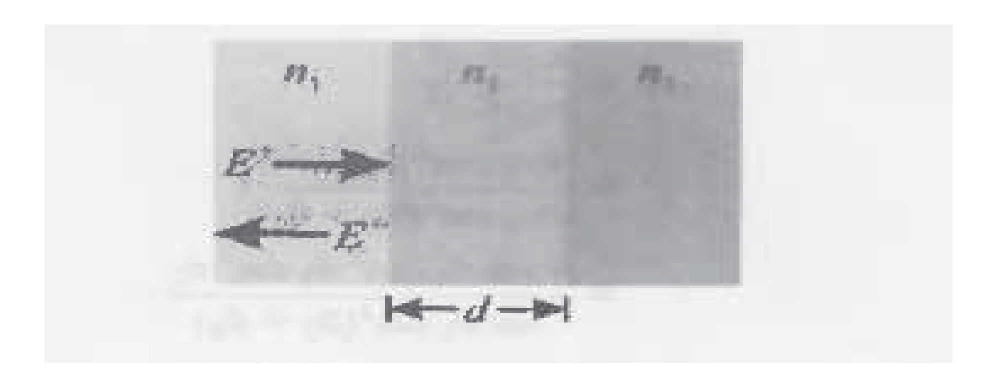
تميل نوافذ المخرجات في أنابيب الغاز الليزرية عند هذه الزاوية لتعيين اتجاه الاستقطاب الليزري.

(د) ما الزاوية الحرجة؟

$$\theta_C = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} = 41.8^\circ (glass \to air) \quad \textbf{(A1.127)}$$

الانعكاس الكلي الداخلي ممكن فقط عند انتقال مؤشر الانكسار من أعلى إلى أدنى.

(3.8) لتكن موجة واردة عامودياً على طبقة عازلة مؤشر انكسارها n_2 بين طبقتين بمؤشرين n_1 وn_3 الشكلِ (A1.8):



الشكل A1.8: طلاء ضد الانعكاسية.

(أ) ما انعكاسيتها؟ فكر لتلبية الحالات عند الحدود، أو الانعكاسات المتعددة.

عند كل واجهة، تُعطى نسبة الانعكاس وشدة الحقل الواردة بواسطة:

(A1.128)

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

ونسبة التحول وشدة الحقل الواردة هي:

(A1.129)

$$t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

إذا كانت الموجة الواردة حجمها E^+، فإن الانعكاس الكلي للموجة E^- سيكون مجموعاً غير متناهٍ للانعكاسات ما بين الجهات:

(A1.130)

$$E^- = E^+\left[r_{12} + t_{12}r_{23}e^{ik_2 2d}t_{21} + t_{12}r_{23}(r_{21}r_{23})e^{ik_2 4d}t_{21} + t_{12}r_{23}(r_{21}r_{23})(r_{21}r_{23})e^{ik_2 6d}t_{21} + \cdots\right]$$

$$= E^+\left[r_{12} + t_{12}r_{23}t_{21}e^{ik_2 2d}\sum_{n=0}^{\infty}\left(r_{21}r_{23}e^{ik_2 2d}\right)^n\right]$$

$$= E^+\left[r_{12} + t_{12}r_{23}t_{21}e^{ik_2 2d}\frac{1}{1 - r_{21}r_{23}e^{ik_2 2d}}\right]$$

$$= E^+\left[\frac{r_{12}\left(1 - r_{21}r_{23}e^{ik_2 2d}\right) + t_{12}r_{23}t_{21}e^{ik_2 2d}}{1 - r_{21}r_{23}e^{ik_2 2d}}\right]$$

$$= E^+\left[\frac{r_{12}\left(1 + r_{12}r_{23}e^{ik_2 2d}\right) + t_{12}r_{23}t_{21}e^{ik_2 2d}}{1 + r_{12}r_{23}e^{ik_2 2d}}\right]$$

$$= E^+\left[\frac{r_{12} + r_{23}e^{ik_2 2d} + (r_{12}^2 + t_{12}t_{21})}{1 + r_{12}r_{23}e^{ik_2 2d}}\right]$$

$$= E^+\left[\frac{r_{12} + r_{23}e^{ik_2 2d}}{1 + r_{12}r_{23}e^{ik_2 2d}}\right]$$

وبالتالي فإن مُعامِل الانعكاس الكلّي هو:

(A1.131)

$$R = \frac{|E^-|^2}{|E^+|^2}$$

$$= \left[\frac{r_{12} + r_{23}e^{ik_2 2d}}{1 + r_{12}r_{23}e^{ik_2 2d}}\right]^2$$

ويمكن إيجاد الجواب أيضاً من خلال حلّ نظام المعادلات لمطابقة الشروط الحدية.

(ب) هل تستطيع إيجاد قيمة n_2 و d بحيث لا يكون هناك انعكاس؟

لما كانت كل من r_{12} و r_{23} أعداداً حقيقية، فسوف تتلاشى في بسط المعادلة لنحصل على:

(A1.132)

$$e^{ik_2 2d} = -1 \Longrightarrow k_2 2d = \pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_2} 2d = \pi$$

$$d = \frac{\lambda_2}{\pi}$$

وهذا بدوره يعني أن

(A1.133)

$$R = \left[\frac{r_{12} - r_{23}}{1 - r_{12}r_{23}}\right]^2$$

$$= \left[\frac{\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} - \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}}{1 - \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}}\right]^2$$

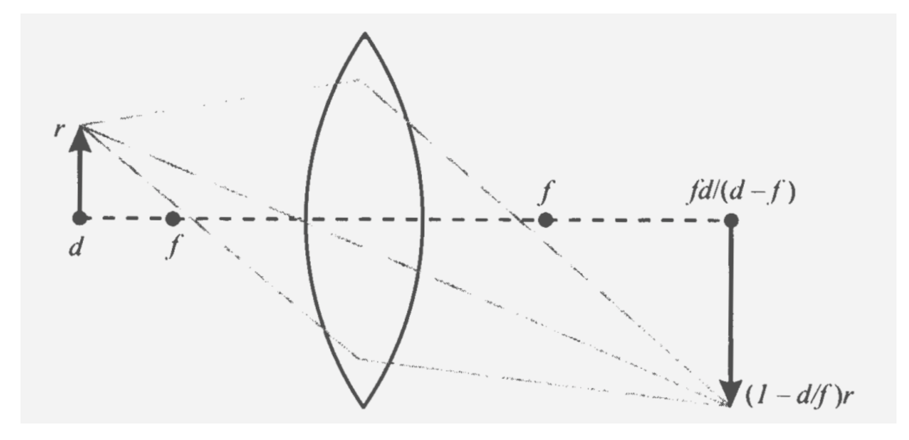
$$= \left[\frac{n_1 n_3 - n_2^2}{n_1 n_3 + n_2^2}\right]^2$$

$$R = 0 \Longrightarrow n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$$

لن يكون هناك انعكاس ، إذا كان سمك الطبقة الوسطى $^1/_4$ الذي يمثل الطول

الموجي لهذه الطبقة، وإذا ما كان مؤشر الانكسار هو الوسط الهندسي لتلك الطبقة الأولى والأخيرة. ووهذا في الحقيقة يسمى ..... هل بإمكانك تخمين ذلك؟ ... يسمى الطلاء المانع للانعكاس، ويمكن إيجاده في العدسات ذات الجودة العالية، وفي النوافذ. ومع طبقات العازلة المتعددة، من الممكن أيضاً استخدام الطلاء ليعمل كما لو أنه نافذة أو مرآة لنطاقات التردد المطلوبة، والاتجاهات (Fink et al., 1998; Weber et al., 2000).

(4.8) لتكن موجة تبدأ من علوّ $\mathbf{r_0}$ مع بعض الميل، على مسافة $\boldsymbol{d_1}$ من عدسة رقيقة مسافتها البؤرية f. استعمل مصفوفات الشعاع لإيجاد مسطّح الصورة حيث تلتقي كل الشعاعات المنطلقة من هذه النقطة، وناقش تكبير العلوّ $\mathbf{r_0}$.



الشكل A1.9: التركيز بواسطة عدسات رقيقة.

(A1.134)

$$\begin{bmatrix}1 & d_2\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\-1/f & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & d_1\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & d_2\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & d_1\\-1/f & 1-d_1/f\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1-d_2/f & d_1+d_2\left(1-d_1/f\right)\\-1/f & 1-d_1/f\end{bmatrix}$$

فإن الموقف سيكون مستقلاً من زاوية الانطلاق إذا

(A1.135)

$$d_1 + d_2\left(1 - {d_1}/{f}\right) = 0$$

$$d_1 + d_2 = \frac{d_1 d_2}{f}$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

عند d_2، سيكون الارتفاع $\left(1 - {d_2}/{f}\right) r_0$، وكذلك التكبير سيكون $1 - {d_2}/{f}$ (الشكل A1.9). وهذا سيؤدي إلى تغيير الإشارة لتكن d_2 أكبر أو أصغر من f (الصورة العكسية)، وذلك عندما تكون $d_1 = f$ ومن ثم $d_2 = \infty$.

(8.5) تستعمل مشغّلات الأقراص المدمجة الشائعة AlGaAs لايزر، طول موجة 790 nm.

(أ) التجويفات التي تُقرأ على القرص لها قطر 1 µm تقريباً هي بصريات حدود انكسار، ما زاوية تباعد الشعاع؟

(A1.136)

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi n w_0}$$

$$= \frac{790 \times 10^{-9}\ m}{\pi \times 1 \times 10^{-6}\ m}$$

$$= 0.25\ rad$$

$$= 14^{\circ}$$

(ب) مفترضين نفس الشكل الهندسي، ما طول موجة اللايزر اللازم لقراءة تجويفات 0.1 µm؟

(A1.137)

$$0.25 = \frac{\lambda}{\pi \times 10^{-7}\ m} \Rightarrow \lambda = 78\ nm$$

(ج) كم يجب أن يبلغ حجم مرآة التليسكوب ليتمكّن من قراءة لوحة تسجيل سيارة في الضوء المرئي (λ~600 nm) من مدار أرضي منخفض (Low Earth Orbit (LEO)) علوّه 200 km؟

زاوية الاختلاف المطلوبة هي:

$$\frac{600 \times 10^{-9}\, m}{\pi \times 1 \times 10^{-2}\, m} = 1.9 \times 10^{-5}\, rad \quad \textbf{(A1.138)}$$

وهذا يتوافق مع مرآة دائرية نصف قطرها:

$$\begin{aligned} r &= h \tan\theta \\ &\approx h\theta \\ &= 200 \times 10^{3}\, m \times 1.9 \times 10^{-5}\, rad \\ &= 3.8\, m \end{aligned} \quad \textbf{(A1.139)}$$

والذي قد حث فعلاً لتكون هذه النتيجة هي، حجم الجيل المقبل من تلسكوب الفضاء المخطط إطلاقه. وذلك لأن مدرات هذا التلسكوب تضمحل منخفضة بشكل سريع جداً، حيث تستخدم في المقام الأول لأغراض الاستطلاع، والاتصالات المنخفضة الطاقة.

A1.9 التصوير بدون عدسات والمسائل المعكوسة

(1.9) هل تُعتبر عدسة كروية رقيقة (مثل تلك التي درسناها في الفصل الثامن) مرشحاً مطابقاً للاستجابة مثل المعادلة (8.9)؟

نعم. بالنسبة إلى عدسة كروية رقيقة، نصف قطر انحنائها R وسمكها على المحور $2d_0$، والسمك 2d يمثل الدالة لنصف القطر r. من المحور يمكن إيجاد:

$$[(R - d_0) + d]^2 + r^2 = R^2 \quad \textbf{(A1.140)}$$

$$d = d_0 - R + \sqrt{R^2 - r^2}$$

$$\approx d_0 - \frac{r^2}{2R}$$

لذا فإن طور التحول الأفقي المجاور تقريباً الذي يمر من خلاله الشعاع هو دالة من الدرجة الثانية لأنصاف قطر دائرة، وقد شاهدنا مسبقاً أن طول مسار المحور المجاور التقريبي نحو كاشف محور العدسة سيكون دالة من الدرجة الثانية لأنصاف قطر دائرة.

(2.9) إنّ قدرة ميز العدسة تُحدَّد بالنسبة إلى المسافة بين النقطتين اللتين تكون دالة انتشار النقطة عندهما قد انخفضت dB3 عن قيمتها القصوى. يمكن تميز جسمين في حال كانت تفصل بينهما هذه المسافة. يُعرَف هذا أيضاً باسم معيار رايليه (Rayleigh's Erterim): القيمة القصوى الأولى لدالة انتشار النقطة من الجسم الأول تحتل نفس مكان القيمة الأدنى الأولى لدالة الانتشار من الجسم الثاني.

(أ) ما هي قدرة الميز للمعادلة (9.9) بالنسبة إلى طول الموجة وحجم فتحة العدسة والمسافة من العدسة؟

$$20 \log_{10} \frac{a}{b} = -3 \Rightarrow \frac{a}{b} = 0.708 \quad \textbf{(A1.141)}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi x D}{z \lambda}\right)}{\frac{\pi x D}{z \lambda}} = 0.708 \Rightarrow \frac{xD}{z \lambda} \approx 0.443$$

$$\Rightarrow x = \frac{0.443 z \lambda}{D}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{0.89 z \lambda}{D}$$

إن المعادلة $\sin(x)/_x = 0$ هي معادلة تجاوزية ويجب إيجاد جذورها من خلال تقنيات إيجاد الجذر العددي.

(ب) ما حجم الفتحة اللازم لميز 1 سم على مسافة 1 ملم لإشارة فوق- صوتية (100 kHz) في الهواء ($\sim$350 m/s)؟

$$\lambda = \frac{350\ m.\ s^{-1}}{10^5\ s^{-1}} = 3.5\ mm \quad (A1.142)$$

$$D = \frac{0.89\ \times 1\ m \times 0.0035\ m}{0.01\ m} = 0.31\ m \quad (A1.143)$$

(ج) ما حجم الفتحة اللازم لميز 1 سم لساتل رادار (10 kHz) على مدارٍ أرضي منخفض (350~ km)؟ ما زاوية هذه الفتحة المقابلة لسطح الأرض؟

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8\ m.\ s^{-1}}{10^{10}\ s^{-1}} = 0.03\ m \quad (A1.144)$$

$$D = \frac{0.89\ \times 2\ \times 10^5\ m \times 0.03\ m}{0.01\ m} = 5.34\ \times 10^5\ m \quad (A1.145)$$

$$\theta = 2\tan^{-1}\frac{5.34 \times {10^5}/_{2}\ m}{2 \times 10^5\ m} = 106^{\circ} \quad (A1.146)$$

هذه الفتحة تُشير إلى ماهية سبب الحاجة إلى الفتحات الصناعية لرادار التصوير من الأقمار الصناعية.

(3.9) انطلاقاً من دالة التأخير $g(x')$ نفّذ مرشحاً مطابقاً في مسطّح رادار ذي فتحة مركبة شبه محورية. افترض أنّ المسترسل (Transceiver) يتحرّك على خط مستقيم وأنّه يرسل موجة كروية عند كل نقطة بينما يجمّع الإشارة المرتدّة ملتوية بفعل $g(x')$. وافترض أنّ سرعة المسترسل بطيئة بالنسبة إلى سرعة الموجة.

الهندسة في هذه المسألة هي نفسها كما في الشكل (A1.9)، ولكن الآن تبدأ الإشارة عند $(\acute{x}, 0)$ مبحرة إلى (x, z) ومن ثم تعود إلى $(\acute{x} + {v2z}/_{c}, 0) \approx (\acute{x} + vt, 0)$. لذا فإن طور

التحول فوق طول هذا المسار سيصبح:

(A1.147)

$$f = e^{ik\left\{\left[z^2+(x-\acute{x})^2\right]^{1/2}+\left[z^2+(x-\acute{x}-vt)^2\right]^{1/2}\right\}}$$

$$\approx e^{ik2z}\ e^{ik\left[(x-\acute{x})^2+\left(x-\acute{x}-{}^{2vz}/_{c}\right)^2\right]\Big/_{2z}}$$

$$\Longrightarrow g(\acute{x}) = f^*(-\acute{x})$$

$$= e^{ik2z}\ e^{-ik\left[(x+\acute{x})^2+\left(x+\acute{x}-{}^{2vz}/_{c}\right)^2\right]\Big/_{2z}}$$

(4.9) قدّر تردد الرنين النموذجي لدوران نووي (NMR) **ودوران إلكتروني** (ESR) **في حقل** 1 T (**1 تسيلا**).

(A1.148)

$$v = \frac{w}{2\pi}$$

$$= \frac{\gamma B}{2\pi}$$

$$\approx \frac{qB}{4\pi m}$$

$$= \frac{1.602 \times 10^{-19}\ C \times 1\ T}{4\pi \times 1.672 \times 10^{-27}\ kg} \approx 7\ MHz\ (NMR)$$

$$= \frac{1.602 \times 10^{-19}\ C \times 1\ T}{4\pi \times 9.109 \times 10^{-31}\ kg} \approx 14\ GHz\ (ESR)$$

(5.9) لتكن شحنة نقطة بقرب مسطّح أرضي موصل لامتناهٍ:

(أ) باستعمال طريقة صورة الشحنة، ما هو توزيع الشحنة على المسطّح؟

$$E_z = \frac{q^z}{2\pi\epsilon r^3} \quad \textbf{(A1.149)}$$

$$= \frac{q^z}{2\pi\epsilon\left[(x-\mu_x)^2+\left(y-\mu_y\right)^2+z^2\right]^{3/2}}$$

إجراء التكامل لقانون غاوس على امتداد رقعة متناهية الصغر على السطح:

$$\int \rho\, dV = \int \nabla . \vec{D}\, dV \quad \textbf{(A1.150)}$$

$$Q = \int \in \vec{E} . d\vec{A}$$

$$= \in E_z A$$

$$\frac{Q}{A} = \in E_z$$

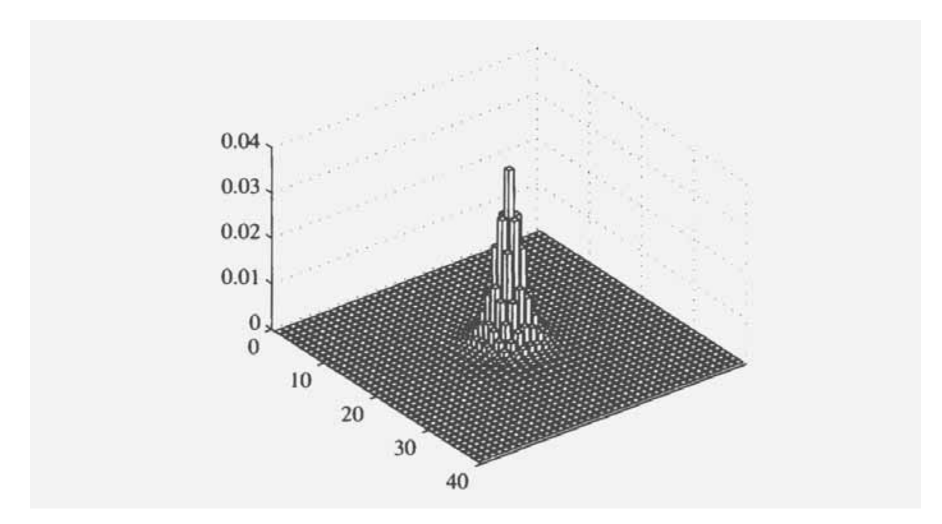
$$\sigma = \frac{qz}{2\pi\left[\left(x-\mu_x\right)^2+\left(y-\mu_y\right)^2+z^2\right]^{3/2}}$$

(ب) افترض أنّ المسطّح مقسّم إلى شبكة أقطاب كهربائية مربّعة، واحسب تحليلاً، تكامل كثافة الشحنة لإيجاد الشحنة المُقاسة عند كلّ قطب كهربائي.

$$\int\int \sigma(x,y)\, dx\, dy = \frac{q}{2\pi}\tan^{-1}\left[\frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{z\sqrt{(x-\mu_x)^2+\left(y-\mu_y\right)^2+z^2}}\right] \quad (A1.151)$$

(ج) قيّم عددياً توزيع شحنة القطب الكهربائي المولّد من قِبل الشحنة النقطية.

الحل في الشكل A1.10.



الشكل A1.10: توزيع شحنات السطح المتولدة بواسطة مركز الشحنة النقطية من فوق مسطح أرضي.

(د) بالاعتماد على هذه القياسات قيّم توزيع الشحنة عند المصدر على شكل دالة معتمدة على العلوّ فوق مركز توزيع الشحنة السطحي. يمكن البدء بأقل المربعات لدالة الأرجحية، ثم استعمال مجموع مربّعات شحنات المصدر لمنظّم. اشكل توزيع الشحنة بالتوافق مع تغيير وزن المنظّم مظهراً كمّية الشحنات الأدنى الموافق للخطأ العامّ.

لنُعرف Q_m لتكون شحنة قياس في m من الأقطاب الكهربائية، ولتكن q_n مصدر الشحنة في n من المواقع، وG_{mn} هي التكامل في المعادلة (A1.151) التي تحسب التقييم فيما بينهما. ومن ثم نعمل على جعل المعادلة في أقصى مراتبها:

(A1.152)

$$I = -\sum_m \left(Q_m - \sum_n G_{mn}\, q_n \right)^2 - \lambda \sum_n q_n^2$$

لنجعل من هذه المعادلة صيغة أُسية (تذّكر المعادلة (32.9)، فسيكون الحد الأول في معادلة غاوس بخصوص قياس الشحنة، والحد الثاني سيكون في معادلة غاوس بخصوص افتراض أن $q_n = 0$ مع الفرق المحدد من قبل λ. لنعرف $\vec{Q} = (Q_1, Q_2, \ldots, Q_M)$، $\vec{q} = (q_1, q_2, \ldots q_N)$، حيث إن $\boldsymbol{G}$ تمثل مصفوفة G_{mn}، و $\boldsymbol{I}$ تمثل مصفوفة الوحدة (Identity Matrix)، ومن هذا فإننا نحتاج لحل:

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial I}{\partial q_i} \\
&= \frac{\partial}{\partial q_i}\left[-\sum_m \left(Q_m - \sum_n G_{mn}\, q_n\right)^2 - \lambda \sum_n q_n^2 \right] \\
&= -\sum_m 2 \left(Q_m - \sum_n G_{mn}\, q_n\right) - (G_{mi}) - \lambda\, 2q_i \\
&= \boldsymbol{G}^T . (\vec{Q} - \boldsymbol{G} . \vec{q}) - \lambda\, \vec{q}
\end{aligned}
\qquad \textbf{(A1.153)}
$$

$$
(\boldsymbol{G}^T . \boldsymbol{G} + \lambda \boldsymbol{I}) . \vec{q} = \boldsymbol{G}^T . \boldsymbol{Q}
$$

$$
\Rightarrow \vec{q} = (\boldsymbol{G}^T . \boldsymbol{G} + \lambda \boldsymbol{I})^{-1} . \boldsymbol{G}^T . \boldsymbol{Q}
$$

الحل مبين في الشكل (A1.11)، وتم حسابه بواسطة برنامج Matlab. وهذا لا يتطابق مع الشحنة النقطية الأصلية، وذلك لأن هذه التوزيعات فيها بعض الأخطاء الصغيرة نسبة إلى كمّية الشحنة المُعطاة. ويتطلب استعادة الشحنات النقطية القيام بعملية بحث على هذا الأساس (Smith, 1996).

الشكل A1.11:

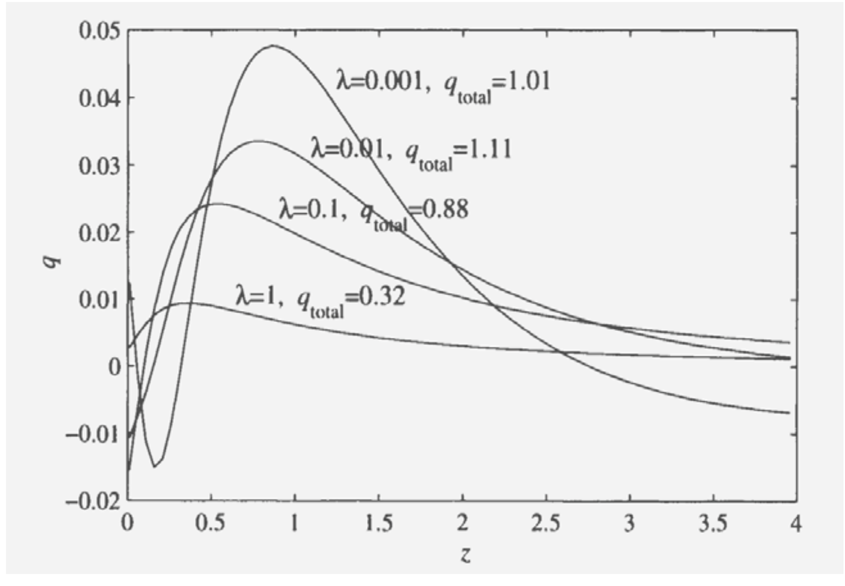
....

```
%
% qreg.m
% electrostatic inverse problem
% Neil Gershenfeld (c) 12/1/99
 %
clear all
npts    40;
limit     10;
delta     2*limit/(npts-1);
q    1;
muz     1;
mux    0;
```

```
muy    0;
X    kron(ones(npts.1) , (-limit: delta :limit));
y    kron«-limit: delta; limit)', ones(l,npt));
I      (q/(2*p))*atan ((x-mux).*(y-muy). / (muz*sqr ((x-mux). ^2 … +
(y-muy). ^2+muz^2)));
Omeas    I(1: (npts-1), 1: (npts-1)) + I (2: npts, 2: npts) … - I(1: (npts-1),
2:npts) -I(2: npts, l: (npts-l));
bar3(Qmeas);
 set(gca, 'FontName' , 'Times-Roman' ,'FontSize',10)
print -deps qsurf.eps
z    .01: .05: 4;
nz   lenght(z) ;
nmeas    (npts-1) * (npts-1) ;
Q    reshape(Qmeas, nmeas, 1);
For I    1: nz
I (1/(2*p)) *atan((x-mux) . *(y-muy). / ...
(z(i) *sqr((x-mux) . ^2+(y-muy) .^2+z(i) ^2)));
Iint    I(1 : (npts-1), 1 : (npts-1)) + I(2 : npts, 2 :npts)…
 -I(1: (npts-1), 2:npts)    I(2:npts, 1: (npts-1));
G(:, i)    reshape(Iint, nmeas, 1);
end
Ident    diag(ones(1, nz));
lambda   1;
qpred    inv(G' * G+lambda*Ident)*G'Q;
sum(qpred);
hold on
lambda    0.1;
qpred    inv(G' * G+lambda*Ident)*G'Q;
sum(qpred);
```

```
plot(z, qpred);
lambda    0.001;
qpred   inv(G' * G+lambda*Ident)*G'Q
sum(qpred);
hold off
set(gca, 'FontName' , 'Times-Roman' ,'FontSize',10)
set(gcf, 'PaperPosition', [0.5 3 5 3.2]);
ylabel('{\it q}' , 'FontSize', 11)
xlabel('{\it z}' , 'FontSize', 11)
text(.64, .01'\lambda  1, {\it q}-{total}   0.32')
text(.90, .023'\lambda  0.1, {\it q}-{total}   0.88')
text(1.09, ..032'\lambda  0.01, {\it q}-{total}   1.11')
text(1.24, .42, '\lambda  0.001, {\it q}-{total}   1.01')
print   deps qreg.eps
```

....



الشكل A1.11: تقدير تنظيمي لوحدة شحنة عندما تكون 1   z .

(1.10) (أ) اشتق المعادلة (28.10) بواسطة استخدام التكامل والحدود في المعادلة (27.10).

لنتذكر أن:

(A1.154)

$$\psi(x) = Ae^{iqx} + Be^{-iqx}$$
$$= e^{ikx}u(x)$$
$$= e^{ikx}\left(Ae^{i(q-k)x} + Be^{-i(q+k)x}\right)$$

ودالة النهاية ((lim) (Limit Function) هذه يجب أن تؤخذ ضمن الفاصل الزمني بين دوال ψ:

(A1.155)

$$\underbrace{\lim_{\epsilon\to 0}\int_{-\epsilon}^{\epsilon} E\psi(x)dx}_{0} + \underbrace{\int_{-\epsilon}^{\epsilon}\frac{h^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}\,dx}_{\underbrace{\frac{h^2}{2m}\left(\frac{d\psi}{dx}\right)\Big|_{\epsilon}}_{\frac{h^2}{2m}e^{ik\epsilon}\left(\frac{du}{dx}\right)\Big|_{\epsilon}} - \underbrace{\frac{h^2}{2m}\left(\frac{d\psi}{dx}\right)\Big|_{-\epsilon}}_{\frac{h^2}{2m}e^{-ik\epsilon}\left(\frac{du}{dx}\right)\Big|_{\infty-\epsilon}}}$$

$$= \underbrace{\int_{-\epsilon}^{\epsilon}\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\partial(n\alpha)\psi(x)}_{V_0\psi(x)}$$

$$\frac{h^2}{2m}iq\left(A - B - Ae^{i(q-k)\alpha} + Be^{-i(q+k)\alpha}\right) = V_0(A+B)$$

(ب) بين أن المعادلة (2.10) تابع للمعادلة (27.10).

(A1.156)

$$A + B = Ae^{i(q-k)\alpha} + Be^{-i(q+k)\alpha}$$

$$\Longrightarrow B = A\frac{1 - e^{i(q-k)\alpha}}{e^{-i(q+k)\alpha} - 1} \equiv A\frac{1-\beta}{\gamma - 1}$$

لنستعض عن ذلك بـ:

(A1.157)

$$\frac{h^2}{2m} iq\left(A - B - Ae^{i(q-k)\alpha} + Be^{-i(q+k)\alpha}\right) = V_0(A + B)$$

$$\frac{h^2}{2m} iqA[(\gamma - 1) - (1 - \beta) - \beta(\gamma - 1) + \gamma(1 - \beta)] = V_0 A[(\gamma - 1) + (1 - \beta)]$$

$$iA(2\gamma + 2\beta - 2\beta\gamma - 2) = \frac{2mV_0}{h^2 q} A(\gamma - \beta)$$

$$iA(\underbrace{e^{iq\alpha} + e^{-q\alpha}}_{2\cos(q\alpha)} \underbrace{- e^{-ik\alpha} - e^{ik\alpha}}_{-\ 2\cos(k\alpha)}) = \frac{mV_0}{h^2 q} A(\underbrace{e^{-iq\alpha} - e^{iq\alpha}}_{i2\sin(q\alpha)})$$

$$\left[\cos(k\alpha) - \cos(q\alpha) - \frac{mV_0}{h^2 q}\sin(q\alpha)\right] A = 0$$

(2.10) ما الإشغال المتوقع للحالة عند حافة التوصيل لـ Si و Ge والماس في درجة حرارة الغرفة (300 K)؟

(A1.158)

$$kT = 8.617 \times 10^{-5} \frac{eV}{K} \times 300\ K = 0.026\ eV$$

$$\frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/_{kT}}} = \frac{1}{1 + e^{\left(E_F + E_g/_2 - E_F\right)/_{kT}}} = \frac{1}{1 + e^{E_g/_{2kT}}}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{0.67\ eV/_{2.0\ .0.0\ 26\ eV}}} = 2.5 \times 10^{-6} \qquad (Ge)$$

$$= \frac{1}{1 + e^{1.11\ eV/_{2.0\ .\ 0.026eV}}} = 5.4 \times 10^{-10} \qquad (Si)$$

$$= \frac{1}{1 + e^{0.67\ eV/_{2.0\ .\ 0.026\ eV}}} = 1.7 \times 10^{-42} \qquad (diamond)$$

(3.10) انظر في Si معجون بـ 10^{17} ذرة لكل سم3 (atom/ cm3).

(أ) ما تركيز ثقب التوازن عند 300 K؟

بالنسبة إلى Si:

(A1.159)

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

$$= 2\left(\frac{2\pi \times 1.1 \times 9.1095\ \times 10^{-28}\ g \times 1.3807 \times 10^{-16}\ erg\ .\ K^{-1} \times 300\ K}{(6.6262 \times 10^{-27}\ erg\ .s)^2}\right)^{3/2}$$

$$= 2.895\ \times 10^{19}\ cm^{-3}$$

$$N_V = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

$$= 2\left(\frac{2\pi \times 0.56 \times 9.1095\ \times 10^{-28}\ g \times 1.3807 \times 10^{-16}\ erg\ .\ K^{-1} \times 300\ K}{(6.6262 \times 10^{-27}\ erg\ .s)^2}\right)^{3/2}$$

$$= 1.052\ \times 10^{19}\ cm^{-3}$$

فلذا:

(A1.160)

$$n_i^2 = N_c N_V e^{-E_g/kT}$$
$$= 2.895 \times 10^{19}\, cm^{-3} \times 1.052 \times 10^{19}\, cm^{-3}$$
$$e^{-1.11\, eV/(8.617\times10^{-5}\, eV\,.\,K^{-1}\times 300\, K)}$$
$$= 6.851 \times 10^{19}\, cm^{-6}$$
$$\Longrightarrow n_i = 8.277 \times 10^{9} cm^{-3}$$

ووفق ذلك فإن تركيز الثقب هو:

(A1.161)

$$np = n_i^2 \Longrightarrow p \frac{n_i^2}{n}$$
$$= \frac{6.851 \times 10^{19}\, cm^{-6}}{10^{17}\, cm^{-3}}$$
$$= 685\, cm^{-3}$$

(ب) ما الخطوات التي تحرك E_F نسبياً نحو قيمتها الذاتية؟

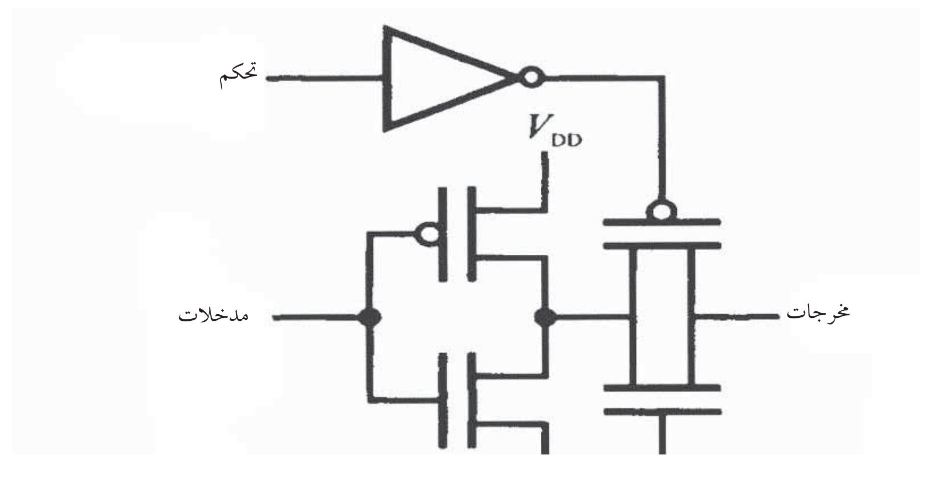
(A1.162)

$$n = n_i\, e^{(E_F - E_i)/kT}$$
$$\Longrightarrow E_F - E_i = kT \ln \frac{n}{n_i}$$
$$= 8.617 \times 10^{-5}\, eV\,.\,K^{-1} \times 300\, K$$
$$\times \ln \frac{10^{17}\, cm^{-3}}{8.277\times10^{9}\, cm^{-6}}$$
$$= 0.422\, eV$$

(4.10) صمم عاكس شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل (CMOS) قابل لاستيعاب ثلاث حالات، من خلال إضافة مدخلات التحكّم إلى العاكس التقليدي، الذي يمكنه فرض مخرجات إلى حالة الإعاقة العالية (قطعها). هذه مفيدة لسماح البوابات المتعددة للمشاركة بسلك واحد.

تُنتج مخرجات الحالة الثلاثية عن طريق تمرير منخرجات العاكس من خلال بوابة الانتقال (Transmission Gate) (الشكل A1.12). وبهذه العملية يتم ربط كل من

العاكس شبه موصل من أكسيد معدني صنف p (PMOS)، والعاكس شبه موصل من أكسيد معدني صنف n (NMOS) بصورة متوازية، بحيث يكون أحد جوانبهما بدافع السيطرة والآخر عكسه. لذا إما كلا الترانزيستروايين سيغلقان أو إن مخرجاتهما ستكون في حالة إعاقة عالية، أو إن كليهما سيكونان مشغلان وبالتالي سيعبران بالتساوي في حالتي 0 أو 1 من دون أي قيمة لتبديد V_T. وتتطلب بوابة الانتقال كلاً من سيطرة الإشارة ومكمِّلها. وهذا مثالٌ بسيط عن منطق ثنائي السكك (Dual-Rail Logic). فكل بوابة تنتج وتستخدم دائماً مخرجاتها ومكمِّلاتها التي تمتلك عدداً من المزايا للسرعة العالية، والسرعة المنخفضة أو تحميل الدوائر الثابت. ويحدث هذا على حساب البناء في الرقاقة، ولكن ذلك في الكثير من الأحيان لا يشكل عقبة خطرة.



الشكل A1.12: حالة ثلاثية لعاكس شبه موصّل أكسيد الفلز المكمِّل.

(5.10) لنسمح لمدخلات دائرة كهربائية منطقية الاتصال بواسطة سلك للمقاومة R لتحميل السعة C (مثلاً، البوابة التي تأتي بعد ترانزيستور التأثير الحقلي (FET)). في البداية يتم تفريغ السعة المحملة، ومن ثم عندما يتم تشغيل البوابة تشحن لإيصال ڤولطية V. لنفترض أن المخرجات قد تم تشغيلها فوراً، ولتكن ڤولطية المزودة 5 V، وسعة البوابة لتكن 10 fF.

(أ) ما كمّية الطاقة المخزونة في السعة؟

الطاقة المخزونة هي:

(A1.163)

$$= \frac{1}{2} CV^2$$

$$= \frac{1}{2} 10 \times 10^{-15}\, F \times (5\, V)^2$$

$$= 1.25 \times 10^{-13}\, J$$

(ب) ما كمّية الطاقة المتبددة في السلك؟

(A1.164)

$$I = \frac{V - V_c}{R} = C\frac{dV_c}{dt} \Longrightarrow \frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{RC}(V - V_c)$$

$$\Longrightarrow V_C = V\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$\Longrightarrow I = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$

الطاقة المتبددة هي:

(A1.165)

$$= \int_0^\infty I^2\, R\, dt$$

$$= \int_0^\infty \frac{V^2}{R^2} e^{-t/RC}\, R\, dt$$

$$= \frac{V^2}{R^2} \frac{RC}{2} R$$

$$= \frac{1}{2} C\, V^2$$

(ج) تقريبياً، ما كمية الطاقة المتبددة في السلك، إذا كان تزويد فولطية قد تم رفعه خطياً من 0 إلى 5 V خلال فترة زمنية طولها τ؟

خلال الزمن، تتكثف فولطية، فيكون تفاضل المعادلة هو:

(A1.166)

$$\frac{dV_C}{dt}=\frac{1}{RC}\left(\frac{V}{\tau}t-V_c\right)$$

لنعوّض في المعادلة مبدئياً عن:

(A1.167)

$$V_C=\frac{V}{\tau}t+A$$

فتُعطينا:

(A1.168)

$$\frac{V}{\tau}=\frac{1}{RC}\left(\frac{V}{\tau}t-\frac{V}{\tau}t-A\right)$$

أو

(A1.169)

$$\mathrm{A}=-\frac{RC}{\tau}V$$

تتباطأ ڤولطية بواسطة $RC/_{\tau}$، التي بالإمكان جعلها ذات قيمة صغيرة من خلال جعل τ كبيرة. وهو ما يمكن أن يؤدي إلى تجاهل الحالات العابرة في بداية ونهاية الفترة. ويمكن إيجاد تلك باستخدام معادلة تحولات لابلاس (Laplace Tranforms) (Gershenfeld, 1999a). فالقدرة المتبددة بالمقاومة هي من ثم:

(A1.170)

$$=\int_0^\tau I^2\,R\,dt$$

$$=\int_0^\tau \frac{(V-V_C)^2}{R}dt$$

$$=\int_0^\tau \frac{RC^2V^2}{\tau^2}dt$$

$$=\frac{RC}{\tau}\,CV^2$$

الزيادة في قيمة τ تؤدي إلى تقليل التبدد، والنطاق الزمني المناسب هو RC. وهذا هو ما يسمى بـ وفورات الطاقة في منطق الثابِتّ الحراري.

(د) كم مرة يجب أن تكون السعة مشحونة ومفرغة من الشحن لغرض الحصول على طاقة قدرتها 1 W؟

الشحن (غير الثابِتّ حرارياً) يبدد $CV^2/_2$، وتفريغ الشحنات يلغي الطاقة المخزونة لـ $CV^2/_2$، وعليه فإن قدر الطاقة الكلية هو CV^2:

(A1.171)
$$10 \times 10^{-15}\, F \times (5\, V)^2 = 2.5\, \times 10^{-13}\, J$$
$$\frac{1\, J\,.s^{-1}}{2.5 \times 10^{-13}\, J} = 4 \times 10^{12}\, Hz$$

إذا كانت دائرة كهربائية متكاملة فيها 10^6 ترانزيستور، وكلّ من هذه الترانزيستورات يبدد طاقة الشحنات عند كلّ دورة ساعة لـ 100MHz، فما حجم الطاقة المستخدمة في أسوأ الحالات تقديراً؟

(A1.172)
$$2.5 \times 10^{-13}\, J\, \times\, 10^6 \left(\text{ترانزيستور}\right) \times 100 \times 10^6\, Hz = 25\, W$$

إن أقوى معالجات شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل (CMOS Microprocessors) هي في الواقع التبدد، عند طلب القدرة $10 - 100\, W$. وذلك لأن الطاقة في هذه الحالة هي معادلة من الدرجة الثانية عند إمداد ڤولطية، وهذا هو أحد الأسباب بالنسبة لحركة ڤولطية متدنية. الإمدادات تنخفض من $5\, V$ إلى $3.3\, V$، وحينها يتم تشغيل الرقاقة لما هو أدنى من حوالي $1\, V$، فلا يمكن للڤولطية أن تكون أقل من ڤولطية شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل، لأن إمداد ڤولطية يحتاج أن يكون كبيراً قياساً إلى $kT \sim 0.02\, eV$.

(هـ) ما عدد الإلكترونات المخزنة في السعة؟

(A1.173)
$$Q = CV = 10 \times 10^{-15}\, F \times 5\, V = 5 \times\, 10^{-14}\, C$$
$$5 \times\, 10^{-14}\, C \times \frac{1\, electron}{1.6 \times 10^{-19}\, C} = 3.1\, \times 10^5\, electrons$$

ومع تقلص هذا العدد، فإن التقلبات الإحصائية تصبح أكثر أهمية.

(1.11) **(أ) كم واط من الطاقة موجود في ضوء يتألف من 1000 شمعة فيديو بروجيكتور؟**

(A1.174)

$$1000\ lm \times \frac{1\ W}{200\ lm} = 5W$$

(ب) هناك حاجة ما إلى الاستبانة المكانية لطباعة صفحة في كتاب يمكنها أن تطابق حدود العين؟

(A1.175)

$$r\ d\theta = 10^{-2}\ m \times \frac{1}{60}^{\circ} \times \frac{\pi\ rad}{180^{\circ}}$$

$$= 2.9 \times 10^{-6}\ m$$

$$= 8731\ (Dots\ Per\ Inch\ (DPI))$$ نقطة لكل بوصة

في حين أن ذلك أبعد بكثير عمّا نحتاجه في معظم الشروط المنظورة ومصادر الصور، فإن أفضل الماسحات الضوئية، والتنضيدات الطباعية قد تمكنت من تحقيق هذه الحدود.

(2.11) **(أ) ما ذروة الطول الموجي لإشعاع الجسم الأسود من شخص؟ ومن إشعاع خلفية كونية عند** 2.74 K؟

(A1.176)

$$U(v)dv = \frac{8\pi h v^3}{c^3\left(e^{hv/kT} - 1\right)}\, dv$$

$$\frac{dU}{dv} = 0 \Rightarrow\ 1 = \frac{hv_{max}}{3kT} + e^{-hv_{max}/kT}$$

$$\Rightarrow\ v_{max} = 2.82\,\frac{kT}{h}$$

العلاقة الخطية ما بين T و v_{max} هي قانون فين للإزاحة (Wien’s Displacement Law)، الذي تم إيجاده أول مرة خلال التطبيق العملي:

$$v_{max} = 2.82 \frac{1.38 \times 10^{-23} J.\ K^{-1} \times (37 + 273.15)\ K}{6.63 \times 10^{-34} J.s} \quad \textbf{(A1.177)}$$

$$= 1.8 \times 10^{13}\ Hz$$

$$= 16\ \mu m$$

الكشف عن هذا الإشعاع يتم بواسطة إشغال أجهزة الاستشعار التي تستجيب لوجود الأشخاص بالغرفة.

من إشعاع الخلفية الكونية عند 2.74 K؟

(A1.178)

$$v_{max} = 2.82 \frac{1.38 \times 10^{-23} J.\ K^{-1} \times 2.74\ K}{6.63 \times 10^{-34} J.s}$$

$$= 1.6 \times 10^{11} H$$

$$= 2\ mm$$

توزيع «صدى» الانفجار الكبير هذا يقدم معلومات هامة لبنية الكون (Jungman et al., 1996).

(ب) بصورة تقريبية، ما سخونة المادة الملتهبة؟

(A1.179)

$$700\ nm = 4.3 \times 10^{14}\ Hz$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{4.3 \times 10^{14}\ Hz \times 6.63 \times 10^{-34} J.\ s}{2.82 \times 1.38 \times 10^{-23} J.K^{-1}}$$

$$= 7325\ K$$

$$= 7052\ ^{\circ}C$$

(ج) ما التقدير الإجمالي للطاقة المنبعثة حرارياً من قبل شخص؟

(A1.180)

$$P = \sigma T^4 \times Surface\ area\ (\text{مساحة السطح})$$

$$= 5.67 \times 10^{-8}\ W.m^{-2} K^{-4} \times (310\ K)^4 \times 1.8\ m \times 0.3\ m \times 2$$

$$= 565\ W$$

هذه النتيجة مبالغ في تقديرها للمخرجات، وذلك لأن الشخص الذي في الغرفة لا يمكن أن يكون جسماً أسود مثالياً مشعاً، ولكن هذا هو الحجم المطلوب: شخصٌ يشع تقريباً بنفس كمّية الحرارة التي يشعها المصباح الكهربائي (ارتدي قبعتك الخاصة على سبيل المثال).

(3.11) (أ) جد سمك واتجاه المادة الثنائية الانكسار التي دوران موجتها المستقطب خطي بقدار 90^o، وما هو سمك مادة الكالسيت مع عامل الرؤيا 600 ~λ) nm)؟

موجة الاستقطاب الخطية هي تلك الموجة التي تمتلك مكونات نسبتها رقماً حقيقياً. والدوران بـ 90 درجة يتوافق مع تبادل المكونات وتقليب إشارة إحدى تلك المكونات، لذلك نحن نبحث عن حلٍ لـ:

(A1.181)

$$\begin{pmatrix} -\alpha B \\ \alpha A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\gamma} & 0 \\ 0 & e^{i\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

حيث إن α عامل طور عشوائي. ويمكن حل هذا الأمر إذا كانت $A = B$ (إذا كان توجه الموجة عند 45°C نحو المحاور المستقطبة)، وإذا:

(A1.182)

$$\gamma = \left(n_{slow} - n_{fast}\right)\frac{wl}{2c} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow l = \frac{\pi}{2}\,\frac{2c}{w\left(n_{slow} - n_{fast}\right)}$$

$$= \frac{\lambda}{2\left(n_{slow} - n_{fast}\right)}$$

$$= \frac{600 \times 10^{-9}\, m}{2(1.658 - 1.486)}$$

$$= 1.7 \times 10^{-6}\, m$$

هذا (أو المضاعفات الأكثر سمكاً) يُطلق عليها «صفيحة نصف موجيّة» (Half-Wave Plate). وبشكلٍ أعم، إذا كانت الموجة محاذية إلى المحاور عند درجة زاوية عشوائية θ، فإن دورانها سيكون بـزاوية مقدارها 2θ.

(ب) جد السمك والاتجاه الذي يحول الضوء الخطي المستقطب إلى ضوء دائري مستقطب، وقيّم مدى سمك الكالسيت؟

بالنسبة للضوء المستقطب دائرياً، يكون فيه مكونان متساويان في الحجم، إلا أن كليهما خارج الطور بـ i. وقد يحدث هذا حينما تأتي المكونات مرة أخرى متساوية الحجم، ويحدث أيضاً إذا:

(A1.183)

$$\frac{e^{-i\gamma}}{e^{i\gamma}} = e^{-i2\gamma} = -i$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow l = \frac{\lambda}{4(n_{slow} - n_{fast})} = 8.7 \times 10^{-7}\ m$$

ويسمى هذا (هل يمكنك التكهن بالتسمية؟) «صفيحة ربع موجية» (Quarter-Wave Plate).

(4.11) انظر لمستقطبين خطيين ممتدين بنفس الاتجاه ولمادة ثنائية الانكسار وضعت بينهما. ما كثافة الانتقال، بوصفها دالة لتوجه مادة ثنائية الانكسار بالنسبة للمحور المستقطب؟

ستكون مخرجات المستقطب الثاني كما الآتي:

(A1.184)

$$\boldsymbol{L}\,\boldsymbol{R}(-\theta)\boldsymbol{B}(d)\boldsymbol{R}(\theta)\begin{pmatrix}E\\0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{-i\gamma} & 0\\0 & e^{i\gamma}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E\\0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{-i\gamma}\cos\theta & e^{-i\gamma}\sin\theta\\ -e^{i\gamma}\sin\theta & e^{i\gamma}\cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E\\0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{-i\gamma}\cos^2\theta + e^{i\gamma}\sin^2\theta & e^{-i\gamma}\sin\theta\cos\theta - e^{i\gamma}\sin\theta\cos\theta\\ e^{-i\gamma}\sin\theta\cos\theta - e^{i\gamma}\sin\theta\cos\theta & e^{-i\gamma}\sin^2\theta + e^{i\gamma}\cos^2\theta\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}e^{-i\gamma}\cos^2\theta + e^{i\gamma}\sin^2\theta & e^{-i\gamma}\sin\theta\cos\theta - e^{i\gamma}\sin\theta\cos\theta\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E\\0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}E\left(e^{-i\gamma}\cos^2\theta + e^{i\gamma}\sin^2\theta\right)\\ 0\end{pmatrix}$$

وبالتالي فإن كثافة الانتقال ستكون:

$$I = \left|E\left(e^{-i\gamma}\cos^2\theta + e^{i\gamma}\sin^2\theta\right)\right|^2 \tag{A1.185}$$
$$= E^2\left(\cos^4\theta + \sin^4\theta + \sin^2\theta\cos^2\theta\left(e^{i2\gamma} + e^{-i2\gamma}\right)\right)$$
$$= E^2\left(\cos^4\theta + \sin^4\theta + \sin^2\theta\cos^2\theta\,(2\cos 2\gamma)\right)$$
$$= E^2\left(\cos^4\theta + \sin^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta\,(2\cos^2\gamma - 1)\right)$$

هذه الدالة يمكن ملاحظتها في الشكل A1.13، بالنسبة إلى $\gamma = \frac{\pi}{4}$، أما بالنسبة إلى $\theta = 45°C$، يمكن تبسيط المعادلة إلى:

$$I = E^2\cos^2\gamma \tag{A1.186}$$

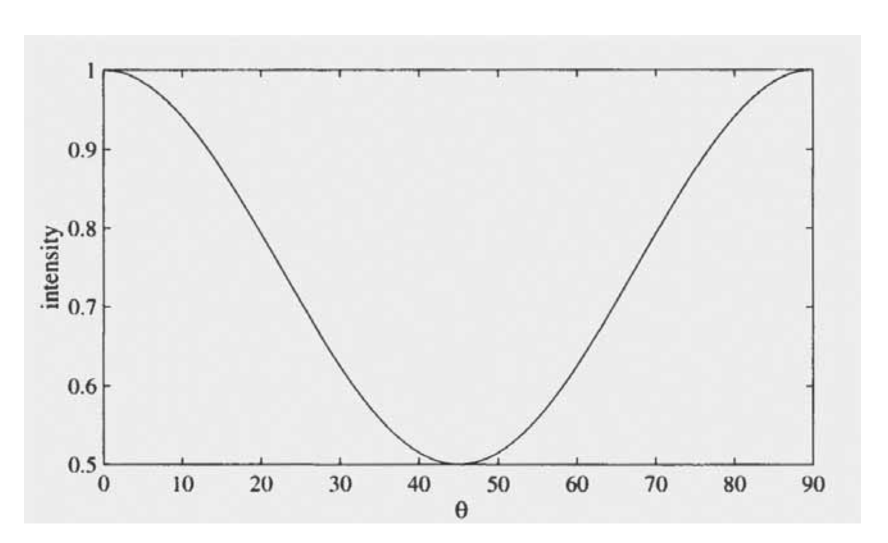
وهي «دالة جيبية» (Sinusodal Function) لحساب السمك.

A.1.12 التخزين المغناطيسي

(1.12) (أ) قدر قابلية النفاذية المغناطيسية المضاعفة نموذج صلب.

$$x = -\mu_0\frac{q^2Zr^2}{4mV} \tag{A1.187}$$
$$= -4\pi \times 10^{-7}\frac{(1.62\times10^{-19}\,C)^2 \times (10^{-10}\,m)^2}{4\times 9.11\times10^{-31}\,kg \times (10^{-10}\,m)^3}$$
$$\approx 110^{-4}$$

(ب) باستخدام ذلك، قدر القوة اللازمة للحقل المغناطيسي لماسك مغناطيسي شوكي، على افتراض أن مُعامِل التدرج ينخفض للصفر عبر الشوكة. عبر عن جوابك بمقياس teslas.



الشكل A.1.13: دوران ربع موجي للوح ما بيت مستقطبين.

(A1.188)

$$F = -V\mu_0 x_m H \frac{H}{d}$$

$$1\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2} = -10^{-3}\,m^3 \times 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{H}{m} \times 10^{-4} \times \frac{H^2}{0.1\,m}$$

$$\Rightarrow H \sim 3 \times 10^6\,\frac{A}{m}$$

$$\Rightarrow B \sim 3\,T$$

وهذا في واقع الحال ممكن (Berryt & Geim, 1997).

(2.12) قدر حجم طاقة التفاعل المغناطيسية المباشرة ما بين اثنين من الإلكترونات الحرة في الصلب، ثم قارن هذا الحجم بطاقة التفاعل الكهربائي للإلكترونين. تذكر أن الحقل المغناطيسي الثنائي القطب $\overrightarrow{m}$ هو:

(A1.189)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\hat{x}(\hat{x}..\vec{m}) - \vec{m}}{|\vec{x}|^3}\right]$$

بالنسبة إلى إلكترون ما، العزم الثنائي القطب هو μ_B، وطاقة التفاعل هي$\mu_B B$ والتباعد المميز هو $1\mathring{A}$، وعليه مع انحياز محاورها سيكون:

$$U = \mu_B \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_B}{|x|^3} \quad \textbf{(A1.190)}$$

$$= \frac{(9.274 \times 10^{-24}\, J\,.\, T^{-1})^2 \times 4\pi \times 10^{-7}\, H\,.\, m^{-1}}{4\pi(10^{-10}\, m)^3}$$

$$= 8.6 \times 10^{-24}\, J \times \frac{1\, eV}{1.602 \times 10^{-19}\, J}$$

$$= 5 \times 10^{-5}\, eV$$

الطاقة الكهروستاتيكية ستكون:

$$U = qV \quad \textbf{(A1.191)}$$

$$= q \frac{q}{4\pi \epsilon_0\, r}$$

$$= \frac{(1.602 \times 10^{-19}\, C)^2}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12}\, F\,.\, m^{-1} \times 10^{-10}\, m}$$

$$= 2.3 \times 10^{-18}\, J \frac{1\, eV}{1.602 \times 10^{-19}\, J}$$

$$= 14\, eV$$

وبمقارنة المعادلة أعلاه مع kT، حيث إنها تساوي $\sim 0.026\, eV$ عند درجة حرارة الغرفة، يتبين لنا لماذا إيعاز القوة الكهروستاتيكية مستقر، في حين ذلك الناتج من إيعاز القوة المغناطيسية لا صلة له بالموضوع.

(3.12) باستخدام المعادلة الخاصة بالطاقة في الحقل المغناطيسي، وضح لماذا:

(أ) ينجذب المغناطيس الدائم إلى المغناطيس الحديدي غير الممغنط.

الطاقة المخزونة ضمن الحقل المغناطيسي هي:

$$U = \frac{1}{2} \int \vec{B}\,.\, \vec{H}\, dV = \frac{1}{2\mu} \int B^2\, dV \quad \textbf{(A1.192)}$$

ولما كانت $\mu \gg 1$ فإن الطاقة في التدفق المغناطيسي العائد ستكون أقل بكثير مما لو كانت ذاهبة من خلال المغنطة الحديدية. إن تقليل تلك الطاقة تدريجياً يُعطينا قوة الجاذبية.

(ب) قطبا نقيض مغناطيس دائم ينجذبان إلى بعضهما.

الطاقة في واحدة من المغناطيس هي:

$$E = \frac{}{2}\int B\ .H\ dV \qquad \textbf{(A1.193)}$$

$$= \frac{1}{2}\int \vec{B}\ \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B}.- \vec{M}\right) d\vec{V}$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{\mu_0}B^2 - \vec{B}\cdot\vec{M}\ \ d\vec{V}$$

سيتم تصغير هذا الحد إذا كان التدفق العائد من إحدى النقاط المغناطيسية في اتجاه مغنطة بقايا من جهة أخرى.

لاحظ أن هذه القوى التي تُرى بالعين المجردة هي على عكس الكمّ الميكانيكية الذي أصله قادم من إيعاز من مغنطة حديدية. فلو تم شطر مغناطيس إلى عدة قطع ومن ثم أُعيد تجميعها كقطعة واحدة، فإن تلك الأجزاء ستتماسك بفعل القوة المغناطيسية التقليدية، ولكن ستبقى تلك الأجزاء منفصلة عن بعضها. هذا يحدث لأنه سيكون هناك تداخل يذكر لدوال الموجة ما بين تلك الأجزاء نظراً لعدم انتظام السطح وتلوثه. على أية حال، إذا تم تنظيف السطح، وضغط عالياً جداً في فراغ الغرفة، يمكن أن تكون تلك الأجزاء متراصة معاً بما فيه الكفاية، وستكون دالة الموجة متداخلة بقوة كافية، وتعود أجزاء المغناطيس لتكون متماسكة مرة أخرى كما لو أنها قطعةٌ مغناطيسيةٌ واحدة.

(4.12) قدر مغنطة التشبُّع للحديد عند 0 K.

لنفترض أن كل ذرة تُسهم بإلكترون حر واحد، وكل إلكترون يمتلك مغنتون بور[*] (Bohr Magneton):

(*) في الفيزياء الذرية، يرمز لـ مغنتور بور بـ (μ_B) وهو عبارة عن ثابِتّ فيزيائي ووحدة قياس طبيعية للتعبير عن العزم المغناطيسي للإلكترون المتسبب إما من الزخم الزاوي أو الزخم الدوراني للإلكترون. وسميت بهذا الاسم لأنه في صيف عام 1913، تم الحصول على هذه القيمة بشكل طبيعي من قبل الفيزيائي الدنماركي نيلز بور (Niels Bohr) نتيجة لنموذج الذرة الذي وضعه (المترجم).

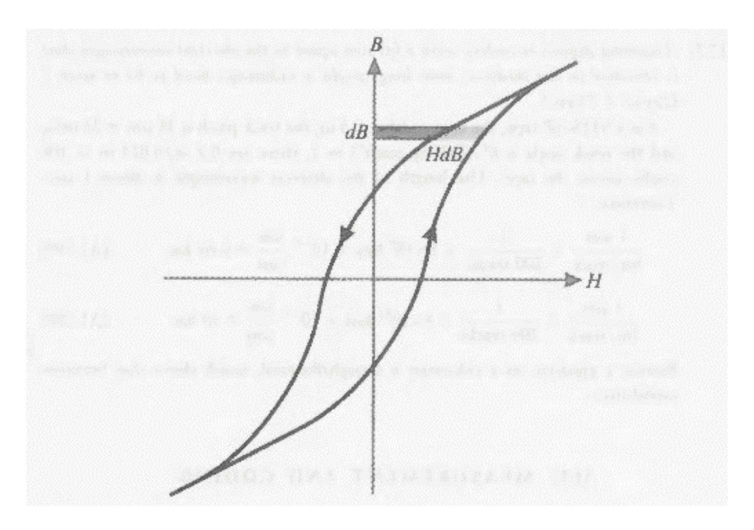
$$\frac{6.02\times10^{23}\ atoms}{55.85\ g}\times\frac{7.86\ g}{1\ cm^3}\times\frac{(100\ cm)^3}{1\ m^3}\times\frac{9.27\times10^{-24}\ J.T^{-1}}{atom}=7.8\times10^5\frac{A}{m} \quad \textbf{(A1.194)}$$

وهذا يتوافق مع حقل B لـ $4\pi\times10^{-7}\ H.m^{-1}\times7.8\times10^5\ A.m^{-1}=0.98\ T$

القيمة المختبرية هي $1.75\times10^6\ A.m^{-1}$، وهذا يبين أن هناك ما يقترب من اثنين من الإلكترونات الحرة في كلّ ذرة.

(5.12) (أ) وضح أن منطقة مغلقة في دارة لولبية التباطؤ في في المستوى (B, H) تساوي تبدد الطاقة عند الدوران حول الدارة اللولبية.

دارة لولبية التباطؤ $B-H$ المشابهة للدوران اللولبي لـ $M-H$، ولكنها مجزوزة بسبب إشباع M، كما أن B تتناسب طردياً مع H (الشكل A1.14). من المعادلة 116.5،



الشكل A1.14: الطاقة المبددة في التغيير التفاضلي عند حلقة التباطؤ.

$$\frac{\partial U}{\partial t}=\vec{E}\ \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{H}\ \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad \textbf{(A1.195)}$$

لذا:

$$\oint \frac{\partial U}{\partial t}\, dt = \oint H \frac{\partial B}{\partial t}\, dt \quad \text{(A1.196)}$$

$$= \int_{right\ curve} H\, dB - \int_{left\ curve} H\, dB$$

الفرق في عناصر التكامل هو ضوء المنطقة المظللة المعروضة، فإذا طبقنا التكامل على هذا المنحني فسوف يُعطينا التكامل مساحة مغلقة.

(ب) قدر قوة التبدد، إذا تم تدوير كغم من الحديد خلال دارة لولبية للتباطؤ عند 60 Hz، قوة مقاومة الحديد $4 \times 10^3\ A/m$.

$$2 \times 0.98\, T \times 2 \times 4 \times 10^3\ \frac{A}{m} = 15680\ \frac{J}{m^3} \quad \text{(A1.197)}$$

$$15680\ \frac{J}{m^3} \times \frac{1\ m^3}{7860\ kg} \times 60\ s^{-1} = 120\ W$$

(6.12) بصورة تقريبة، ما هو التيار المطلوب في السلم المستقيم ليكون قادراً على مسح تسجيل $\gamma - Fe_2O_3$ على مسافة سنتيمتر واحد.

لمحو تسجيل، فإن الحقل الذي هو ضمن الأمر يجبر على تنفيذه:

$$\oint \vec{H}.d\vec{l} = \int \vec{J}\, d\vec{A} \quad \text{(A1.198)}$$

$$2\pi r H = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$I = 2\pi r H$$

$$= 2\pi \times 0.01\, m \times 300\, Oe \times \frac{1\ A\,.\,m^{-1}}{4\pi/10^3\ Oe}$$

$$= 1500\ A$$

يمر مسح الشريط في الممارسة العملية بالعديد من المنعطفات، وبالتباعد الصغير جداً.

(7.12) على افتراض أن التسجيل الرقمي مع حجم البِتّ يكون مساوياً لأقصر طول موجي يتم تسجيله في المتوسط، كم يحتاج شريط الفيديو لتخزين 1 Gbyte؟ 1 Tbyte؟

بالنسبة إلى شريط التسجيل من نوع VHS-SP يكون عرضه 0.5 بوصة، ويكون ملعب المسار(*) (Track Pitch) $\mu m = 23\ mils$، وتكون زاوية المسار 6^{o}. ولو أخذنا جيب تمام الزاوية فستكون النتيجة $\cos 6^{o} \approx 1$، يجب ضرب المسارات بـ $^{0.5\ in}/_{0.023\ in} \approx 200\ tracks$ على طول حجم الشريط. وطول أقصر طول موجي هو ما يقارب $1\ \mu m$. لذا:

$$\frac{1\ \mu m}{bit/_{track}} \times \frac{1}{200\ tracks} \times 8 \times 10^{9} bits \times 10^{-9} \frac{km}{\mu m} = 0.04\ km \quad \textbf{(A1.199)}$$

$$\frac{1\ \mu m}{bit/_{track}} \times \frac{1}{200\ tracks} \times 8 \times 10^{12} bits \times 10^{-9} \frac{km}{\mu m} = 40\ km \quad \textbf{(A1.200)}$$

عملية تخزين 1 غيغابايت على شريط فيديو شيء واضح وصريح، ومازاد على ذلك يصبح باهظ الثمن.

A1.13 القياس والترميز

(1.13) (أ) وضح أن الدوائر الكهربائية في الشكلين 1.13 و2.13 هي تكاملية، تفاضلية، جمع وطرح:

(A1.201)

$$\frac{V_{in}}{R} + CV_{out} = 0 \implies V_{out} = -\int^{t} V_{in}\ dt$$

$$CV_{in} + \frac{V_{out}}{R} = 0 \implies V_{out} = -RC\ V_{in}$$

$$\frac{V_1}{R_{in}} + \frac{V_2}{R_{in}} + \frac{V_{out}}{R_{out}} = 0 \implies V_{out} = -\frac{R_{out}}{R_{in}}(V_1 + V_2)$$

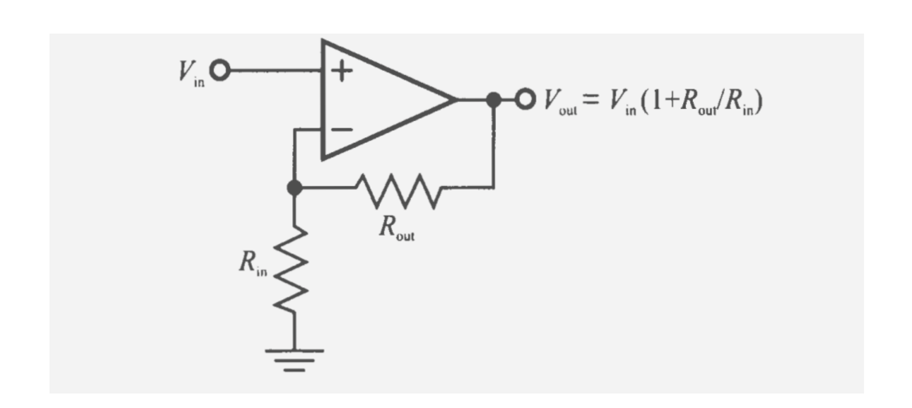
(*) هي في الحاسوب تعني المسافة بين مسارين على السطح حيث كلٌ منهما يؤثر على المسارات الأخرى لكل بوصة أو يؤثر في كثافة المسارات في قرص مرن (المترجم).

$$\frac{V_1 - V_2 \frac{R_{out}}{R_{in} + R_{out}}}{R_{in}} + \frac{V_{out} - V_2 \frac{R_{out}}{R_{in} + R_{out}}}{R_{out}} = 0$$

$$\Rightarrow V_{out} = \frac{R_{out}}{R_{in}} (V_2 - V_1)$$

(ب) صمم مضخّم صوت عمليّاتي. لماذا تلك المضخمات العملياتية هي أقل شيوعاً من تلك العاكسة؟

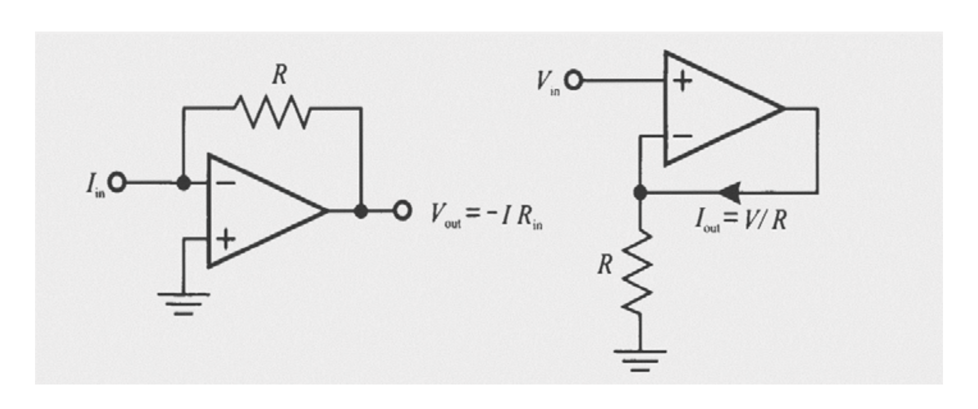
الدائرة الكهربائية تلك مبينة في الشكل (A1.15). وتمتلك هذه الدائرة الكهربائية مدخلات إعاقة عالية أكبر من مكبّر الصوت العاكس، وذلك لأن شبكة التغذية الراجعة لا يمكنها توجيه أي تيار من المدخلات، لكنها أقل مرونة لكون الكسب هنا محدوداً بحيث لا يتعدى 1، ولا يمكن إضافة المدخلات إلى مجموع تيار التقاطع، ويمكن تسوية أداء الدقة بواسطة الحاجة إلى وضع الرفض المشترك الذي هو عكس مدخلات النهاية المفردة في تكوين العاكس.



الشكل A1.15: مكبّر صوت غير عاكس.

صمم ما وراء معاوقة (Transimpedance) (مخرجات ڤولطية تتناسب مع التيار الداخل) وما وراء الموصلية (Transconductance) (مخرجات تيار تتناسب مع ڤولطية الداخلة) لدائرة مضخم صوتي عمليّاتي.

يمكن ملاحظة كلا التصميمين في الشكل (A1.16).



الشكل A1.16: مكبّر ما وراء معاوقة (يساراً)، ومكبّر ما وراء الموصلية (يميناً).

اشتق المعادلة 16.13.

مجموع مدخلات ومخرجات التيار يجب أن تختفي:

$$I_I + I_O = 0 \quad \textbf{(A1.202)}$$

$$I_1 = \frac{V_{PD}}{R_I}$$

$$I_O = -I_I = -\frac{1}{R_I}V_{PD}$$

$$\frac{dI_O}{dt} = -\frac{1}{R_I}\frac{dV_{PD}}{dt}$$

$$I_O = C\left(\frac{dV_F}{dt} - R_O\frac{dI_O}{dt}\right)$$

$$-\frac{1}{R_I}V_{PD} - \frac{R_O C}{R_I}\frac{dV_{PD}}{dt} = C\frac{dV_F}{dt}$$

$$\frac{dV_F}{dt} = -\frac{R_O}{R_I}\frac{dV_{PD}}{dt} - \frac{1}{R_I C}V_{PD}$$

(2.13) إذا كان هناك مضخم صوتي عمليّاتي مع كسب نطاق ترددي ينتج 10 MHz **ودارة لولبية مفتوحة لتيار كهربائي مباشر بكسب لـ** 100 dB **تم تكوينه ليكون مكبّر صوت معكوساً، ضع مخططاً لحجم ومرحلة الكسب على أساس دالة ترددية متغيرة وفق** R_{out}/R_{in}.

تردد مرشح الدارة اللولبية المفتوحة هو:

(A1.203)

$$w_{0l} = \frac{w_1}{G_{0l}} = \frac{10^6 s^{-1}}{10^{100/20}} = 100\ s^{-1}$$

ولربط الكسب بالشبكة الراجعة، تأتي المعادلة الأولى التي تخص ذلك من المضخم العملياتي لمدخلات العاكس:

(A1.204)

$$V_{out} = -G(w)V_-$$

وتأتي المعادلة الثانية من إدراك أن V_- يمكن تحديدها من قبل المقسم المقاوم لما بين المدخلات والمخرجات:

(A1.205)

$$V_- = V_{in} + \frac{V_{out} - V_{in}}{R_{out} + R_{in}} R_{in}$$

إزالة V_- من بين هذه المعادلات سيُعطينا:

(A1.206)

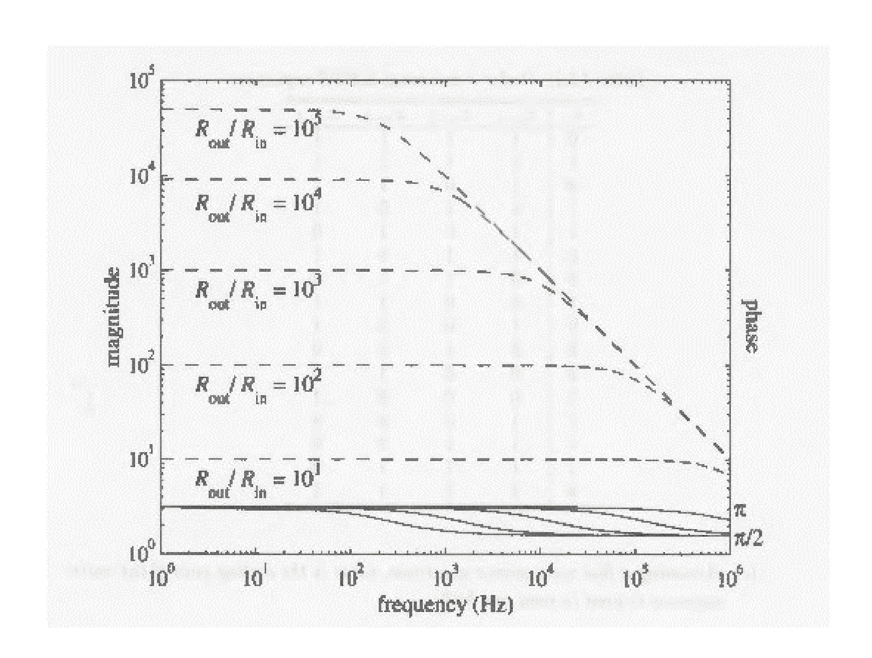
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{G(w)\,{}^{R_{out}}/_{R_{in}}}{G(w) + 1 + {}^{R_{out}}/_{R_{in}}}$$

بالاستعاضة في:

(A1.207)

$$G(w) = \frac{G_{ol}}{1 + i\frac{w}{w_{ol}}}$$

النتائج في هذا المخطط يمكن ملاحظتها في الشكل (A1.17). الكسب العالي التردد، والكسب العالي لعرض نطاق البث، هما أصغر بكثير من كسب الدارة اللولبية المفتوحة، وكسب عرض النطاق الترددي المنتج.



الشكل A1.17: مكبّر صوت عملياتي بجسامة (----)، وطور (▬▬) نسبة إلى القيم المشار إليها في شبكة التغذية الراجعة.

(3.13) مكبّر صوت محكم لديه تردد مذبذب بواقع 100 kHz، ومرشح نطاق مروره Q لـ 50 (تذكر أن Q أو ما يسمى بـ مُعامِل النوعية (Quality Factor) هو نسبة التردد المركزي إلى عرض البث ما بين التردد عند الذي تنخفض فيه القدرة بمُعامِل 2)، والكشف عن المدخلات التي لديها استجابة مستوية بواقع 1 MHz، وعامل ترشيح زمن مخرجات ثانية واحدة. وللتبسيط، لنفترض أن كِلا المرشحين معلومان في نطاق بث مرورهما ويمتلكان انقطاعاً حاداً. قدر القيمة المنخفضة للضجيج عند كل مرحلة للإشارة العاطلة، وذلك باستخدام مضافات الضجيج الأبيض غير المترابطة.

لما كان ضجيج الطيف مسطحاً، لأن ضجيج القدرة يتناسب طردياً مع عرض نطاق البث. فمدخلات عرض نطاق بث المرشح هي:

$$\frac{100\ kHz}{50} = 2\ kHz \qquad \textbf{(A1.208)}$$

وعليه فإن مدخلات المرشح تقلل الضجيج بواسطة:

$$10\log\frac{2\times10^3\ Hz}{10^6\ Hz} = -27\ dB \tag{A1.209}$$

بعد استخلاص الإشارة ستتمدد لتصبح $1\ kHz$، حيث $1\ s$ المرشح يقلل من زيادة ضجيج عرض نطاق البث من خلال:

$$10\log\frac{1\ Hz}{10^3 Hz} = -30\ dB \tag{A1.210}$$

إن مكونات الضجيج التي تمر من خلال كلا المرشحين ستكون أصغر قليلاً من النتيجة أعلاه، وذلك لأن مربع القيمة المتوقعة للضجيج يجب أن يكون معدلها أعلى من ضجيج الطور النسبي والناقل:

$$\frac{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{w}{2\pi}\int_0^{2\pi/w}\sin(wt+\varphi)\sin(wt)^2\ dt\ d\varphi}{\frac{w}{2\pi}\int_0^{2\pi/w}[\sin(wt)\sin(wt)]^2\ dt} = \frac{2}{3} \tag{A1.211}$$

(4.13) (أ) لترتيب أقصى لأربعة مسجلات إزاحة تغذية مرتجعة خطية بين سلسلة البت.

$$x_n = x_{n-1} + x_{n-4} \tag{A1.212}$$

يبين الجدول رقم A1.1 مخرجات أقصى أربعة مسجلات تغذية مرتجعة خطية.

(ب) إذا امتلك مسجل إزاحة تغذية مرتجعة خطية متوسط رقاقة لـ 1GHz، فما هو طول الزمن الذي يستوجب تكراره مع عمر الكون؟

إن عمر الكون يقارب من $\sim 10^{10}$ سنة، فلذا:

$$(2^N - 1)10^{-9}\ s = 10^{10}\ y \times 10^7\frac{s}{y} \tag{A1.213}$$

$$\Longrightarrow\ N \approx 86$$

جدول رقم **A1.1**: ترتيب أقصى أربعة مسجلات إزاحة تغذية مرتجعة خطية بين سلسلة البِتّ:

x_n	x_{n-1}	x_{n-2}	x_{n-3}	x_{n-4}
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
1	0	0	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0
0	1	1	1	1

لنفترض أن هناك قدرة طيف لضجيج معوم، ما مكسب الترميز إذا تمّ استخدام السلسلة كاملةً لإرسال بِتّ واحدة؟

$$10\log_{10} 2^{86} = 259\ dB \qquad \textbf{(A1.214)}$$

(طالما كنت في المتوسط على استعداد للانتظار كل هذا الوقت على مدى دورة كاملة).

(5.13) ما المقصود بـ نسبة الإشارة إلى الضجيج (SNR) الناتج عن تكميم الضجيج في ثمان بتات من مبدّل تماثلي رقمي (A/D)؟ و16 بِتّ؟ وكم يجب أن يكون متوسط الـ 8-Bits ليتناسب مع 16-Bits؟

(A1.215)

$$20\log_{10}2^{8} = 48\,dB$$

$$20\log_{10}2^{16} = 96\,dB$$

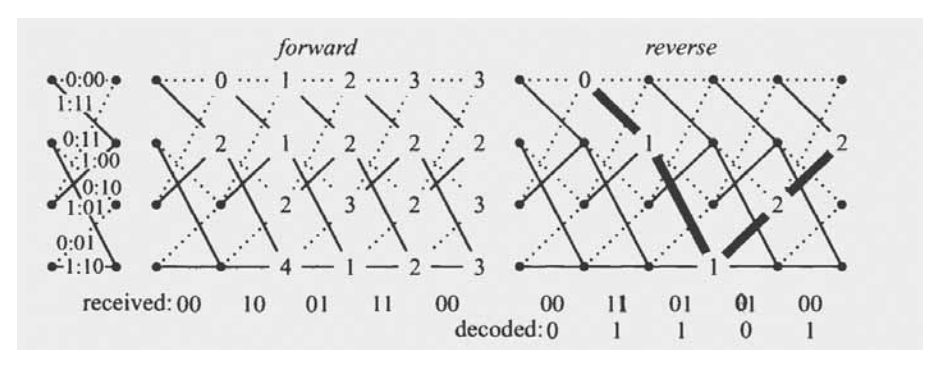
كم يجب أن يكون المتوسط السابق لكي يتناسب مع هذا الأخير؟

(A1.216)

$$2^{8}\sqrt{N} = 2^{16} \Longrightarrow N = \left(\frac{2^{16}}{2^{8}}\right)^{2} = 2^{16} = 65536$$

(6.13) الرسالة المستلمة من قناة الضجيج كانت (c_1, c_2) 00 10 01 11 00، فإذا كانت مرسلة بواسطة التشفير الملتوي كما في الشكل (20.13)، فما البيانات التي تم تحويلها؟

التعريشة المبينة في الشكل (A1.18) تُظهر الخطأ في كل عقدة وجدت أنها تمرر نحو الأمام، ومن ثم تتقهقر إلى الوراء لتجد المسار مع أصغر خطأ أخير. فتسلسل تصحيح الخطأ 00 01 01 11 00 يصلح خطأ اثنتين من البِتّات ليُعطي بيانات فك شفرة 1 0 1 1 0.



الشكل A1.18: فكّ ترميز رموز فيتربي (Viterbi code).

A1.14 محولات الطاقة

(1.14) هل وسع تيلور (Taylor) المعادلة (6.14) عندما تكون $V = 0$.

تاريخياً يعتبر هذا السؤال خدعة مهمة، شروط التوسع سوف تتفجر لأن الدالة الحسابية هنا ليست تحليلية عند $V = 0$، وهو ما يعني أنه ليس بالإمكان إيجاد زوج كوبر (وبالتالي لا يمكن العثور عليها) من خلال نظرية الاضطراب (Perturbation Theory) الحل حول الجسيمات الحرة لـ قيمة V الصغيرة.

(2.14) إذا كان جهاز التداخل الكمومّي فائق الموصلية (SQUID) ذو المساحة $A = 1cm^2$ بإمكانه كشف تدفق واحد من الكمّ، فما المسافة التي يمكن فيها تلمس الحقل الكهربائي من الأسلاك التي تحمل 1 أمبير؟

(A1.217)

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\Phi_0}{A}$$

$$4\pi \times 10^{-7}\, H.m^{-1} \times \frac{1\,A}{2\pi r\,(m)} \times \frac{10^4\,G}{1\,T} = \frac{2.07 \times 10^{-7}\,G.cm^2}{1\,cm^2}$$

$$r = 9.6 \times 10^3\, m$$

مجرد شيء للتواصل مع غواصتك الخاصة (Davis et al., 1977).

(3.14) إذا كانت الموسطات النموذجية لمرنان هي:

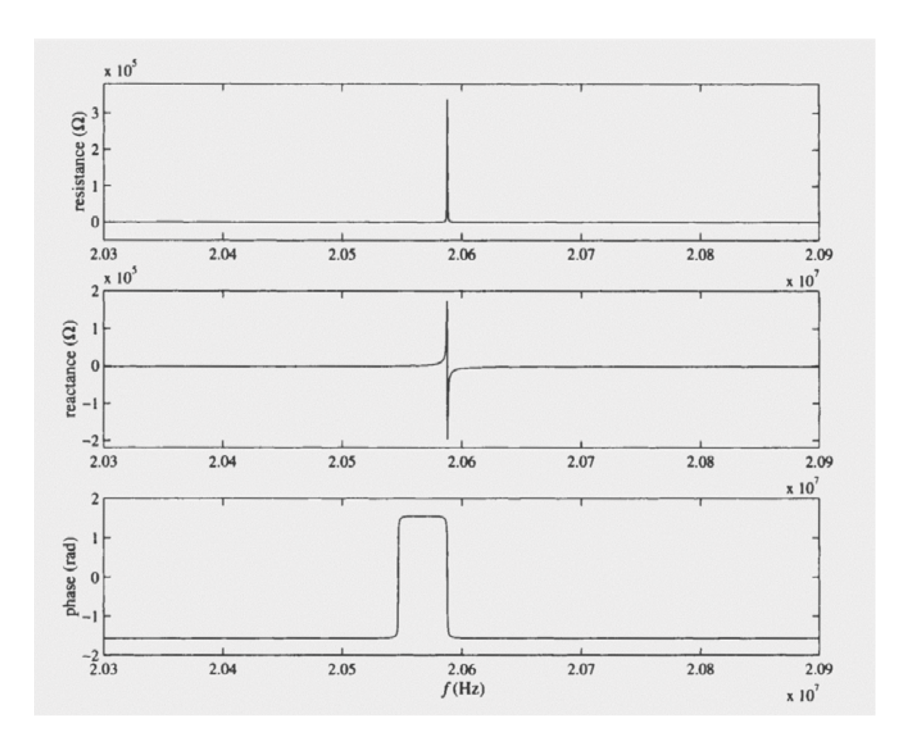
$$C_e = 5\,pF, C_m = 20fF, L_m = 3mH, R_m = 6\Omega$$

اشكل واشرح تبعية تفاعل هذه المعلومات (الجزء الخيالي للإعاقة)، والمقاومة (الجزء الحقيقي)، وزاوية الطور للإعاقة على التردد.

(A1.218)

$$Z = \frac{\left[\frac{1}{iwC_m} + iwL_m + R_m\right]\frac{1}{iwC_e}}{\frac{1}{iwC_m} + iwL_m + R_m + \frac{1}{iwC_e}}$$

تم توضيح ذلك في الشكل (A1.19). ففي حدود عملية النهاية Limit في التردد المنخفض:



الشكل A1.19: مرنان كوارتز متذبذب.

(A1.219)

$$\lim_{w\to 0} Z = \frac{\frac{1}{iwC_m}\frac{1}{iwC_e}}{\frac{1}{iwC_m}+\frac{1}{iwC_e}} = -i\frac{\frac{1}{wC_m}\frac{1}{wC_e}}{\frac{1}{wC_m}+\frac{1}{wC_e}}$$

الطور هو (-90°) $-i$. وينطبق الشيء ذاته في عملية النهاية Limit للتردد العالي:

(A1.220)

$$\lim_{w\to\infty} Z = \frac{iwL_m\frac{1}{iwC_e}}{iwL_m} = \frac{1}{iwC_e} = -i\frac{1}{wC_e}$$

وفيما بينَ بين هناك نوعان من الرنين. الأول هو سلسلة واحدة عند $w = 1/\sqrt{L_m C_m}$

(A1.221)

$$Z_{series} = \frac{R_m\frac{1}{iwC_e}}{R_m+\frac{1}{iwC_e}} \approx R_m$$

وذلك لأن R_m قيمتها صغيرة. فقط فوق هذا، لنتوسع حول $w - 1/\sqrt{L_m C_m} = \delta w$ فتُعطينا:

(A1.222)

$$Z \approx \frac{[2i\delta w L_m + R_m]\frac{1}{iwC_e}}{2i\delta w L_m + R_m + \frac{1}{iwC_e}} \approx 2i\delta w L_m$$

الآن الطور هو $+i$. في النهاية هناك رنين متوازٍ عند:

(A1.223)

$$w = \frac{1}{\sqrt{L_m C_m C_e/(C_m + C_e)}}$$

وهذا أمرٌ وثيق للغاية بسبب $C_m \ll C_e$، وعليه

(A1.224)

$$Z_{parallel} \approx \frac{R_m \frac{1}{iwC_e}}{R_m}$$

وهنا يعود إلى الطور $-i$. المنطقة ما بين هذين الرنينين يمكن ضبط ترددها على مدار الساعة (أو ضبط الانحراف).

(4.14) إذا سارت سفينة على خط الاستواء مستخدمة أحد كرونومترات جون هاريسون للتنقل، ما هو الخطأ في الموقع بعد شهر واحد؟ وما هو الخطأ لو تم استخدام شعاع السيزيوم الساعة الذرية؟

$$\frac{60\,sec}{1\,min} \times \frac{60\,min}{1\,hour} \times \frac{24\,hours}{1\,day} \times \frac{30\,days}{1\,month} \times \frac{2\pi \times 6.38 \times 10^6\,m}{60 \times 60 \times 24\,sec} \times 10^{-5} = 11\,km$$

$$\frac{60\,sec}{1\,min} \times \frac{60\,min}{1\,hour} \times \frac{24\,hours}{1\,day} \times \frac{30\,days}{1\,month} \times \frac{2\pi \times 6.38 \times 10^6\,m}{60 \times 60 \times 24\,sec} \times 10^{-12} = 1\,mm$$

(5.14) قمر صناعي لنظام تحديد المواقع عالمياً (GPS) يدور على ارتفاع 20,180 كمّ:

(أ) كم سرعة مساره؟

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad \textbf{(A1.225)}$$

$$v = \left(\frac{GM}{r}\right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ .\ kg^{-1}\ .\ s^{-2} \times 5.98 \times 10^{24}\ kg}{2.02 \times 10^7\ m + 6.38 \times 10^6\ m}\right)^{1/2}$$

$$= 3.87 \times 10^3\ \frac{m}{s}$$

ما الفترة الزمنية المدارية؟

$$\frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 2.66 \times 10^7\ m}{3.87 \times 10^3\ m\ .\ s^{-1}} \quad \textbf{(A1.226)}$$

$$= 4.31 \times 10^4\ s$$

$$= 12\ hr$$

(ج) قدر النسبية الخاصة للتصحيح على مدار واحد ما بين الساعة في القمر الصناعي لنظام تحديد المواقع عالمياً والساعة الأرضية. أيُّ الساعتين تسير أبطأ؟

لنتجاهل سرعة سطح الأرض البطيئة:

(A1.227)

$$t_{Earth} - t_{satellite} = t_{Earth}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

$$= 4.3 \times 10^4\ s \times \left(1 - \sqrt{1 - \left(3.87 \times 10^3\ {}^{m}\!/_{3.00} \times 10^8\ m\ .\ s^{-1}\right)^2}\right)$$

$$= 3.6 \times 10^{-6}\ s$$

تعمل ساعة القمر الصناعي بشكل أبطأ.

ما هو تصحيح النسبية – العامة على مدار واحد؟ وأي الساعتين تسير أبطأ؟

(A1.228)

$$t_{Earth} - t_{satellite} = t_{Earth}\left(1 - \frac{1 - \frac{GM}{\acute{r}\,c^2}}{1 - \frac{GM}{rc^2}}\right)$$

$$= 4.31 \times 10^4\,(s) \times \left(1 - \frac{1 - \frac{6.67 \times 10^{-11}\,m^3\,.\,kg^{-1}\,.\,s^{-2} \times 5.98 \times 10^{24}\,kg}{2.66 \times 10^7\,m \times (3.00 \times 10^8\,{}^{m}/_{s})^2}}{1 - \frac{6.67 \times 10^{-11}\,m^3\,.\,kg^{-1}\,.\,s^{-2} \times 5.98 \times 10^{24}\,kg}{6.38 \times 10^6\,m \times\times (3.00 \times 10^8\,{}^{m}/_{s})^2}}\right)$$

$$= -22.8 \times 10^{-6}\,s$$

يعمل القمر الصناعي أسرع.

تتناغم هذه الأرقام بصورة جيدة تتفق مع ما هو ملاحظ، ومع حساب جميع الآثار النسبية (Schwarze et al., 1993).

A1.15 كمّ الحاسبات والاتصالات

(1.15) كيف يمكن تتغير مبرهنة إيهرنفست (Ehrenfest's Theorem) **إذا كانت الظاهرة تعتمد على الزمن الصريح؟**

(A1.229)

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{A}(t)\rangle = \frac{d}{dt}\langle\psi(t)|\hat{A}(t)|\psi(t)\rangle$$

$$= \langle\psi(t)\left|\hat{A}\frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} + \frac{d\langle\psi(t)|}{dt}\hat{A}\right|\psi(t)\rangle + \langle\psi(t)\left|\frac{d\hat{A}}{dt}\right|\psi(t)\rangle$$

$$= \frac{1}{ih}\langle\psi(t)|\hat{A}\hat{H}|\psi(t)\rangle - \frac{1}{ih}\langle\psi(t)|\hat{H}\hat{A}|\psi(t)\rangle + \langle\psi(t)\left|\frac{d\hat{A}}{dt}\right|\psi(t)\rangle$$

$$= \frac{1}{ih}\langle\psi(t)|[\hat{A},\hat{H}]|\psi(t)\rangle + \langle\psi(t)\left|\frac{d\hat{A}}{dt}\right|\psi(t)\rangle$$

$$= \frac{1}{ih}\langle[\hat{A},\hat{H}]\rangle + \langle\frac{d\hat{A}}{dt}\rangle$$

(2.15) بين أن $Tr\left(\hat{P}^2\right) \le 1$.

$$Tr(\hat{p}^2) = \sum_n \langle n|\hat{p}\hat{p}|n\rangle \quad \text{(A1.230)}$$

$$= \sum_n \langle n \left| \sum_{\acute{n}} p_{\acute{n}} \right| \acute{n}\rangle \langle \acute{n} \left| \sum_{n''} p_{n''} \right| \rangle \langle n''|n\rangle$$

$$= \sum_n p_n \langle n|p_n|n\rangle$$

$$= \sum_n p_n^2$$

$$\leq 1$$

(3.15) (أ) استخدم مصفوفات باولي في الأساس الذاتي لـ z في المعادلة (71.15)، جدّ المتجه الذاتي لكلٍ من $\hat{\sigma}_x$ و $\hat{\sigma}_y$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{(A1.231)}$$

الحالة $(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ تمتلك $m_x = \frac{1}{2}$ والحالة $(-|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ تمتلك $m_x = -\frac{1}{2}$،

وبالمثل،

$$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \text{(A1.232)}$$

والحالة $(|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ تمتلك $m_y = \frac{1}{2}$ والحالة $(-|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ $m_y = -\frac{1}{2}$.

(ب) استخدم نتائج المسألة أعلاه، طبقها على حالة مفردة $|\psi\rangle = \frac{(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2)}{\sqrt{2}}$ وأسقطها $\left|m_x = 1/2\right\rangle_1 \left\langle m_x = 1/2\right|_1$ على حالة $m_{1x} = 1/2$ لأول دوران حلزوني. ما الحالة التي ستتخلف في الدورة الحلزونية الثانية؟ أعد الكرة في اتجاه y:

(A1.233)

$$|m_x = 1/2\rangle_1 \langle m_x = \frac{1}{2}|_1 |\psi\rangle$$

$$= (|\uparrow\rangle_1 + |\downarrow\rangle_1)(\langle\uparrow|_1 + \langle\downarrow|_1)|\psi\rangle$$

$$= (|\uparrow\rangle_1\langle\uparrow|_1 + |\downarrow\rangle_1\langle\uparrow|_1 + |\uparrow\rangle_1\langle\downarrow|_1 + |\downarrow\rangle_1\langle\downarrow|_1)|\psi\rangle$$

$$= (|\uparrow\rangle_1\langle\uparrow|_1 + |\downarrow\rangle_1\langle\uparrow|_1 + |\uparrow\rangle_1\langle\downarrow|_1 + |\downarrow\rangle_1\langle\downarrow|_1)(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2)$$

$$= |\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 - |\uparrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2$$

$$= (|\uparrow\rangle_1 + |\downarrow\rangle_1)(-|\uparrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_2)$$

$$= |m_x = 1/2\rangle_1 |m_x = -1/2\rangle_2$$

(لنتجاهل التعبير). النقاط الدورانية الثانية في الاتجاه المعاكس للأولى، بحيث $m_{1x} = -m_{2x}$. كما أن حسابات مماثلة أظهرت أن $m_{1y} = -m_{2y}$.

(ج) كيف تتم عملية ضرب القيم الذاتية ذات الصلة $m_{1x}m_{2y}$ و $m_{1y}m_{2x}$؟

بضربها ببعضها البعض:

(A1.234)

$$m_{1x}m_{2y} = m_{1y}m_{2x}$$

(د) لنُسلم أن $\vec{\sigma}_1$ تتبادل مع $\vec{\sigma}_2$، فما النتيجة النهائية التي تدل على العلاقة ما بين $\langle\psi|\vec{\sigma}_{1x}\vec{\sigma}_{2y}|\psi\rangle$ و $\langle\psi|\vec{\sigma}_{1y}\vec{\sigma}_{2x}|\psi\rangle$؟

لأنها تعمل على التبادل، فإن قيمها يمكن تحديدها بشكل مستقل. إن الانتقال بالقيم الذاتية من المشغلين، معادلة رقم (A1.234) يمكن أن تُشير إلى:

(A1.235)

$$\langle\psi|\hat{\sigma}_{1x}\hat{\sigma}_{2y}|\psi\rangle = \langle\psi|\hat{\sigma}_{1y}\hat{\sigma}_{2x}|\psi\rangle$$

(هـ) في الأساس الذاتي لـ z، اشتغل على الضرب الموتِّر لتقييم $\langle\psi|\vec{\sigma}_{1x}\vec{\sigma}_{2y} + |\vec{\sigma}_{1x}\vec{\sigma}_{2y}|\psi\rangle$.

متجه الحالة هو:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2) \tag{A1.236}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\0\end{pmatrix}$$

والعوامل هي:

$$\hat{\sigma}_{1x}\hat{\sigma}_{2y} + \hat{\sigma}_{1y}\hat{\sigma}_{2x} = \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0 & -i\\i & 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0 & -i\\i & 0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix} \tag{A1.238}$$

$$= \begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & -2i\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\2i & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

ولهذا:

$$\langle\psi|\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{1x}\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{2y} + \widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{1y}\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{2x}|\psi\rangle = 0 \tag{A1.239}$$

(ح) قارن نتائج آخر مسألتين من هذا السؤال (دال، وهاء). ماذا حدث؟

تلك فيها اختلاف. لقد كان الخطأ في الانتقال من القيم الذاتية في المعادلة (A1.234) إلى العوامل في المعادلة (A1.235). فإذا كان قياس m_{1x} يحدد m_{2x}، وإذا كان قياس m_{1y} يحدد m_{2y}، ولكن $\hat{\sigma}_{1x}$ لا تتبادل مع $\hat{\sigma}_{2x}$، فإن هذه القياسات لا يمكنها أن تتم بصورة مستقلة. المعادلة (A1.234) تجمع بين نتائج تجربتين غير متوافقتين في تعبير جبري واحد، فلذلك لا يمكن أن يكون محتملاً وقوعه إلا إذا كان النظام يحتوي على معلومات داخلية تجعله يتذكر ما يستوجب القيام به في القياسات الناجحة بدلاً من امتلاكنا النتائج المحددة

عند زمن القياس. إن جميع النظريات المتاحة ونقاط الأدلة المختبرية لهذا الأخير، تكون العشوائية ظاهرة في ميكانيكيا الكمّ، هو أمرٌ جوهري وليس نتيجة لمعلومات غير كاملة (Peres, 1990).

(4.15) باستخدام التمثيل الطيفي، اشتغل على عامل الدوران المرتبط مع مصفوفات بولي للدوران الحلزوني.

باستخدام القيم الذاتية والمتجهات الذاتية التي وجدناها في المسألة السابقة:

(A1.240)

$$\hat{\sigma}_x = 1 \times \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \times \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\hat{R}_x(\theta) &= e^{-i\theta \hat{L}_x/_h} \\
&= e^{-i\hat{\sigma}_x\theta/_2} \\
&= e^{-i\theta/_2}\ \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + e^{i\theta/_2}\ \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \cos\frac{\theta}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - i\sin\frac{\theta}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \cos\frac{\theta}{2}\ \hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\ \hat{\sigma}_x \\
&= \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -i\sin\frac{\theta}{2} \\ -i\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{R}_y(\theta) &= \cos\frac{\theta}{2}\ \hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\ \hat{\sigma}_y \\
&= \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{R}_z(\theta) &= \cos\frac{\theta}{2}\ \hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\ \hat{\sigma}_z \\
&= \begin{pmatrix} e^{-i\theta/_2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/_2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

(5.15) جد المصفوفة التي تمثّل بوابة الجذر التربيعي للنفي $\sqrt{NOT}$ التي عندما تُطبق مرتين تُعطي بوابة نفي NOT (لا تقلق بشأن الحصول على علامات لآخر حالة صحيحة).

(A1.241)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

تطبيق واحد يخلق التراكب، وتنفيذ ذلك يؤدي إلى حدوث المبادلة مرتين لحالات الذروة.

(6.15) بين أن تطبيق تحولات هادمارد بشكل فردي إلى N من البِتّات الكموميّة، بحيث يكون كلٌ منها في حالة $|0\rangle$، يعرض تلك الحالات إلى تراكب متساوٍ من الحالات المنطقية الممكنة.

يمكن ملاحظة ذلك من خلال الاستقراء في مثال واحد:

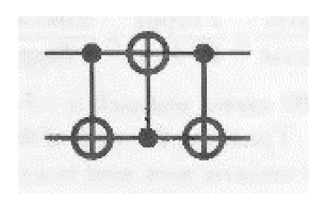
$$|0\rangle|0\rangle|0\rangle \rightarrow (|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) \tag{A1.242}$$

$$= (|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle + |01\rangle)(|10\rangle + |11\rangle)$$

$$= (|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle)$$

$$+(|100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle)$$

(7.15) ماذا عمل تلك الدائرة الكهربائية؟



$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix} \tag{A1.242}$$

$$=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

وتدعى هذه بـ بوابة المقايضة. وهي تعكس المؤشرات، وتبادل الكيزبتات.

الثبت التعريفي

اقتران J (J Coupling): وصلة ربط تستخدم في أنظمة الموجات الدقيقة تتألف من أربعة مستطيلات تعمل كدليل للموجات الدقيقة. وتلتقي هذه المستطيلات الأربعة في تقاطع واحد ثلاثي الأبعاد. وقد تم اكتشاف هذا الجهاز في غضون الحرب العالمية الثانية من قبل و. أ. تيريل (W. A. Tyrell) العامل في مختبر بيل (Bell Lab) الذي أفصح عن نتائج هذا الجهاز في ورقة علمية نُشرت بإيرلندا عام 1947م.

إنتروبي (Entropy): في نظرية المعلومات بشكل أكثر تحديداً (Shannon Entropy) هو القيمة المتوقعة (المتوسط) للمعلومات الواردة في كل رسالة وردت. هكذا الاعتلاج يميز الشكوك حول مصدر من مصادر المعلومات والمصادر الأكبر عشوائية. ويتميز المصدر أيضاً بالتوزيع الاحتمالي من العينات المستخلصة منه. والفكرة هنا هي، إنه من المنطقي تحديد المعلومات الموجودة في السلبية للوغاريتم توزيع الاحتمالات. والتوزيع الاحتمالي للأحداث، إلى جانب كمّية من المعلومات من كل حدث، قد يشكل المتغير العشوائي الذي (وهو ما يسمى أيضاً القيمة المتوقعة) متوسط كمّية المعلومات الناتجة عن هذا التوزيع.

بوليمير بوليميد (Polymer Polyimide): يختصر أحياناً كتابةً بـ (PI) وهو بوليمير من الفصيلة الأحادية لـ إيميد. وقد دخل في عملية الإنتاج الضخم منذ عام 1955. حيث يتمتع بميزة ارتفاع حرارة مقاومته، وله تطبيقات متنوعة منها تلك التي تتطلبها المواد العضوية الوعرة، على سبيل المثال خلايا الوقود.

تأثير ساغنياك (Sagnac Effect): (وتسمى أيضاً تدخل ساغنياك)، وهي تسمية

نسبة إلى الفيزيائي الفرنسي جورج ساغناك (Georges Sagnac)، وهي ظاهرة يمكن مواجهتها في التداخل الذي يثار بالتناوب. وتتجلى هذه الظاهرة في إعداد يسمى تداخل الحلقة. حيث يتم تقسيم شعاع الضوء إلى شعاعين لمتابعة نفس المسار ولكن في اتجاهين متعاكسين. ليكون بمنزلة حلقة مسار يجب أن تحدد منطقة مسار الشعاع، وإذا ما عادت حزمة من الأشعة للدخول من نقطة ما لا يسمح للخروج من تلك النقطة إلّا لشعاعين خاضعين للتداخل.

تحويل - زي (z-Transform): في علم الرياضيات ومعالجة الإشارات، يعني تحويل سلسلة من الأرقام الحقيقية أو المعقدة، إلى مجال تردد معقدة. ويمكن مضاهاة هذه النظرية بمعادلة تحويل لابلاس (Laplace Transform) حيث يتم اكتشاف هذا التشابه في نظرية المقياس الزمني لحساب التفاضل والتكامل.

تقليب (Flipping): التقليب مصطلح يستخدم في المقام الأول في الولايات المتحدة لوصف شراء الأصول المدرة للدخل وسرعة إعادة بيعها من أجل الربح. وعلى الرغم من أن التقليب يمكن أن ينطبق على أي أصول أخرى، إلا أنه غالباً ما يطبق هذا المصطلح على العقارات والاكتتابات العامة الأولية، ويبدو أن تقلب قيمة مدخلات البِتّ في الفيزياء واكتسابها ڤولطية مختلفة من وقت إلى آخر هو الذي دفع المؤلف إلى استخدامه.

توموغرافية (Tomography): ويسمى بالتصوير المقطعي الذي يشير إلى التصوير بواسطة الأقسام أو التقطيع، ويتم من خلال استخدام نوع من اختراق الموجات. وقد شاع هذا الأمر حتى أصبح اليوم مستخدماً في الأشعة بأنواعها، وعلم الآثار، وعلم الأحياء، وعلوم الغلاف الجوي والجيوفيزياء، وعلم المحيطات، وفيزياء البلازما، وعلوم المواد، والفيزياء الفلكية ومعلومات الكمّ، وغيرها من العلوم. ففي معظم الحالات يقوم هذا التصوير بإجراء حساب رياضي يسمى إعادة الإعمار الشعاعي الطبقي.

حصار كولوم (Coulomb Blockade): يرمز بـ (CB) وقد سميت بهذا الاسم نسبة إلى مكتشفها الفيزيائي شارل أوغستين كولوم، وأحياناً يطلق عليها مصطلح قوة كولوم الكهربائية. وهذه القوة تزيد المقاومة عند ڤولطية انحياز صغيرة نابعة من جهاز إلكتروني واحد على الأقل وذي سعة نفق تقاطع منخفضة.

خوارزمية RSA (RSA Algorithem): هي واحدة من أهم خوارزميات التشفير العامة وتستخدم بصورة شائعة جداً لتحويل البيانات السرية بشكل آمن. وتكمن أهمية نجاحها باستخدامها عوامل رقمية من الأرقام الأولية الكبيرة التي

لا يمكن فك شفرتها بسهولة موثوقة. وسميتْ بخوارزمية RSA نسبة إلى الأحرف الأولى من أسماء العائلة لمكتشفيها وهم على التوالي رون ريفست (Ron Rivest) أدي شامير (Adi Shamir) وليونارد أدلمان (Leonard Adleman)، وكان أول ظهور لهذه الخوارزمية عام 1977م.

دارة لولبية التباطؤ (Hysteretic): كلمة إغريقية تعني إذا تعرض جسم ما إلى مجال ما فإن تلك الحالة تخلف أثراً يتم فيه تغيير القوى المؤثرة في الجسم. ولعل خير تسمية وصفية لهذا المصطلح هو التخلفية. وهي نزعة المادة الممغنطة إلى البقاء في حالة مغناطيسية.

دخان ومرايا (Smoke and Mirrors): مفهوم كثيراً ما يستخدم في علم الفيزياء للتورية عن الوضوح والغشاوة في المواضيع، فعلى سبيل المثال، يشير مفهوم الدخان والمرايا في الفيزياء البيئية إلى تلوث الغلاف الجوي من الغازات المسببة للاحتباس الحراري «الدخان»، في حين يتعلق مفهوم «مرايا» بأحد الحلول الممكنة.

دائرة كهربائية متكاملة واسعة نطاق (Very-Large-Scale Integration) (VLSI): هي عملية إنشاء الدوائر المتكاملة (IC) من خلال الجمع بين الآلاف من الترانزيستورات في رقاقة واحدة. بدأت تقنية VLSI في 1970s عندما جرى تطوير تقنيات أشباه الموصلات والاتصالات المعقدة. وقبل إدخال تكنولوجيا VLSI كانت معظم الوظائف الكهربائية المرحلية عبارة عن مجموعة محدودة من الوظائف التي يمكن أن تؤدي إلى عمل كفاءته محدودة.

سيمتك (Smectic): سائل يدل أو من السوائل التي تنطوي على حالة من التبلور السائلي تتوجه جزيئات بالتوازي ومرتبة في مسطحات واضحة المعالم.

شاشات السائل البلوري (Liquid Crystal Displays) (LCDs): تستخدم في صنع شاشات التلفزيونات، وتُدعى بتلفزيونات شاشات السائل البلوري (LCD TV)، وهي أجهزة التلفزيون التي تستخدم فيها تكنولوجيا العرض LCD لإنتاج الصور – التلفزيونية، إذ تتصف بأنها أرق وأخف وزناً من شاشات أنبوب الأشعة المهبطية (RCT) المشابهة من حيث الحجم والعرض لشاشات الصمام الثنائي الباعث.

شاشات العرض المسطحة (Flat Panels Display): التي تشمل عدداً متزايداً من تقنيات العرض البصرية الإلكترونية. وأخف بكثير وأرق من أجهزة التلفزيون التقليدية وشاشات الفيديو التي تستخدم أنابيب أشعة الكاثو، وعادة ما يكون سمكها

أقل (10cm-3.9cm)، ويمكن تقسيم شاشات العرض المسطحة إلى فئتين من تكنولوجيا العرض العام: متقلبة وثابتة، وكثيراً ما تستخدم اليوم شاشات لأجهزة الحاسوب.

شكل الموجة (Waveform): منحنٍ يظهر على شكل موجة في وقت معين. ومع تطور النبض يمكن للموجة الناقلة أن تصبح مرحلتها خارج سعتها المقصودة، مما يؤدي إلى خلق مجموعة متنوعة ومختلفة من الطول الموجي الكهربائي في ذلك المجال الذي تعمل فيه.

صمام ثنائي باعث (LED) (A Light-Emitting Diode): هو مصدر ضوء من اثنين من شبه موصلات مصنوعة من الرصاص ينبعث منهما الضوء، عند تفعيلهما، وذلك عندما يتم تطبيق الجهد المناسب لتؤدي الإلكترونات قدرتها على إعادة تجميع الثقوب مع الإلكترون داخل الجهاز، والإفراج عن الطاقة في شكل فوتونات ضوئية.

صمام ثنائي ضوئي انهيالي (Avalanche Photo Diode): هو مكشاف ضوئي قائم على أشباه الموصلات الضوئية التي تعمل مع الجهد العكسي بصورة عالية نسبياً قد تصل عادة إلى عشرات أو حتى مئات ڤولطيات.

ضجيج الطلقة أو ضجيج بويسون (Poisson Noise): هو عبارة عن نوع من الضجيج الإلكتروني الذي يمكن أن يكون على غرار عملية بويسون. ففي مجال الإلكترونيات يمكن تتبع إلكترونات ضجيج الطلقة بطبيعة منفصلة من الشحنة الكهربائية. فضجيج الطلقة يحدث حتى في عد الفوتونات في الأجهزة البصرية، حين يرتبط ضجيج الطلقة مع طبيعة جسيمات الضوء. أما ما يسمى بعملية بويسون، فهي مأخوذة من نظرية الاحتمالات التي تكون عشوائية حين تحصي عدد الأحداث وأوقات حدوثها في فترة زمنية معينة.

ضوئيات (Photonics): علم الفوتونيك، يهتم فيزيائياً بخصائص كوانتا الضوء.

عنونة إلكترونية (Electronic Addressability): هي قدرة جهاز رقمي للرد بشكل فردي على رسالة أرسلت إلى العديد من الأجهزة المماثلة. ومن الأمثلة على ذلك الهواتف المحمولة وقمة مجموعة صناديق تلفزيون الأجر. كما أن شبكات الكمبيوتر هي أيضاً معنونة عن طريق رقم MAC على بطاقات شبكة الإنترنت، وبروتوكولات الشبكات المماثلة مثل بلوتوث. ويسمح هذا للبيانات أن يتم إرسالها في الحالات التي يكون فيها من غير العملي (أو المستحيل، كما هو الحال مع أجهزة لاسلكية) للتحكّم بالضبط أين أو إلى الأجهزة التي يتم إرسال الرسالة فيزيائياً.

فيرمون (Fermions): يمكن أن يكون جسيمات أولية مثل الإلكترون، ويمكن أن يكون جسيمات مركبة مثل البروتون. ووفقاً لنظرية الدوران الحلزوني الإحصائية، فإنه في أي نظرية مجال كمّي نسبية معقولة، إن الجسيمات التي تدور دوراناً حلزونياً بعدد صحيح هي بوزونات، في حين أن الجزيئات التي تدور حلزونياً بنصف عدد الصحيح هي الفيرمونات.

مشاكل إشباعية (SAT Problems) (Satisfiability Problems): في علوم الكمبيوتر الإشباعية (Satisfiability) تعني مشكلة منطقية، وتسمى أحياناً بالإشباعية الاقتراحية وتعني مشكلة تحديد ما إذا كان يوجد تفسير يرضي صيغة منطقية معينة أم لا.

مصابيح فوق بنفسجية للصمامات الثنائية الباعثة (UV LED): UV هي مختصر لكلمة (Ultraviolet) وتعني الأشعة فوق البنفسجية، والضوء الناتج عنها هو إشعاع كهرومغناطيسي ذو طول موجي يقع ما بين 400 نانومتر و10 نانومتر، وهو أقصر من الضوء المرئي ولكن يأخذ وقتاً أطول من الأشعة السينية في الوضوح.

معادلات فيزيائية خطية خمس (Fab): في الفيزياء، المعادلات الأساسية الخمس المستخدمة فيها (متوسط السرعة = المسافة/ الزمن، والتعجيل = (السرعة النهائية – السرعة الأولية)/ الزمن، والمسافة = (السرعة الأولية * الزمن + ½ التعجيل في مربع الزمن)، ومتوسطة السرعة النهائية = (السرعة النهائية – السرعة الأولية)/ 2، ومربع السرعة النهائية = مربع السرعة الأولية + 2 التعجيل * المسافة).

مُعامِل هاملتون (Hamilton): هو مُعامِل اكتشفه العالم الرياضياتي البريطاني السير وليام روان هاملتون (Sir William Rowan Hamilton) عام 1883، حيث يدل هذا المُعامِل على المفاهيم المستخدمة في وصف الموجات الميكانيكية للجسيمات، وطبقه على وظائف مميزة في مجال البصريات والميكانيكا النيوتونية، مما أدى إلى ولادة علم جديد في القرن العشرين يُدعى الآن بـ الشكلية الهاملتونية الميكانيكية نسبة إليه.

ملاحظات علمية (Artifacts): وتكتب أحياناً (Artefacts) وهي تعني ملاحظة شيء في التحقيق العلمي أو التجربة ليس موجوداً أصلاً بشكل طبيعي ولكن يحدث نتيجة لإجراء إعدادي أو تحقيق.

منطق معكوس (Reversible Logic): منطق ثابِتّ الحرارة أو ما يسمى فيزيائياً في بعض الأحيان المنطق الإدياباتيكي، هو دوائر كهربائية منخفضة الطاقة تستخدم «المنطق

المعكوس» للحفاظ على الطاقة. وهذه الدوائر الكهربائية تختلف تماماً عن دوائر شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل المعروفة بتبديدها للطاقة خلال التحول. وهذه الدوائر التي تستخدم منطق ثابِتّ الحرارة تقلل التبديد باتباع قاعدتين رئيسيتين هما: **1.** لا تشغيل الترانزيستور عندما يكون هناك احتمال وجود ڤولطية ما بين المصدر واستنزاف الإلكترونات، **2.** لا يتم إيقاف الترانزيستور عندما يكون هناك تيار متدفق في الترانزيستور.

موشور (Prism): بنية هندسية صلبة لها نهايتان مسطحتان متماثلتان ومتوازيتان ومتساويتان في وضع مستقيم ومتوازٍ وتكونان على الجانبين متوازيي الأضلاع.

نقل أثير (Teleportation): طريقة افتراضية للنقل الذي يتم فيه تحويل المادة إلى جزيئات دقيقة أو إلى طاقة عند نقطة واحدة، وإعادة خلق تلك الجزيئات أو طاقتها من نموذجها الأصلي إلى نموذج آخر يتوافق مع عملية النقل عبر الأثير.

نيمتك (خيطي) (Nematic): هو سائل متصل أو يدل على حالة من التبلور السائلي الذي تتوجه جزيئاته بالتوازي ولكن ليست مرتبة في مستويات واضحة المعالم.

هيدرونامك (Hydrodynamics): فرع من العلوم الفيزيائية المعنية بالقوى المؤثرة في/ أو عن طريق الموائع (خاصة السوائل) التي تستخدم لعملية ما.

ثبت المصطلحات

Quantum Wells	آبار كموميّة
Electroluminescent Effect	آثار اللمعان الضوئي
Directivity	اتّجاهية
Spread Spectrum Communications	اتصالات الطيف المنتشر
Trace	أثر
Partial Trace	أثر جزئي
Ether	أثير
Confocal Microscopy	إجهاريّة متّحدة البؤَر
Hot Electron Devices	أجهزة الإلكترون الساخن
Semiconductor Devices	أجهزة شبه موصلة
Unitary	أحادي
Uniaxial	أحادي الاتجاه
Single-Sided	أحادي الجانب/ أحادي الجهة

Monopole	أحادي القطب
Electronic Inks	أحبار إلكترونية
Internal Friction	احتكاك داخلي
Cylindrical Coordinates	إحداثيات أسطوانية
Spherical Coordinates	إحداثيات كروية
Interpenetrating Lattices	اختراق متشابك
Parallax	اختلاف موضعي
Likelihood	أرجحية
Demodulation	إزالة التضمين
Demagnetize	إزالة التمغنط
Wave-Particle Duality	ازدواجية الموجة – الجسيم
Temporal Resolution	استبانة زمنية
Recursion Relation	استدعاء ذاتي
Poling	استقطاب
Elliptical Polarization	استقطاب إهليلجي
Linear Polarization	استقطاب خطي
Circular Polarization	استقطاب دائري
Induced Polarization	استقطاب محث
Flux Quantization	استكمام التدفق
Normalization	استنظام
Internal Cloping	إشابة داخلية

High-Frequency Bias Signal	إشارة انحياز عالية التردد
Demodulate Signal	إشارة التعديل من حاملها
Baseband Signal	إشارة قاعدية
Passband Signal	إشارة مجال ذبذبي
Satisfiability	إشباعية
Black-Body Radiation	إشعاع الجسم الأسود
Far-Field Radiation	إشعاع الحقل البعيد
Field Emission	إشعاعات الحقل
Near-Field Radiation	إشعاعات الحقل القريب
Infrared Light	أشعة تحت الحمراء
Coherent Radiation	أشعة متسقة/ أشعة متماسكة
Einstein Summation Convention	اصطلاح إينشتاين الجمعي
Free Induction Decay	اضمحلال الحث الحر
Reset Noise	إعادة ضبط الضجيج
Sample-and-Hold	إعتان وتمسك
Undersampling	اعتيان ناقص
J Coupling	اقتران J
Acquisition	اكتساب
C/ A	اكتساب خشن
Oxygenation State of Hemoglobin	أكسجنة الهيموغلوبين
Gamma Ferric Oxide	أكسيد الحديد نمط غاما

Indium Tin Oxide	أكسيد قصدير الإنديوم
Corona Discharge	إكليل التصريف الكهربائي/ التفريغ الكهربائي
Convolution	التواء/ التفاف
Electrodynamics	إلكترودیناميكا/ الحركة الكهربائية
Electron	إلكترون
Auger Spectroscopy Electrons	إلكترونات مطيافية مثقابية
Inner-Shell Electrons	إلكترونيات الحلقات الداخلية
Fiber Optics	ألياف بصرية
Step-Index Optical Fibers	ألياف بصرية بدليل
Graded-Index Optical Fibers	ألياف بصرية ذات قرينة متدرّجة
Single-Mode Optical Fibers	ألياف بصرية فردية النمط
Multi-Mode Optical Fibers	ألياف بصرية متعددة النظم
Polarization-Preserving Optical Fibers	ألياف بصرية محافظة على الاستقطاب
Ideal Absorber	امتصاص مثالي
NMOS	أن – موس/ شبه موصل من أكسيد معدني صنف n
Light Pipes	أنابيب ضوء
Stimulated Emission	انبعاث مُستحث
Emissivity	انبعاثية
Emissivity Deviating	انبعاثية الانحراف
Cathode Ray Tube (CRT)	أنبوب الأشعة المهبطية (كاثودية)

Entropy	إنتروبي
Differential Entropy	إنتروبي تفاضلي
von Neumann Entropy	إنتروبي فون نيومان
Maximum Entropy	إنتروبي قصوى
Block Entropy	إنتروبي كتلوي
Joint Entropy	إنتروبي متضامن
Source Entropy	إنتروبي المصدر
Temporal Spread	انتشار زمني
Teleportation	انتقال أثيري
Ballistic Transport	انتقال بالستي (قذفي)
FFT	انتقال فورييه السريع
Transmissivity	انتقالية
Selective Availability	انتقائية متاحة
Diode Drop	انحدار الصمام الثنائي
Standard Deviation	انحراف معياري
Standard Deviation Uncertainty	انحرافات الخطأ المعيارية
Forward-Biased	انحياز أمامي
Small Bias	انحياز صغير
Low-Dissipation	انخفاض التبدبد
Gravitational Red Shift	انزياح أحمر جاذبي
Chemical Shift	انزياح كيميائي

Reverse-Biased	انزياح معكوس
Compression	انضغاط
Arithmetic Compression	انضغاط حسابيّ
Universal Compression	انضغاط عامّ
Terabyte Storage System	أنظمة تخزين تيرّابايتية
Non-Stationary Systems	أنظمة غير مستقرة
Total Internal Reflection	انعكاس داخلي تام
Population Inversion	انعكاس الشاغلين/ قلب الشاغلين
Reflectivity	انعكاسية
NA	انفتاح عددي
Big Bang	انفجار عظيم
Birefringence	انكسار مضاعف
Collapse of The Wave Function	انهيار الدالة الموجية
Avalanche Breakdown	انهيار جارف
Zener Breakdown	انهيار زنر
Oersted	أورستد (وحدة الكهرومغناطيسية في نظام cgs)
YIG	إيتريوم حديد - عقيق
Ions	أيونات
Erbium Ions	أيونات الإيربيوم
Baryons	باريونات
Pascal	باسكال

Emitter	باعث
Light-Emitting	باعث ضوئي
Qubit	بِتّ كموميّ
Bit of Information	بِتّ المعلومة
Bits	بِتّات
Ancilla Bits	بِتّات إضافية مساعِدة
Quantum Bits	بِتّات كموميّة
Bracket	براكيت
Permalloy	برمالوي
Electrically Erasable Programmable Read-Only Memory (EEPROM)	برمجة مسح كهربائية لذاكرة قراءة فقط
Erasable Programmable Read-Only Memory (EPROM)	برمجة مسح لذاكرة قراءة فقط
Proton	بروتون
Injection Electroluminescence	بريق ضوئي حقني/ لمعان حقني
Cathodoluminescence	بريق مهبطي
X-Ray Optics	بصريات الأشعة السينية
Phase Conjugate Optics	بصريات الأطوار المرافقة
Electron Optics	بصريات الإلكترون
Binary Optics	بصريات ثنائية
Gaussian Optics	بصريات غاوسيّة
Active Optics	بصريات نشيطة

Thermoplastic	بلاستيكية حرارية
Planck	بلانك
Interfacial Polymerization	بلمرة السطوح البينية
Three-Dimensional Band Structure	بنى أحزمة ثلاثية الأبعاد
Configuration	بنيات
Tertiary Structure	بنية ثلاثية
Fine Structure	بنية دقيقة
Galois Configuration	بنية غالوا
Hyperfine Structure	بنية فائقة الدقة
Modular Configuration	بنية معيارية
Band Structure	بنية النطاق
Heterostructure	بنية هجينة
Transmission Gate	بوابة الانتقال
XOR Gate	بوابة حصري - أو/ بوابة جواز قصور
AND Gate	بوابة ضم
Floating Gate	بوابة عائمة
SWAP	بوابة مقايضة
NOT Gate	بوابة نفي
NOR Gate	بوابة نفي - أو
CNOT Gate	بوابة نفي مُتَحكّم بها
Bosons	بوزونات

Polymer Polyimide	البوليمير بوليميد/ بولميد متعدد متوكثر
PMOS	بيموس/ شبه موصل من أكسيد معدني صنف p
Many-Body Effects	تأثير الأجسام المتعددة
Cooperative Effects	تأثير تعاوني
Collective Effects	تأثير جماعي
Sagnac Effect	تأثير ساغنياك
Seebeck Effect	تأثير سيبك
Quantum Hall Effect	تأثير هل الكموميّ
Thermodynamic Fluctuation	تأرجح الديناميكيا الحرارية
OCXO	تأرجح كريستال مُتَحكّم به في الفرن
Impact Ionization	تأين بالتصادم
Indirect Exchange	تبادل غير مباشر
Direct Exchange	تبادل مباشر
Hysteresis	تباطؤ
Divergence	تباعد
Variance	تباين/ تغاير
Blood-Oxygen-Level-Dependant Contrast (BOLD)	تباين معتمد على مستوى الأوكسجين في الدم
Cyclic Permutation	تبديل دائري
Anticyclic Permutation	تبديل غير دائري
Direct Sequence Spread Spectrum	تتابع انتشار الطيف المباشر

Tracking	تتبّع
Michelson-Morley Experiment	تجربة مايكلسون – مورلي
Collimation	تجميع تسديد
Ramsey Cavity	تجويف رامسي
Mobility	تحركية
Carrier Sense Multiple Access (CSMA)	تحسس الناقل المتعدد الإرسال
Dimensional Analysis	تحليل بُعدي
Quantum Transitions	تحولات الكمّ
Down-Conversion	تحويل سفلي
Gauge Transformation	تحويل المقياس
Parametric Up	تحويل موسطي علوي
Cross-Talk	تداخل الإشارة
Gradient	تدرّج
Gradient of a Potential	تدرّج الكمون
Curl	تدوّر
Perfect Correlation	ترابط تام
Perfect Anticorrelation	ترابط تعاكس تام
Superposition	تراكب
Single-Electron Transistor	ترانزيستور أحادي الإلكترون
Field-Effect Transistor (FET)	ترانزيستور التأثير الحقلي
Bipolar Transistor	ترانزيستور ثنائي القطب

Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor (MOSFET)	ترانزيستور حقلي شبه موصّل – معدن أكسيد
MOSFET	ترانزيستور حقلي/ موسفت/ MOSFET
High-Electrons-Mobility Transistor	ترانزيستور ذو إلكترونات عالية الحركيّة
Thin Film Transistor	ترانزيستور الغشاء الرقيق
Knee Frequency	تردد الركبة
Cutoff Frequency	تردد القطع
Larmor Frequency	تردد لارمور
Intermediate Frequency	تردد وسيط
Precession Frequiencies	ترددات الحركة الاستباقية
Radio Frequency (RF)	ترددات رديوية
Vacuum Deposition	ترسب فراغي
Predictive Coding	ترميز تنبؤي
Huffman Compression	ترميز/ ضغط هوفمان
Channel Coding	ترميز القناة
Run-Length Code	ترميز طول التشغيل
Huffman Coding	ترميز هافمان
Cascade	تساقط
Magneto-Optical Recording	تسجيل بصري مغناطيسي
Helical Recording	تسجيل حلزوني
Optimal Tap Sequences	تسلسلات الاستفادة المثلى

Entanglement	تشابك
Dispersion	تشتّت
Chromatic Dispersion	تشتت لوني
Inelastic Collision	تصادم مرن
Block Error Correction	تصحيح أخطاء كتلوي
Error Correction	تصحيح الخطأ
Wavelength Multiplexing	تصميم أطوال الموجات
Aerodynamic Design	تصميم أيروديناميكي (ديناميكيا هوائية)
Synthesizing Lenes	تصنيع عدسات مركبة
Microfabrication	تصنيع مجهري
Magnetic Resonance Imaging	تصوير بالرنين المغناطيسي
Functional (MRI)	تصوير بالرنين المغناطيسي الوظيفي
Electrophotography	تصوير ضوئي كهربائي/ إلكتروغرافيا
Tomographic	تصوير مقطعي
Holograms	تصويرات تجسيمية/ هولوغرامات
FSK	تضمين إزاحة التردّد
QPSK	تضمين إزاحة الطور التربيعي
BPSK	تضمين إزاحة الطور الثنائي
FM	تضمين التردد
Amplitude Modulation	تضمين السعة
QAM	تضمين سعوي تربيعي

Unitary Evolution	تطور موحد
Orthonormality	تعامد طبيعي
Sphere Packing	تعبئة الكرات
Trellis	تعريشة
Quantum Generalization	تعميم الكمّ
Small Variance	تغاير بسيط
Microencapsulation	تغليف مجهري
Corona	تفريغ كهربائي تاجيّ
Fluorescence	تَفَلْوُر/ فلورسنت
Paraxial Approximation	تقارب غاوس / تقارب مجاور للمحور
Asymptotically	تقاربي
Stirling Approximation	تقريب سترلنغ
Successive Approximation (ADC) (A/ D)	تقريب متتالي لمبدّل تماثلي رقمي
Wavelength-Division	تقسيم طول موجي
Curvature	تقوس
Bose-Einstein Condensation	تكاثف بوز إينشتاين
Parity	تكافؤ
Exchange Integral	تكامل التبادل
Overlap Integral	تكامل التداخل
Vector Quantization	تكميم المتجه
Nanotechnology	تكنولوجيا نانوية

Luminescence	تلألؤ/ تألّق
Electroluminescence	تلألؤ إلكتروني/ لمعان/ بريق ضوئي
Symmetry Implication	تماثل ضمني
Ohmic Contacts	تماس أومي
Coherence	تماسك/ اتساق
Quantum Coherence	تماسك كموميّ
Spectral Representation	تمثيل طيفي
Time Dilation	تمدّد الزمن
Eavesdropping	تنصت
Regularization	تنظيم
Tunneling	تنفيق
Illuminance	تنوير
Electromagnetic Compatibility	توافق كهرومغناطيسي
Binomial Distribution	توزّع ثنائي
Asymptotic Equipartition Property	توزع متساوٍ تقاربي
Probability Distribution	توزيع احتمالي
Poisson Distribution	توزيع بواسون
Bose-Einstein Distribution	توزيع بوز إينشتاين
Normal Distribution	توزيع طبيعي
Gaussian Distribution	توزيع غاوسيّ
Fermi-Dirac Distribution	توزيع فرمي ديراك

Stationary Distribution	توزيع مستقر
Canonical Distribution	توزيع معياري
Grand Canonical Distribution	توزيع معياري كبير
Long-Tailed Distributions	توزيعات طويل الذيل
Coordinated Universal Time (CUT)	توقيت عالمي منسَّق
GMT	توقيت غرينيتش
Second Harmonic Generation	توليد توفيقي ثانٍ
Computer-Assisted Tomography (CAT)	توموغرافيا محوسبة (تصوير مقطعي محوسب)
Incandescence	توهّج
Current	تيار
Displacement Current	تيار الإزاحة
Saturation Current	تيار الإشباع
Diffusion Current	تيار الانتشار
Generation Current	تيار توليد
Free Current	تيار حر
Crowbar Current	تيار كروبار
Dark Current	تيار متبقٍّ
Induced Current	تيار مُحَثّ
Persistent Current	تيار مستمر
Planck's Constant	ثابِتّ بلانك

Boltzmann’s Constant	ثابِتّ بولتزمان
Damping Constant	ثابِتّ تخميد
Dielectric Constant	ثابِتّ العزل الكهربائي
Verdet Constant	ثابِتّ فيرديه
Curie Constant	ثابِتّ كوري
Chromium Dioxide	ثاني أكسيد الكروم
Cyclic Invariance	ثبات دَوْريّ
Hole	ثقب
Black Hole	ثقب أسود
Birefringent	ثنائي الانكسار
PVDF	ثنائي فلوريد متعدد الفينيليدين
Electric Dipole	ثنائي قطبية كهربائي
Duality	ثنائية
Bloch Wall	جدار بلوخ
Square Root of NOT	الجذر التربيعي لـ[بوابة] النفي
Cholesteric	جزيئات متراصة
Bridge Circuit	جسر (قنطرة) كهربائي
Wheatstone Bridge	جسر ويتستون
SQUID	جهاز التداخل الكموميّ فائق الموصلية
Laser-Range Finder	جهاز تعيين مدى ليزري
Charge-Coupled Device (CCD)	جهاز شحن مقترن

CCD	جهاز قرن شحني
Digital Micromirror Device (DMD)	جهاز ميكرو - مرآة رقمي
Heterojunction Device	جهاز الوصلات غير المتجانسة
Voltage	جهد كهربائي/ ڤولطية
Ring Laser Gyroscope	جيرو الليزر الحلقي
Fiber-Optics Gyroscope	جيروسكوب الليف الضوئي
Schottky Barrier	حاجز شوتكي
Analog Computer	حاسوب تماثلي
Triplet State	حالات ثلاثية
Eigen States	حالات ذاتية
Off State	حالة إغلاق
Product State	حالة ضرب
On State	حالة فتح
Mixed State	حالة مختلطة
Pure State	حالة نقية
Single State	حالة وحيدة
Carrier Impact Scattering	حامل تأثير التشتت
Electronic Ink	حبر إلكتروني
Inductance	حث/ محاثة
Surface Inductance	حث السطح/ محاثة السطح
Magnitude	حجم/ طول

Adiabatic Limit	حد أدياباتيكي/ ثابِتّ حراري
Maximum - Entropy Distribution	حد أقصى لتوزيع إنتروبي
Diffraction Limit	حدود الانكسار
Noise Temperature	حرارة الضجيج
Curie Temperature	حرارة كوري
Valence Band	حزام التكافؤ
Conduction Band	حزام الموصلية
Reference Beam Radiation	حزمة إشعاع مرجعية
Reflected Beam	حزمة منعكسة
Transmitted Beam	حزمة نافذة
Jones Calculus	حساب جونز
Reversible Computation	حساب عكوسي
Magnetic Susceptibility	حساسية مغناطيسية
Magnetic Susceptibility	حساسية/ قابلية مغناطيسية
Coulomb Blockade	حصار كولوم
Displacement Field	حقل الإزاحة
Recording Bias Field	حقل تسجيل الانحياز
Molecular Field	حقل جزيئي
Periodic Electric Field	حقل كهربائي دوري
Magnetic Field	حقل مغناطيسي
Orienting Magnetic Spins	حقول مغناطيسية دورانية موجهة

Truth	حقيقة
Benzene Ring	حلقة البنزين
Hysteresis Loop	حلقة التباطؤ
Space-Charge	حيّز الشحنة
Hilbert Space	حيز هلبرت
AEP	خاصة التوزع المتساوي التقاربي
Precise Positioning Service (PPS)	خدمة التموقع الدقيق
Standard Positioning Service (SPS)	خدمة التموقع القياسي
Beam Waist	خصر الشعاع
Transmission Line	خط الانتقال
Bit Line	خط البتِ
Driving Line	خط التأدية
Fault-Tolerant Quantum	خطأ الكمّ المتسامح
Coefficient Error	خطأ مُعامِل
Field Lines	خطوط الحقل
Salvation	خلاص
Mixer	خلّاط
Gilbert Cell	خليّة جيلبرت
Solar Cell	خلية شمسية
Dagger Operator	خنجر العامل
RSA Algorithem	خوازمية تشفير أر أس – آي

Deterministic Algorithm	خوارزمية حتمية
Viterbi Algorithm	خوارزمية فيتربي
Quine-McCluskey Algorithm	خوارزمية كواين - مكلاسكي
Twisted Nematic	خيط ملتوٍ
Nematic	خيطيّ
Super-Twisted Nematic	خيطي شديد الالتواء
Ground Loop	دارة لولبية أرضية
Hysteretic	دارة لولبية التباطؤ
Feedback Loop	دارة لولبية التغذية الراجعة
Phase-Locked Frequency Loop (PLFL)	دارة لولبية لتثبيت تردد الطور
Phase-Locked Loop	دارة لولبية لتثبيت الطور
Open-Loop	دارة لولبية مفتوحة
Wigner Functions	دالات ويغنير
Point Spread Function	دالة انتشار النقطة
Bessel Function	دالة بيسل
Partition Function	دالة التجزيء
Autocorrelation Function	دالة الترابط الذاتي/ التلقائي
Cross-Correlation Function	دالة الترابط المتبادل
Autocovariance Function	دالة التغاير التلقائي/ الذاتي
Error Function	دالة الخطأ
Functional	دالة الدالة

Delta Function	دالة دلتا
Dirac Delta Function	دالة دلتا الخاصة بديراك
Kroenecker Delta	دالة/ دلتا كرونكر
One-Way Function	دالة ذات اتجاه واحد
Eigen Functions	دالة ذاتيّة
Riemann Zeta Function	دالة ريمان زيتا
Luminosity Function	دالة السطوع
Scalar Function	دالة سليمة
Work Function	دالة العمل
Green's Function	دالة غرين
Vector-Valued Function	دالة قيم المتجه
Wave Function	دالة الموجة
Characteristic Function	دالة مميزة
Very-Large-Scale Integrated Circuits (VLSI)	دائرة كهربائية متكاملة واسعة النطاق
FDMA	دخول متعدّد بتقسيم التردّد
Code Division Multiple Access (CDMA)	دخول متعدد بتقسيم الرمز
Time Division Multiple Access (TDMA)	دخول متعدد بتقسيم الزمن
CDMA	دخول متعدد بتقسيم الكود
Temperature	درجة حرارة
Néel Temperature	درجة حرارة نييل

Luminous Flux	دفق مضيء
Magnetic Flux	دفق مغناطيسي
Precision	دقّة
Evidence	دليل/ برهان
Inverse Trigonometric Function	الدوال المثلثية المعكوسة
Azimuthal Cycles	دورات سمتية
Circulation	دوران
Spin Orientation	دوران حلزوني موجه
de Broglie	دي بروي
Symbolic Dynamics	ديناميكا رمزية
Linear Non-Equilibrium Thermodynamics	ديناميكية حرارية خطية غير مستقرة
p-n Diode	ديود p–n
p-Si	ديود ضوئي p–i–n
LED	ديود مُصدر للضوء
OLED	ديود مُصدر للضوء عضوي
Volatile Memory	ذاكرة خزن متواصل
Random Access Memories (RAM)	ذاكرة دخول عشوائي
Static RAM	ذاكرة دخول عشوائي إستاتيكية/ ساكنة
Dynamic RAM	ذاكرة دخول عشوائي متحركة
Non-Volatile Memory	ذاكرة غير متلاشية

Erasable programmable Read-only Memory	ذاكرة قراءة فقط قابلة للمحي
Flash Memory	ذاكرة ومضية
Doping Atoms	ذرات إشابة
Acceptor Atoms	ذرّات قابلة
Donor Atoms	ذرات مانحة
Radar	رادار
Phased-Array Radar	رادار ذو مصفوفة طورية
Bistatic Radar	رادار مزدوج
Radians	راديان
Laminated Recording Head	رأس تسجيل متعدّد الطبقات
Laminated Head Sheet	رأس متعدد الطبقات
Quadrupole	رباعي الأقطاب
Furry Rubber Bands	ربطة مطاطية فروية
Electrophoresis	رحلان كهربائي
Focal Number	رقم بؤري
Quantum Number	رقم كموميّ
D/ A	رقمي إلى تماثلي
Substrate	ركيزة
Manchester Code	رمز مانشستر
Concatenated code	رمز متسلسل
Convolutional Code	رمز ملتوٍ/ التفاف

Nuclear Magnetic Resonance (NMR)	رنين مغناطيسي نووي
Functional Magnetic Resonance Imaging FMRI	رنين مغناطيسي وظيفي
Magnetoresistive Recording Heads	رؤوس تسجيل مقاوِمة مغناطيسيّاً
Redundant Arrays Inexpensive Disks	ريد/ مصفوفة التعدد للأقراص المستقلة
Angle of Reflection	زاوية الانعكاس
Brewster's Angle	زاوية بروستر
Critical Angle	زاوية حرجة
Faraday Rotation	زاوية دوران فاراداي
Angle of Incidence	زاوية الورود/ زاوية الحث
Metallic Glass	زجاج معدني/ معادن لابلّوريّة/ عديمة الشكل
Crystal Momentum	زخم البلورة
Angular Momentum	زخم زاوي
Opposite Momentum	زخم معاكس
AlGaAs	زرنيخيد ألومنيوم غاليوم
GaAs	زرنيخيد غاليوم ثلاثي
T_1	زمن T_1
Time of Flight	زمن الانتقال
Cooper Pair	زوج [إلكترونات] كوبر
EPR Pair	زوج إ – بي– آر (إينشتاين بودولسكي – روزن)

Electron-Hole Pair	زوج إلكترون – ثقب
Chromatic Aberration	زيغ لوني
Prior	سابق
Atomic Clock	ساعة ذرّيّة
Liquid Crystal on Silicon (LCOS)	سائل بلوري على السيليكون
Polymer-Dispersed Liquid Crystals (PDLC)	سائل بلوري مكوثر ومتبعثر
Quasiperiodic Alloys	سبائك شبه دورية
Steganography	ستيغانوغرافيا
Black Magic	سحر أسود
Escape Velocity	سرعة الإفلات
Interface	سطح التمفصل
Luminosity	سطوع
Channel Capacity	سعة القناة
Capacitance	سعة كهربائية
Turtles	سلاحف
Direct Sequence	سلسلة مباشرة
Double Super-Twisted Nematic (DSTN)	سلك خطي مضاعف الشدة
Shielded Twisted Pair	سلك زوجي ملتوٍ مدرّع
Dual Scan Twisted Nematic	سلك ملتوٍ ثنائي ماسح
DSTN	سلك ملتوٍ مضاعف

a-Si	سيليكون a-Si غير متبلوِر
Amorphous Silicon	سيليكون غير متبلوِر
Permittivity	سماحية
Permittivity of Free Space	سماحيّة الفضاء الحرّ
SONAR	سونار
Polycrystalline Silicon	سيليكون متعدد البلّورات
Porous Silicon	سيليكون مسامي
CMOS	سيمُس (شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل)
Thin Film Transistor (LCD)	شاشات LCD ذات ترانزيستور الغشاء الرقيق
Field Emission Display (FED)	شاشات الانبعاث الحقلي
Plasma Display Panels (PDP)	شاشات عرض بلازمية
Feedback Network	شبكة التغذية الراجعة
Quasi-Optical	شبه بصرية
Quasicrystals	شبه بلورات
Metal Oxide Semiconductor (MOS)	شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل
Complementary Metal Oxide Semiconductor (CMOS)	سيمُس (شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل)
Si Semiconductors	شبه موصل سيليكوني
n-Type Semiconductor	شبه موصل صنف n
p-Type Semiconductor	شبه موصل صنف p
Semiconductor	شبه موصلات

III-V Semiconductors	شبه موصلات III−V
II-VI Semiconductors	شبه موصلات II−VI
Resistor-Capacitor Charging / RC Charging	شحن مكثف – مقاوم
Periodically-Varying Point Charges	شحنات نقطية متغيّرة دورياً
Charge	شحنة
Image Charge	شحنة الصورة
Magnetic Charge	شحنة مغناطيسية
Intensity	شدّة
Strength of the Magnetic Field	شدّة الحقل المغناطيسي
Intensive	شديد/ مكثّف
Dirichlet Boundary Conditions	شروط حدود ديريخلية
Neumann Boundary Conditions	شروط حدود نيومان
Barkhausen Steps	شروط/ مراحل باركهاوسن
Paraxial Rays	شعاعات شبه محورية
Coherent Rays	شعاعات متماسكة/ شعاعات متسقة
Waveform	شكل الموجة
Lumen	شمعة
Candela	شمعة وحدة شدة الإضاءة
Extensive	شمولي/ امتدادي
Zero - Error	صفر خطأ
Quarter-Wave Plate	صفيحة ربع موجية

Half-Wave Plate	صفيحة نصف موجيّة
Light-Emitting Diode (LCD)	صمام ثنائي باعث للضوء
Organic Light-Emitting Diode (OLED)	صمام ثنائي باعث للضوء عضوي
Photodiode	صمام ثنائي ضوئي
Avalanche photodiode (APD)	صمام ثنائي ضوئي انهيالي
APD	صمام ثنائي ضوئي تيهوري
p-i-n Photodiode	صمام ثنائي ضوئي نوع p–i–n
Diode Lasers	صمامات ثنائية ليزرية
NP - Type	صنف NP
P - Type	الصنف P
Sound Navigation and Ranging (SONAR)	صوت الملاحة ومداه
Noise Figure	صورة الضجيج
Trotter Formula	صيغة تروتر
Campbell-Baker-Hasudorf Formula	صيغة كامبل – بايكر – هاسودورف
Switching Noise	ضجيج التبديل
1/ f Noise	ضجيج التناسب العكسي مع التردد
Johnson Noise	ضجيج جونسون
Schottky Noise	ضجيج شوتكي
Shot Noise	ضجيج طلقي
Pseudo-Random Noise	ضجيج عشوائي مزيّف

Fixed Pattern Noise (PPN)	ضجيج مُثبَّت النّمط
Nyquist Noise	ضجيج نيكويست
Optical Pumping	ضخ ضوئي
Anticommutativity	ضد - تبديلي
Antiferromagnetism	ضد - مغناطيسية حديدية
Outer Product	ضرب خارجي
Inner Product	ضرب داخلي (داخل مجال محدد)
Dot Product	ضرب قياسي
Gain-Bandwidth Product	ضرب الكسب بعرض النطاق
Cross Product	ضرب متّجهي
Tensor Product	ضرب موتِّر
Pressure	ضغط
Lempel-Ziv-Welch Compression	ضغط لمبل زيف - فلش
Lossy Compression	ضغط منقوص
Lossless Compression	ضياع الانضغاط
Energy	طاقة
Planck Energy	طاقة بلانك
Kinetic Energy	طاقة حركية
Free Energy	طاقة حرّة
Internal Energy	طاقة داخلية
Fermi Energy	طاقة فيرمي

Intrinsic Fermi Energy	طاقة فيرمي في مادة صرفة غير مُشابة
Rest Mass Energy	طاقة الكتلة الساكنة
Dipole Orientation Energy	طاقة موجهة ثنائية القطب
Church-Turing Thesis	طرح تشرتش – تورينغ
Side Lobe	طرف جانبي
HE Mode	طريقة HE
Method of Images	طريقة الصور
Smectic	طور بلّوري سائل
Phase Detector	طور كاشف
Symmetrical Ring Laser	طوق ليزري متناظر
Focal Length	طول بؤري
Run-Length Huffman Code	طول تشغيل ترميز هافمان
Run-Length Limited (RLL)	طول تشغيل محدود
Differential Length	طول تفاضلي
Coherence Length	طول تماسك/ طول اتساق
Wavelength	طول الموجة
de Broglie Wavelength	طول موجة دي بروي
Cutoff wavelength	طول موجة القطع
Compton Wavelength	طول موجة كومبتون
Frequency-Hopping Spread Spectrum	طيف انتشار القفز الترددي
Single-Sided Power Spectrum	طيف القدرة أحادي الجانب

Two-Sided Power Spectrum	طيف القدرة ثنائي الجهة
Spread Spectrum	طيف منتشر
Peltier Effect	ظاهرة بلتيير
Meissner Effect	ظاهرة مايسنر
Faraday Isolator	عازل فاراداي
Optoisolator	عازل كهروضوئي
Inverter	عاكس
High-Permeability	عالي النفاذية
Evolution Operator	عامل التطوّر
Lowering Operator	عامل تخفيض
Rotation Operator	عامل دوران
Laplacian	عامل لابلاس
Single-Electron Tunneling	عبور نفقي لإلكترون وحيد
F Number	عدد البؤرة
Spin Quantum Number	عدد دوران كموميّ
Avogadro's Number of Elements	عدد عناصر أفوغادرو
DPI	عدد النقاط بكلّ بوصة
Thin Lens	عدسة دقيقة
GRIN Lens	عدسة ذات قرينة متدرّجة
Unfamiliarity	عدم الإلمام
Invariance	عدم تغير عكوسي

Decoherence	عدم تماسك
Indistinguishability	عدم تمييزية
Emissive Display	عرض انبعاثي ضوئي
Linewedith	عرض خط
Holography	عرض مجسّم/ هولوغرافيا
Bandwidth	عرض النطاق
Moments of Distribution	عزم التوزيع
Dipole Moment	عزم ثنائي القطب
Spin Magnetic Moment	عزم دوران حلزوني مغناطيسي
Torque Spin	عزم دوراني
Quadrupole Moment	عزم رباعي الأقطاب
Intrinsic Magnetic Moment	عزم مغناطيسي ذاتي
Factorial Moments	عزوم عواملية/ عزم عواملي
Maxwell's Demon	عفريت ماكسويل
Reversible	عكوسية
Onsager Reciprocal Relations	علاقات أوسانغر التبادلية
Fluctuation-Dissipation Relationship	علاقة التقلب/ التأرجح التبديد
Cryptography	علم التشفير
Photonics	علم الفوتونيك (خصائص كوانتا الضوء)/ ضوئيات
Pedagogy	علوم تربوية

Epistemology	علوم معرفية
London Equation Penetration Depth	عمق تغلغل معادلة لندن
Skin Depth	عمق السطح/ عمق الجلد
Reversible Process	عملية عكوسية
Stationary Process	عملية مستقرة
Thermally Activated Process	عملية مُنَشَّطة حرارياً
Holographic Optical Elements (HOE)	عناصر بصرية مجسّمة
Active Optical Elements	عناصر بصرية نشِطة
Electronic Addressability	عنونة إلكترونية
Operators	عوامل
Boltzmann's Factors	عوامل بولتزمان
Oversampling	عينة مفرط
Undersampling	عينة ناقصة
Non-Interacting Ideal Gas	غاز مثالي غير متفاعل
Gauss	غاوس
Number Field Sieve	غشاء حقل رقمي
Outer-Shell Electrons	غلاف التكافؤ/ إلكترونات الغلاف الخارجي
Incoherent	غير متسق/ غير متهاسك
Farad	فاراد
Superconducting	فائقة الموصلية

Numerical Aperture (NA)	فتحة عددية
Synthetic Aperture	فتحة مصنّعة
Indirect Band Gap	فجوة نطاقية غير مباشرة
Direct Band Gap	فجوة نطاقية مباشرة
Nyquist Theorem	فرضية/ مبرهنة نيكويست
Potential Difference	فرق الكمون
Type T Thermocouple	فرن حراري صنف T
Ferrites	فرّيتات (حديديّات)
Grating Lobe	فص مشبك
Signal Separation	فصل الإشارة
Zeeman Splitting	فصم/ انفصام زيمان
Spin Species	فصيلة الدوران
Phase Space	فضاء الطور
High-Dimensional Parameter Spaces	فضاءات الموسطات العالية الأبعاد
Coarse/ Acquisition	فضفاض/ اكتساب
Quantum Efficiency	فعالية كموميّة
Magnetic Bubble	فقاعة مغناطيسية
Viterbi Decoding	فك تشفير فيتربي
Photovoltaics	فوتضوئية
KDP	فوسفات ثنائي الهيدروجين البوتاسيوم KH_2PO_4
Phosphor	فوسفور

On-Chip Integration	فوق الرقيقة المتكاملة
Phonons	فونون
NTSC Analog Video	فيديو نظام التلفزة الوطنية المتماثل
Fermions	فيرمونات
Ferroelectric	فيرّوكهربائي/ عازل كهربائي شفاف
Ferrimagnetism	فيرّيمغناطيسية
Quantum Physics	فيزياء الكمّ
VCSEL	فيكسل/ ليزر باعث للضوء من سطح الفجوة العامودية
Voltage References	ڤولطية مرجعية
Schmitt Trigger	قادح شميت
Base	قاعدة
Bayes' Rule	قاعدة بايز
Rent's Rule	قاعدة رنت
Chain Rule	قاعدة سلسلة
BAC - CAB Rule	قاعدة الضرب الثلاثي المتجه
Right Hand Rule	قاعدة اليد اليمنى
Law of Large Numbers	قانون الأعداد الكبيرة
Ohm's Law	قانون أوم
Planck's Law	قانون بلانك
Biot-Savart Law	قانون بيو سافار
Second Law of Thermodynamics	قانون الديناميكا الحرارية الثاني

Stokes' Law	قانون ستوك
Stefan-Boltzmann Law	قانون ستيفان بولتزمان
Snell's Law	قانون سنيل
Gauss' law	قانون غاوس
Wien's Displacement Law	قانون فين للإزاحة
Curie's Law	قانون كوري
Curie-Weiss law	قانون كوري فايس
Coulomb's Law	قانون كولوم
Krichhoff's Law	قانون كيرشوف
Lenz's Law	قانون لينز
Moore's Law	قانون مور
Moore's Law Exponential	قانون مور الأُسي
Power	قدرة
Thermopower	قدرة حرارية
Magnetic Monopole	قطب أحادي مغناطيسي
Half-Wave Dipole	قطب ثنائي نصفيّ الموجة
Half-Wave Dipole Antenna	قطب ثنائي هوائي نصفيّ الموجة
Electrode	قطب كهربائي
Hertz Dipole	قطب هيرتز الثنائي
Diagonal	قطرية
Stripline	قطعة طولية

Bottom	قعر
Central Peak	قمة مركزية
Channel	قناة
Communications Channel	قناة اتّصال
Buried Channel	قناة مدفونة
Force	قوة
Gravitational Force	قوة الجاذبية
Strong Force	قوة شديدة
Weak Force	قوة ضعيفة
Electromagnetic Force	قوة كهرومغناطيسيّة
Magnetic Levitation	قوى مغناطيسية
Four-Terminal Measurement	قياس رباعيّ الأطراف
Non-Demolition Measurement	قياس من دون هدم
Weak Measurement	قياس ضعيف
Lorentz Gauge	قياس لورينتز
Saturation Value	قيمة الإشباع
Expectation Value	قيمة التوقّع
Eigen Value	قيمة ذاتيّة
Expected Value	قيمة مُتَوَقَّعة
Cramér-Rao Bound	قيود كرامير- راو
Coaxial Cable	كابل موحد المحور

Herapathite	كبريتات الإيودوكينين
Bible	كتاب مقدّس
Block Code	كتل ترميز
Mass	كتلة
Planck Mass	كتلة بلانك
Rest Mass	كتلة ساكنة
Single-Sided Density	كثافة أحادية الجانب/ الجهة
Two-Sided Density	كثافة ثنائية الجانب/ الجهة
Magnetic Flux Density	كثافة دفق مغناطيسي
Charge Density	كثافة شحنة
Energy density	كثافة طاقة
Power Spectral Density (PSD)	كثافة قدرة طيفية
Intrinsic Density	كثافة مادة ذاتية/ كثافة مادة صرفة غير مُشابة
Polyvinyl Alcohol	كحول بوليفينيل
Quantum Chromodynamics	كروموديناميك كموميّ/ تحريك لوني كموميّ
Liquid Crystals	كريستال سائل
LCOS	كريستال سائل من السيليكون
5CB	كريستال سائل من نوع 5CB
PDLC	كريستال سائل مكوثر ومتبعثر
Coding Gain	كسب الترميز

Antenna gain	كسب هوائي
Radio Detection and Ranging (RADAR)	كشف الإذاعة ومدياتها
Quadrature Detection	كشف تربيعي
Optical Heterodyne Detection	كشف تغايري بصري
Light Detection And Ranging (LIDAR)	كشف ضوء ومداه
Homodyne Detection	كشف متجانس
Synchronous Detection	كشف متزامن
Flux Quantum	كمّة الدفق
Potential	كمون
Scalar Potential	كمون سلّمي
Electrochemical Potential	كمون كهروكيميائي
Chemical Potential	كمون كيميائي
Vector Potential	كمون متجهي
Retarded Potential	كمون متخلّف
Advanced Potential	كمون متقدّم
Quantity	كمّية
Laplacian Scalar Quantity	كمية لابلاس سلَّمية
Triboelectricity	كهربة بالاحتكاك/ كهروقبلية
Quantum Electrodynamics	كهروديناميكا كموميّة
Piezoelectricity	كهروضغطية
Optoelectronics	كهروضوئيات

Electromagnetic	كهرومغناطيسية
Electromigration	كهروهجرة
Quartz	كوارتز
Charm Quark	كوارك أنيق
Top Quark	كوارك ذروي
Down Quark	كوارك سفلي
Up Quark	كوارك علوي
Quarks	كواركات
Irreversibility	لاعكوسية
Cramer-Rao Inequality	لا متساوية كرامير – راو
Cauchy-Schwarz Inequality	لا متساوية كوشي – شوارتز
Infinite-Dimensional	لا متناهي الأبعاد
Energy-Time Uncertainty	لا يقين الطاقة والزمن
Frequency-Time Uncertainty	لايقينية التردّد والوقت
Committee on Data for Science and Technology	لجنة بيانات العلوم والتكنولوجيا
Spin	لف حلزوني
Lux	لكس/ شمعة
Photoluminescence	لمعان ضوئي
Display Panels	لوائح العرض
Slab of Charge	لوح شحنة
PDP	لوحات العرض البلازمية

Heads-Up Displays	لوحات العرض الرأسية
Natural Logarithm	لوغاريتم طبيعي
Leptons	ليبتونات
Lithography	ليثوغرافي/ طبع ضوئي
LIDAr	ليدار/ تحديد المدى عن طريق الضوء أو الليزر
Nd:YAG	ليزر Nd :YAG
Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser (VCSEL)	ليزر باعث للضوء من سطح الفجوة العامودية
DBR	ليزرات موزّع براغ العاكس
Optical Fiber	ليف بصري
Dichroic Material	مادة ثنائية اللون
Extrinsic Material	مادة دخيلة
Intrinsic Material	مادة ذاتية/ مادة صرفة غير مُشابة
Dielectric Material	مادة عازلة للكهرباء
Transimpedance	ماوراء المعاوقة
Reciprocity	مبادلة/ مُعامِلة بالمثل/ تبادلية
Lorentz Reciprocity Theorem	مبادلة لورينتز
Radial Spacing	مباعدة قطرية (مباعدة قطر دائرة)
Pauli Exclusion Principle	مبدأ استبعاد باولي
Fermat's Principle	مبدأ فيرما
Heisenberg Uncertainty Principle	مبدأ هايزنبرغ اللايقيني

Commutator	مِبدال (مؤثّر تبديلي)
Analog-To-Digital Converter (ADC)	مبدّل تماثلي رقمي
Peltier Cooler	مُبَرِّد بلتيير
Onsager's Reciprocity Theorem	مبرهنة أوسانغر التبادلية
Ehrenfest's Theorem	مبرهنة إيهرنفست
Parseval's Theorem	مبرهنة بارسيفال
Bayes' Theorem	مبرهنة بايز
Bell's Theorem	مبرهنة بل
Bloch's Theorem	مُبَرهنة بلوخ
Channel Coding Theorem	مبرهنة ترميز القناة
Source Coding Theorem	مبرهنة ترميز المصدر
Jensen's Theorem	مبرهنة جنسن
Stockes' Theorem	مبرهنة ستوك
Shannon's First Coding Theorem	مبرهنة شانون الأولى للترميز
Shannon's Second Coding Theorem	مبرهنة شانون الثانية للترميز
Shannon-McMillan Theorem	مبرهنة شانون – مكميلان
Gauss' Theorem	مبرهنة غاوس
Fermat's Little Theorem	مبرهنة فيرما الصغرى
Wiener - Khinchin Theorem	مبرهنة فينر – خينتشين
Cook's Theorem	مبرهنة كوك
Central Limit Theorem	مبرهنة النهاية المركزية

Vector	متجه
Polarization Vector	متجه الاستقطاب
Poynting Vector	متجه بوينتينغ
State Vector	متجه الحالة
EigenVector	متجه ذاتي
Wave Vector	متجه موجة
Radon Transfer	متحوّل رادون
Random Transform	متحوّل عشوائي
Fourier Transform	متحوّل فورييه
Fast Fourier Transform	متحوّل فورييه السريع
Quantum Fourrier Transform	متحوّل فورييه الكموميّ
Discrete Fourier Transform	متحوّل فورييه المتقطّع
Hadamard Transform	متحوّل هادامارد
Time-Frequency Transforms	متحوّلات الزمن والتردد
TXCO	متذبذب بلّوري
Meter	متر
Geosynchronous	متزامن
Taylor Series	متسلسلة تايلور
Taylor Series Expansion of Exponential	متسلسلة تايلور للدالة الأسية
Entangled	متشابك
de Bruijn's Identity	متطابقة دوبروين

Multipoles	متعدد الأقطاب
Random Variable	متغير عشوائي
Hidden Variables	متغيرات خفية
Iid	متغيرات مستقلّة وموزّعة بطريقة متماثلة
Syndrome	متلازمة
Finite-Dimensional	متناهي الأبعاد
Maximal Shift Register Sequences	متوالية مسجّل الإزاحة القصوى
Magnetic Domains	مجال مغناطيسي
Passive Pixel Sensor (PPS)	مجس بيكسل تقبلي
Active Pixel Sensor (APS)	مجس بيكسل نشيط
Sensors	مجسّات
Optical Sensors	مجسات بصرية
Collector	مجمِّع
Moving Picture Experts Group (MPEG)	مجموعة خبراء نقل الصورة
Macroscopic Ensemble	مجموعة متكاملة مرئية بالعين المجردة
Canonical Ensemble	مجموعة معيارية
Microcanonical Ensemble	مجموعة ميكرومعيارية/ معيارية صغرى
Atomic Force Microscope (AFM)	مجهر القوة الذرّيّ
Scanning Probe Microscopy	مجهر المجسّ/ مجهر المسبار الماسح
Scanning Tunneling Microscope (STM)	مجهر نفقيّ ماسح

Simulated Emission	محاكاة انبعاث
Inductor	مُحِثّ
Ordinary Inductor	مُحِثّ اعتيادي
Ideal Inductor	مُحِث مثالي
Electrical Inductors	مُحِثات كهربائية
Digital-to-Analog Converter	محوّل رقمي إلى تماثلي
Delta-Sigma ADC (A/ D)	محوّل رقمي إلى تماثلي دلتا – سيغما
Transconductance	محوّل موصلية
Transducers	محوّلات طاقة
Smith Chart	مخطط سميث
Low Earth Orbit	مدار أرضي منخفض
Input Control	مُدخل تحكّم
Lock-in Oscillator	مذبذب إحكام
Voltage-Controlled Oscillator (VCO)	مذبذبات محكومة بالفولطية
Complex Conjugate	مرافق معقد
Musical Instrument Digital Interface	مرباط تبادلي رقمي للمعدات الموسيقية
Root Mean Squareb (RMS)	مربع متوسط الجذر
IF Stage	مرحلة التردد المتوسط
Hermitian Adjoint	مُردَف هرميتي
Active Filter	مُرشح فاعل
Matched Filter	مُرشح ملائم

Bandpass Filter	مُرشح ممر عرض نطاق
Royal Observatory in Greenwich	مرصد ملكي في غرينتش
Self-Synchronizing	مزامنة ذاتية
Heterodyne	مزج ترددي
Thermocouple	مزدوج حراري
Cross-Sectional Area	مساحة عرضية
Planck Distance	مسافة بلانك
Kullback-Leibler Distance	مسافة كلّباك ليبلر
Hamming Distance	مسافة هامينغ
Traveling Salesman Problem	مسألة البائع المتجول
NP-Complete	مسائل كثيرة الحدود غير القطعية الكاملة/ صنف NP كامل
Inverse Problems	مسائل معكوسة
Thermally-Induced	مستحث حرارياً
Linear Polarizer	مستقطِب خطي
Sound Pressure Level	مستوى ضغط الصوت
Fermi Level	مستوى فيرمي
Analog Feedback Shift Register	مسجّل إزاحة تغذية ارتجاعية تماثلي
Linear Feedback Shift Register (LFSR)	مسجل إزاحة تغذية مرتجعة خطية
Self-Synchronizing Shift Register	مسجّل إزاحة ذاتي المزامنة
Laser Beam Scanning	مسح إشعاعي لايزري

Helical Scanning	مسح حلزوني
Toner	مسحوق الحبر
Focal Plane	مسطّح بؤري
Object Plane	مسطّح الجسم
Image Plane	مسطّح الصورة
Projector	مُسقِط
Satisfiability Problems	مشاكل إشباعية
Saturated	مُشبَعة
UV LED	مصابيح فوق البنفسجية لصمامات ثنائية باعثة
Gaussian Noise Source	مصدر ضجيج غاوسي
Pauli Spin Matrices	مصفوفات باولي للدوران الحلزوني
Ray Matrices	مصفوفات شعاعية
Mechanical Compliance Matrix	مصفوفة الامتثال الميكانيكية
Parity Check Matrix	مصفوفة التأكد من المكافئ
Susceptibility Matrix	مصفوفة التحسس
Broadside Array	مصفوفة ذات جانب عريض
Density Matrix	مصفوفة الكثافة
Symmertical Matrix	مصفوفة متماثلة
Programmable Logic Array (PLA)	مصفوفة منطقية قابلة للترجمة
Generator Matrix	مصفوفة مولّدة

Yagi-Uda Antenna Array	مصفوفة هوائي ياجي – أودا
CMOS Imager	مصور شبه موصل أكسيد الفلز المكمِّل (سيمُس)
Anticommutator	مضاد المِبدال
Lagrange Multipliers	مضاعفات لاغرانج
Lock-in Amplifier	مضخّم إحكام
Optical Parametric Amplifier (OPA)	مضخّم بصري موسطي
Follower Amplifier	مضخّم تابع
Operational Amplifier op-amp	مضخّم عمليّاتي
Compensated op-amp	مضخّم عملياتي معوَّض
Instrumentation Amplifier	مضخّم قياس صوتي
Fast Acousto-Optic Modulator	مضمّن صوت – بصري سريع
Compliance	مطاوَعة
XPS	مطيافية الانبعاث الضوئي الأشعة السينية
Auger Spectroscopy	مطيافية أوجيه
Reflection Coefficient	معادل الانعكاس
Statics Equations	معادلات سكونية
Fresnel Equations	معادلات فرنيل
Maxwell's Equations	معادلات ماكسويل
Diffusion Equation	معادلة انتشار
Poisson's Equation	معادلة بواسون

Stochastic Differential Equation	معادلة تفاضلية عشوائية
Schrödinger's Equation	معادلة شرودنغر
Time-Dependent Schrödinger Equation	معادلة شرودنغر المعتمدة على الزمن
Time-Independent Schrödinger Equation	معادلة شرودنغر غير معتمدة على الزمن
Lens Equation	معادلة العدسة
Laplace's Equation	معادلة لابلاس
Langevin Equation	معادلة لانجڤين
London Equation	معادلة لندن
Liouville-von Neumann Equation	معادلة ليوفيل – فون نيومان
Helmholtz's Equation	معادلة هيلمهولتز
Transmission Coefficient	مُعامِل الانتقال
Coefficient of The Quadartic Term	مُعامِل الحد التربيعي
Quality Factor	مُعامِل النوعية
Raising Operator	مُعامِل رفع
Seebeck Coefficient	مُعامِل سيبك
Clebsch-Gordon Coefficient	مُعامِل كلبش جوردون
Hamiltonian	مُعامِل هاملتون
Heisenberg Hamiltonian	مُعامِل هاملتون هايزبرغ
Peltier Coefficients	مُعامِلات بلتيير
Output Impedance	معاوقة مخرج

Input Impedance	معاوقة مُدخل
Impedance of Free Space	معاوقة/ ممانعة الفراغ الحرّ
Characteristic Impedance	معاوقة مميِّزة/ ممانعة مميِّزة
Average	معدّل
Bit Error Rate (BER)	معدّل أخطاء البِتّ
Chip Rate	معدّل الرقاقة
Mean Square Déviation	معدّل مربّع الانحراف
Fisher Information	معلومة فيشر
Mutual Information	معلومة مشتركة
Meaning	معنى
Rayleigh's Criterion	معيار رايليه
Normalized	معياري
Modular Exponentiation	معيارية أُسيّة
Microencapsulated Electrophoresis	مغلف استرشاد كهربائي مجهري
Contours	مغلفات
Magnetization	مغنطة
Ferromagnetism	مغنطة حديدية
Remnant Magnetization	مغنطة متبقية
Rare-Earth Magnets	مغناطيسية تربة نادرة
Diamagnetism	مغناطيسية عكسية
Paramagnetism	مغناطيسية مؤقتة

Einstein- Podolsky- Rosen Paradox	مفارقة إينشتاين – بودولسكي روزن
Reactance	مُفاعلة
Frequency-Shift Keying	مفتاح إزاحة التردّد
Quadrature Phase-Shift Keying (QPSK)	مفتاح إزاحة الطور التربيعي
Binary Phase-Shift Keying (BPSK)	مفتاح إزاحة الطور الثنائي
Public Key Cryptography	مفتاح تشفير عام
Private key	مفتاح خاص
On-Off Keying	مفتاح فتح غلق
Sinks	مِفراغ
Aharonov-Bohm Effect	مفعول أهارونوف بوم
DC Josephson Effect	مفعول جوزفسون للتيار المستمرّ
AC Josephson Effect	مفعول جوزفسون للتيار المتناوب
Field-Effort	مفعول الحقل
Resistance	مقاومة
Radiation Resistance	مقاومة الإشعاع
Surface Resistance	مقاومة السطح
Sheet Resistivity	مقاومة الصفيحة/ الرقاقة / اللوح
Giant Magnetoresistance	مقاومة مغناطيسية عملاقة
Colossal Magnetoresistance	مقاومة مغناطيسيّة هائلة
Resistivity	مقاومية

Tradoff	مقايضة
Biased Estimator	مُقدِّر انحيازي
Consistent Estimator	مُقدِّر متماسك
Biased Consistent	مُقدِّر متناسق
Dominant Estimator	مُقدِّر مهيمن
Time Domain Reflectometer (TDR)	مقياس الانعكاس لنطاق الزمن
Michelson Interferometer	مقياس التداخل الخاص بمايكلسون
Vibrating Sample Magnetometer	مقياس مغنطة بهزّ العيّنة
Temperature Compensated Crystal Oscillator (TCCO)	مكافئ درجة حرارة البلورات المذبذبة
Oven Compensated Crystal Oscillator (OCCO)	مكافئ فرن البلورات المذبذب
Microwave Equivalent	مكافئ موجات دقيقة
Galois Equivalent	مكافئ غالوا
Photodetector	مكتشف ضوئي
Supercapacitors	مكثّف فائق
Optical Rerepeaters	مكررات بصرية
Q Component	مكوّن تربيعي
I Component	مكوّن طوري
Tangential Component	مكوّن مماسي
Artifacts	ملاحظة علمية
Twisted Nematic	ملتوية خطية

Coil	ملف حلقي
Solenoid	ملف لولبي كهربائي
Impedance	ممانعة/ معاوقة
Paramagnetic	ممغنطة مؤقتة
IV Product	منتج منحي التيار الفولطية
Modular	منتظم/ معياري
Yield	منتوج
Activator	منشّط
Activator Excited	منشطة مثارة
Combinatorial Logic	منطق تجميعي
Transistor-Transistor Logic (TTL)	منطق الترانزيستور – الترانزيستور
Synchronous Logic	منطق تزامني
Sequential Logic	منطق تسلسلي
Adiabatic Logic	منطق ثابِتّ الحرارة/ منطق أديباتيكي
Dual-Rail Logic	منطق ثنائي السكك
Tristate Logic	منطق الحالات الثلاث
Two-Level Logic	منطق ذو مستويين
Digital Logic	منطق رقمي
Reversible Logic	منطق عكوسي
Asynchronous Logic	منطق لاتزامني
Fluidic Logic	منطق مائعي (سوائلي)

Emitter-Coupled Logic	منطق مبعاث مزدوج
Fault-Tolerant Logic	منطق يسمح بالخطأ
Depletion Region	منطقة استنفاذ
Radiation Zone	منطقة إشعاع
Transition Region	منطقة انتقال
Brillouin Zone	منطقة برلوين
Induction Zone	منطقة الحث
Space-Charge Region	منطقة حيّز الشحنة
Static Zone	منطقة ساكنة
Regularizer	منظّم
Hard Magnetic Materials	مواد مغناطيسية صلبة
Soft Magnetic Materials	مواد مغناطيسية لينة
Crystal Lattice Sites	مواقع شبكية البلورة
Antisymmetric Tensor	موتّر غير متماثل
Director	مُوَجِّه
Surface Acoustic Wave	موجة صوتية سطحية
Transverse Electric Wave	موجة كهربائية مستعرضة
Transverse Electromagnetic Wave	موجة كهرومغناطيسية مستعرضة
Transverse Magnetic Wave	موجة مغناطيسية مستعرضة
Soliton	موجة منعزلة
Waveguide	موجِّه الموجة

Distributed Bragg Reflectors (DBR)	موزّع براغ العاكس
Prism	موشور
Photoconductor	موصّل كهرباء ضوئي
Isotopic Conductor	موّصّل متجانس
Conductivity	موصّليّة
Superconductivity	موصّليّة فائقة
Weak Localization	موضعة ضعيفة
Mole	مول
Differential Operators	مؤثرات تفاضلية
Virtual Ground	مؤرّض/ أرضي افتراضي
Ground Mecca	مؤرّض/ أرضي ميكّا
Index Refraction	مؤشر الانكسار
Graded Index of Refraction (GIRN)	مؤشر انكسار متدرّج
Resolution of the Lens	ميز العدسة
Spatial Resolution	ميز فضائي
Thermometer	ميزان حرارة
Mesons	ميزون
Statistical Mechanics of Quantum Systems	ميكانيكا إحصاء الأنظمة الكموميّة
Bidirectional Mechanism	ميكانيكية ثنائية الاتجاه
Dual-Slope ADC (A/ D)	مَيْل مزدوج لمبدّل تماثلي رقمي

Mylar	ميلار
Mumetal: Fe18Ni75Cu5Cr2	ميوميتال
Muon	ميون
Nats	ناتس/ لوغاريتم طبيعي
Photocarriers	ناقلات ضوئية
Femtosecond Optical Pulse	نبض بصري من فمتوثانية
Tipping Pulse	نبض مَيليّ
Fountain	نبع
Silicon Nitride	نتريد السيليكون
Score	نتيجة
Signal-To-Noise Ratio (SNR)	نسبة الإشارة إلى الضجيج
Voltage Standing-Wave Ratio (VSWR)	نسبة الجهد الكهربائي إلى الموجة المستقرة
Common Mode Rejection Ratio (CMRR)	نسبة رفض النمط المشترك
Gyromagnetic Ratio	نسبة مغناطيسية دورانية
Special Relativity	نسبية خاصة
Parametric Version	نسخة موسطية
Schwarzschild Radius	نصف قطر شفارتزشيلد
Antenna Area	نطاق تغطية الهوائي
Sunglasses	نظارات شمسية
Order	نظام/ ترتيب
Global Positioning System (GPS)	نظام تحديد الموقع الجغرافي الدولي

Differential GPS	نظام تحديد الموقع الجغرافي الدولي التفاضليّ
Interferometer	نظام قياس التداخل
Navigation System with Timing and Ranging (NAVSTAR)	نظام ملاحة مع توقيت وتحديد مدى
NAVSTAR	نظام ملاحة مع توقيت وتحديد مدى/ NAVSTAR
CGS	نظام وحدات عالمي (سنتمتر غرام - ثانية)
MKS	نظام وحدات عالمي (متر - كيلوغرام - ثانية)
Isotopes	نظائر
String Theory	نظرية الأوتار
BCS Theory	نظرية باردين - كوبر - شريفر
Coding Theory	نظرية التشفير
Kinetic Theory	نظرية حركية
Scalar Diffraction Theory	نظرية الحيود السلمي
Many-Worlds Theory	نظرية العوالم المتعددة
Electroweak Theory	نظرية الكهروضعيفة
General Relativity	نظرية النسبية العامة
Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS)	نظم كهروميكانيكية صغرى
Permeability	نفاذيّة
Differential Permeability	نفاذيّة تفاضليّة
Permeability of Free Space	نفاذيّة الفضاء الحرّ

Electric Susceptibility	نفاذيّة كهربائية
Magnetic Permeability	نفاذيّة مغناطيسية
Diamagnetic	نفاذيّة مغناطيسية مضاعفة
Relative Permittivity	نفاذيّة نسبية
Triple Point of Water	نقطة الماء الثلاثية
Depletion Mode MOSFET	نمط الاستنفاذ لترانزيستور MOSFET
Enhancement Mode MOSFET	نمط التعزيز لترانزيستورات MOSFET
Ebers-Moll Model	نموذج إيبرز - مول
Kronig-Penney Model	نموذج كرونيغ - بيني
Forward Model	نموذج مباشر
Standard Model	نموذج معياري
Back-to Back	نهاية طرف بنهاية طرف
Single-Ended	نهاية مفردة
Nucleus	نواة
Electronically-Controllable Windows	نوافذ إلكترونية مسيطرة عليها
Liquid Nitrogen	نيتروجين/ آزوت
Neutron	نيوترون
Neutrino	نيوترينو
Newton	نيوتن
Nucleons	نيوكليون
Hadrons	هادرونات

Hamming	هامينغ
Hermitian	هرميتي
Antenna	هوائي
Parabolic Antenna	هوائي إهليلجي
Horn Antenna	هوائي بوقيّ
Helical Antenna	هوائي حلزوني
End-Fire Antenna Array	هوائي ذو إشعاع بنفس اتجاه المصفوفة
Micropatch Antenna	هوائي ذو روابط مجهرية
Slot Antenna	هوائي شقّي
Bow-Tie Antenna	هوائي على شكل فراشة
Ferrite Antenna	هوائي فرّيتيّ (حديديّ)
Log-Periodic Antenna	هوائي مرحلي لوغاريتمي
Granular Structures	هياكل حبيبية
Free-Standing Mechanical Structures	هياكل ميكانيكية قائمة بذاتها
Liquid Helium	هيليوم سائل
The Commission Internationale de l'éclairage CIE	هيئة الإضاءة الدولية
Singlet	واحدي
Volume Unit	وحدة الحجم
Gaussian Units	وحدة غاوسيّة
Uniaxial	وحيد الاتجاه
Long-Haul Fiber Links	وصلات ألياف المسافات الطويلة

Junction	وصلة
Josephson Junction	وصلة جوزفسون
Heterojunction	وصلة غير متجانسة
Collector-Base Junction	وصلة المجمّع – القاعدة
Emitter-Base Junction	وصلة المرسل – القاعدة
Planck Time	وقت بلانك
Phosphorescence	وميض فوسفوري
Blurring the Image	يغبّش الصورة/ عدم وضوح الصورة – غشاوة

المراجع

[Abrams & Lloyd, 1998] Abrams, D. S., & Lloyd, S. (1998). Non-linear Quantum Mechanics Implies Polynomial-Time Solution for NP-Complete and P Problems. *Physical Review Letters*, 81, 3992-5.

[Adleman, 1994] Adleman, L. M. (1994). Molecular Computation of Solutions to Combinatorial Problems. *Science*, 5187, 1021-3.

[Aharonov & Bohm, 1961] Aharonov, Y., & Bohm, D. (1961). Time in the Quantum Theory and the Uncertainty Relation for Time and Energy. *Physical Review*, 122, 1649-1658.

[Alt & Pleshko, 1974] Alt, P. M., & Pleshko, P. (1974). Scanning Limitations of Liquid-Crystal Displays. *IEEE Transactions on Electron Devices*, ED-21, 146-55.

[Alvelda & Lewis, 1998] Alvelda, P., & Lewis, N. D. (1998). New Ultra-Portable Display Technology and Applications. *Proceedings of SPIE*, 3362, 322-3255.

[Anderson, 1989] Anderson, H. (ed). (1989). *A Physicist's Desk Reference*. New York: Institute of Physics.

[Anderson, 1992] Anderson, J. L. (1992). Why We Use Retarded Potentials. *American Journal of Physics*, 60, 465-467.

[Anderson *et al.*, 1995] Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E., & Cornell, E. A. (1995). Observation of Bose-

Einstein Condensation in a Dilute. Atomic Vapor.: *Science*, 269, 198-201.

[Ash, 1990] Ash, Robert B. (1990). *Information Theory.* New York: Dover Publications.

[Ashcroft & Mermin, 1976] Ashcroft, N., & Mermin, N. D. (1976). *Solid State Physics*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

[Aspect *et al.*, 1981] Aspect, A., Grangier, P. & Roger, G.-(1981). Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem. *Physical Review Letters*, 47, 460-463 .

[Athas *et al.*, 1994] Athas, W. C., Svensson, L. J., Koller, J. G., Tzartzanis, N., & Chou, E. Ying-Chin. (1994). Low-Power Digital Systems Based on Adiabatic-Switching Principles. *IEEE Transactions on VLSI Systems*, 2, 398-407.

[Baibich *et al.*, 1988] Baibich, M. N., Broto, J. M, Fert, A., Dau, F. Nguyen Van, Petroff, F., Etienne, P., Creuzet, G., Friederich, A., & Chazelas, J. (1988). Giant Magnetoresistance of (00l)Fe/(001) Cr Magnetic Superlattices. *Physical Review Letters*, 61, 2472-5.

[Balanis, 1997] Balanis, Constantine. (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design.* 2nd edn. New York: Wiley.

[Balian, 1991] Balian, Roger. (1991). *From Microphysics to Macrophysics: Methods and Applications of Statistical Physics.* New York: Springer-Verlag. Translated by D. ter Haar and J. F. Gregg, 2 volumes.

[Bardeen *et al* 1957] Bardeen. I Cooper. L. N. & Schrieffer. L. R. (1957). *Theory of David* P., Margolus, Norman, Shor, Peter, Sleator, Tycho, Smolin, John, & Weinfurter, Harald. (1995). *Elementary Gates for Quantum Computation*. *Phys. Rev. A*, 52, 3457-67.

[Baym, 1973] Baym, Gordon. (1973). *Lectures on Quantum Mechanics.* Reading: W. A. Benjamin.

[Beckman *et al.*, 1996] Beckman, D., Chari, A. N., Devabhaktuni, S., & Preskill, J. (1996). Efficient Networks for Quantum Factoring.

Physical Review A, 54, 1034-63.

[Bell, 1964) Bell, J. (1964). On The Einstein Podolsky Rosen Paradox. *Physics*, I, 195-200.

[Benioff, 1980] Benioff, P. (1980). The Computer as a Physical System: A Microscopic Quantum Mechanical Hamiltonian Model of Computers as Represented by Turing Machines. *Journal of Statistical Physics*, 22, 563-91.

[Bennett, 1973] Bennett, C. H. (1973). Logical Reversibility of Computation. *IBM Journal of Research and Development*, 17, 525.

[Bennett, 1988] Bennett, C. H. (1988). Notes on the History of Reversible Computation. *IBM Journal of Research and Development*, 32, 16-23.

[Bennett & Brassard, 1984] Bennett, C. H., & Brassard, G. (1984). Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing. Pages 175-9 of: *Proceedings of IEEE International Conference on Computers*, *Systems*, *and Signal Processing*. New York: IEEE.

[Bennett & Brassard, 1989] Bennett, C. H., & Brassard, G. (1989). The Dawn of a New Era for Quantum Cryptography: The Experimental Prototype is Working. *Sigact News*, 20, 78-82.

[Bennett *et al.*, 1993] Bennett, C. H., Brassard, G., Crepeau, C. Jozsa, R., & Wootters, A. Peres W. K. (1993). Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Physical Review Letters*, 70, 1895- 9.

[Benton, 1969] Benton, .S. A. (1969). Hologram Reconstructions With Extended Incoherent Sources. *Journal of the Optical Society of America*, 59, 1545-6.

[Berry & Geim, 1997] Berry, M. V., & Geim, A. K. (1997). Of Flying Frogs and Magnetic Levitrons Levitation. *European Journal of Physics*, 18; 307-13.

[Bertram *et al.*, 1998] Bertram, H. N ., Zhou, H., & Gustafson, R. (1998). Signal to Noise Ratio Scaling and Density Limit Estimates in Longitudinal Magnetic Recording. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34, 1845-7.

[Besag *et al.*, 1995] Besag, J., Green, P. J., Higdon, D., & Mengersen, K. (1995). Bayesian Computation and Stochastic Systems. *Statistical Science*, 10, 3-66.

[Bhaskar.et al., l996] .Bhaskar, N. D., White, J., Mallette, L. A., McClelland, T. A., & Hardy, J. (1996). A Historical Review of Atomic Frequency Standards used in Space Systems. Pages 24-32 of: *Proceedings of the 1996. IEEE International Frequency Control*, *Symposium.* New YorK: IEEE.

[Binnig *et al.*, 1986] Binnig, G., Quate, C. F., & Gerber, C. (1986). Atomic Force Microscope. *Physical Review Letters*, 56, 930-3.

[BIPM, 1998]. BIPM. (1998). *The International System of Units (SI).* Organisation Intergouvernementale de la Convention du Métre.

[Birtwistle & Davis, 1995] Birtwistle, G., & Davis, A. (eds). (1995). *Asynchronous Digital Circuit Design.* New York: Springer-Verlag.

[Bitzer, 1999] Bitzer, D. L. (1999). Inventing the AC Plasma Panel. *Information Display*, 15, 22-7.

[Black, 1934] Black, H. S. (1934). Stabilized Feedback Amplifiers. *Bell System Technical Journal*, 13, 1-18.

[Blahut, 1988] Blahut, Richard E. (1988). *Principles and Practice of Information Theory.* Reading: Addison-Wesley.

[Boguna & Corral, 1997] Boguna, M., & Corral, A. (1997). Long-Tailed Trapping Times and Levy Flights in a Self-Organized Critical Granular System. *Phvsical Electromagnetic Theory of Propagation*, *Interference and Diffraction of Light.* 7th edn. New York: Cambridge University Press.

[Bortoletto *et al.*, 1999] Bortoletto, F., Bonoli, C., Fantinel, D., Gardio, D., & Pernechele, C. (1999). An Active Telescope Secondary Mirror Control System. *Review of Scientific Instruments*, 70, 2856-60.

[Bove, 1998] Bove, V. M. (1998). Object-Based Media and Stream-Based Computing. *Proceedings of SPIE*, 33ll, 24-9.

[Boyer *et al.*, 1998] Boyer, M., Brassard, G., Hoyer, P., & Tapp, A. (1998). Tight Bounds on Quantum Searching. *Progress of Physics*, 46, 493-505.

[Boyle & Smith, 1971] Boyle, W. S., & Smith, G. E. (1971). Charge-Coupled Devices- A New Approach to MIS Device Structures. *IEEE Spectrum*, 8, 18-27.

[Brodie & Muray, 1982] Brodie, lvor, & Muray, Julius J. (1982). *The Physics of Microfabrication.* New York: Plenum Press.

[Brody, 1996] Brody, T. P. (1996). The Birth and Early Childhood of Active Matrix A Personal Memoir. *Journal of the Society for Information Display*, 4, 113-27.

[Brunel *et al.*, 1999] Brunel, C., Lounis, B., Tamarat, P., & Orrit, M. (1999). Triggered Source of Single photons based on Controlled Single Molecule Fluorescence. *Physical Review Letters*, 83, 2722-5.

[Brush, 1976] Brush, Stephen G. (1976). *The Kind of Motion We Call Heat: A History of the Kinetic Theory of Gases in the 19th Century.* New York: North-Holland. 2 volumes.

[Buschow, 1991] Buschow, K. H. J. (1991). New Developments in Hard Magnetic Materials. *Reports on Progress in Physics*, 54, 1123- 213.

[Calderbank & Shor, 1996] Calderbank, A. R., & Shor, P. W. (1996). Good Quantum Error-Correcting Codes Exist. *Physical Review A*, 54, 1098-105.

[Callen, 1985] Callen, Herbert B. (1985). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics.* 2nd edn. New York: Wiley.

[Campbell & Green, 1966] Campbell, F. W., & Green, D. (1966).

Optical and Retinal Factors Affecting Visual Resolution. *Journal of Physiology*, 181, 576-93.

[Chandrasekhar, 1992] Chandrasekhar, S. (1992). *Liquid Crystals*. 2nd edn. New York: Cambridge University Press.

[Chapin *et al.*, 1954] Chapin, D. M., Fuller, C. S., & Pearson, G. L. (1954). A New Silicon *p-n* Junction Photocell for Converting Solar Radiation into· Electrical Power. *Journal of Applied Physics*, 25, 676.

[Chow *et al.*, 1985] Chow, W. W., Gea-Banacloche, J., Pedrotti, L. M., Sanders, V. E., Schleich, W., & Scully, M. O. (1985). The Ring Laser Gyro. *Reviews of Modern Physics*, 57, 61-104.

[Chuang *et al.*, 1998a] Chuang, I. L., Gershenfeld, N., Kubinec, M. G., & Leung, D. W. (1998a). Bulk Qantum Computation with Nuclear Magnetic Resonance: Theory and Experiment. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 454, 447-67.

[Chuang *et al.*, 1998b] Chuang, I. L., Gershenfeld, N., & Kubinec, M. (1998b). Experimental Implementation of Fast Quantum Searching. *Physical Review Letters*, 80, 3408- ll.

[Cirac & Zoller, 1995] Cirac, J. I., & Zoller, P. (1995). Quantum Computations with Cold Trapped Ions. *Physical Review Letters*, 74, 4091-4.

[Clarke, 1999] Clarke, R. J. (1999). Image and Video Compression: A Survey. *International Journal of Imaging Systems & Technology*, 10, 20-32.

[Comiskey *et al.*, 1998] Comiskey, B., Albert, J. D., Yoshizawa, H., & Jacobson, J. (1998). An Electrophoretic Ink for All-Printed Reflective Electronic Displays. *Nature*, 394, 253- 5.

[Conway, 1991] Conway. B. E. (1991). *Transition from Supercapacitor to Battery Behavior*.

[Conway & Sloane, 1993] Conway, J. H., & Sloane, N. J. A. (1993). *Sphere Packings*, *Lattices*, *and Groups*. 2nd edn. New York: Springer-Verlag.

[Cook, 1971] Cook, S. A. (1971). The Complexity of Theorem-Proving Procedures. Pages 151-8 of: *Proceedings of the 3rd Annual ACM Symposium on the Theory of Computing*. New York: Association for Computing Machinery.

[Cooper *et al.*, 1999] Cooper, E. B., Manalis, S. R., Fang, H., Dai, H., Matsumoto, K., Minne, S. C., Hunt, T., & Quate, C. F. (1999). Terabit-per-Square-Inch Data Storage with the Atomic Force Microscope. *Applied Physics Letters*, 75, 3566-8.

[Cooper, 1956] Cooper, L.N. (1956). *Physical Review*, 104, 1189.

[Corney, 1978] Corney, Alan. (1978). *Atomic and Laser Spectroscopy.* Oxford: Clarendon Press.

[Cory *et al.*, 1997] Cory, D. G., Fahmy, A. F., & Havel, T. F. (1997). Ensemble Quantum Computing by NMR Spectroscopy. *Proceedings of the National Academy of Science*, 94, 1634-9.

[Cory *et al.*, 1998] Cory, D. G., Price, M. D., Maas, W., Knill, E., Laflamme, R., Zurek, W. H., Havel, T. F., & Somaroo, S. S. (1998). Experimental Quantum Error Correction. *Physical Review Letters*, 81, 2152-5.

[Cover & Thomas, 1991] Cover, Thomas M., & Thomas, Joy A. (1991). *Elements of Information Theory.* New York: Wiley.

[Cowper, 1998] Cowper, R. (1998). A View of Next Generation Optical Communication Systems - Possible Future High-Capacity Transport Implementations. *Proceedings of SPIE*, 3491, 575-80.

[Crisanti *et al.*, 1993] Crisanti, A., Jensen, M. H., Vulpiani, A., & Paladin, G. (1993). Intermittency and Predictability in Turbulence. *Physical Review Letters*, 70, 166-9.

[Crommie *et al.*, 1993] .Crommie, M. F., Lutz, C. P., & Eigler, D. M. (1993). Confinement of Electrons to Quantum Corrals on a Metal Surface. *Science*, *262*, 218- 20.

[Danzer, 1999] Danzer, Paul (ed). (1999). *The ARRL.Handbook for Radio Amateurs.* 76th edn. Newington: American Radio Relay League.

[Davis *et al.*, 1977] Davis, J. R., Dinger, R. J., & Goldstein, J. A. (1977). Development of a Superconducting ELF Receiving Antenna. *JEEE Transactions on Antennas & Propagation*, AP-25, 223- 31.

[de Groot & Mazur, 1984] de Groot, S. R., & Mazur, P. (1984). *Non-Equilibrium Thermodynamics.* Mineola: Dover Publications, Inc.

[Delavaux & Nagel, 1995] Delavaux, J.-M. P., & Nagel, J. A. (1995). Multi-Stage Erbium-Doped Fiber Amplifier Designs. *Journal of Lightwave Technology*, 13, 703-20.

[Denk *et al.*, 1990] Denk, W., strickler, J. H., & .Webb, W. W. (1990). Two-Photon Laser Scanning Fluorescence Microscopy. *Science*, 248, 73-6.

[Dennard, 1968] Dennard, R. H. (1968). *Field-Effect Transistor Memory;* US Patent No. 3 387 286.

[Denyer *et al.*, 1995] Denyer, P. B., Renshaw, D., & Smith, S. G. (l995). Intelligent CMOS Imaging: *Proceedings of SPIE*, 2415, 285-91.

[Deutsch, 1985] Deutsch, D. (1985). Quantum Theory, the Church-Turing Principle and the Universal Qantum Computer. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, A400, 97-117.

[Dickinson & Denker, 1995] Dickinson, A. G., & Denker, J .S. (1995). Adiabatic Dynamic Logic. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 30, 311-5.

[Diffie & Hellman, 1976] Diffie, W., & Hellman, M. (1976). New Directions in Cryptography. *IERR Transactions on Information Theorv.* IT-22. 644-54.

[Dixon, 1984] Dixon, R.C. (1984). *Spread Spectrum Systems.* New York: John Wiley & Sons.

[Drexler, 1992] Drexler, K. Eric. (1992). *Nanosystems : Molecular Machinery*, *Manufacturing*, *and Computation.* New York: John Wiley & Sons.

[Durrani *et al.*, 1999] Durrani, Z. A. K., Irvine, A. C., Ahmed, H., & Nakazato, K. (1999). Memory Cell with Single-Electron and Metal-

Oxide-Semiconductor Transistor Integration. *Applied Physics Letters*, 74, 1293-5.

[Dutta & Horn, 1981] Dutta, P., & Horn, P. M. (1981). Low-Frequency Fluctuations in Solids: 1/ *f* Noise. *Reviews of Modern Physics*, 53, 497-516.

[*Economist*, 1993] *Economist.* (1993). 326, 49 (January 30th).

[Edelstein *et al*, 1997] Edelstein, D., Heidenreich, J., Goldblatt, R., Cote, W., Uzoh, C., Lustig, N., Roper, P., McDevitt, T., Motsiff, W., Simon, A., Dukovic, J.., Wachnik, R., Rathore, H., Schulz, R., Su, L., Luce, S., & Slattery, J. (1997).

Full Copper Wiring in a Sub-0.25 μm CMOS ULSI Technology. Pages 773-776 of: *Proceedings of the IEEE International Electron Devices Meeting*. New York: IEEE.

[Einstein, 1905] Einstein, A. (1905). Zur Electrodynamik bewegter Kőrper. *Annalen der Physik*, 17, 891-921.

[Einstein, 1916] Einstein, A. (1916). Grundlagen der allgemeinen Relativitatstheorie. *Annalen der Physik*, 49, 769-822.

[Einstein *et. al.*, 1935] Einstein, A., Podolsky, B., & Rosen, N. (1935). Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete? *Physical Review*, 47, 777-80.

[Ekert & Jozsa, 1996] Ekert, Artur, & Jozsa, Richard (1996). Quantum Computation and Shor's Factoring Algorithm. *Reviews of Modern Physics*, 68(3), 733-53.

[Ernst *et al.*, 1994] Ernst, R. R., Bodenhausen, G., & Wokaun, A. (1994). *Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions.* Oxford: Oxford University Press.

[Everett, 1957] Everett, Hugh. (1957). Relative State Formulation of Quantum Mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 29, 454--62.

[Farhi *et al.*, 1998] Farhi, E., Goldstone, J., Gutmann, S., & Sipser,

M. (1998). Limit on the Speed of Quantum Computation in Determining Parity. *Physical Review Letters*, 81, 5442-4.

[Fauchet, 1998] Fauchet, P. M. (1998). Progress Toward Nanoscale Silicon Light Emitters. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 4, 1020-8.

[Feller, 1968] Feller, William. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications.* 3rd edn. New York: Wiley.

[Feller, 1974] Feller, William. (1974). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications.* 2nd edn. Vol. II. New York: Wiley.

[Fergason, 1985] Fergason, J .L. (1985). Polymer Encapsulated Nematic Liquid Crystals for Display and Light Control Applications. Pages 68-70 of: *1985 SID International Symposium.* New York: Pallisades Institute for Research Services

[Feynman, 1982] Feynman, R. P. (1982). Simulating Physics with Computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21, 467-88.

[Feynman, 1992) Feynman, R. P. (1992). There's Plenty of Room at the Bottom (Data Storage). *Journal of Microelectromechanical Systems*, l, 60-6.

[Fink *et al*, 1998] Fink, Y., Winn, J. N., Shanhui, Fan, Chiping, Chen, Michel, Joannopoulos, J. D., & Thomas, E. L. (1998). A Dielectric Omnidirectional Reflector. *Science*, *282*, 1679-82.

[Fischer et al., 1972] Fischer, A. G., Brody, T. P., & Escott, W. S. (1972). Design of a Liquid Crystal Color TV Panel. Pages 64-6 of: *Conference on Display Devices* IEEE Conference Record of 1972. Piscatawav: IEEE.

[Fletcher *et al.*, 1997] Fletcher, R., Levitan, J. A., Rosenberg, J., & Gershenfeld, N. (1997). Application of Smart Materials to Wireless ID Tags and Remote Sensors.

George, E. P., Gotthardt, R., Otsuka, K., Trolier-McKinstry, S., & Wun-Fogle, M. (eds), *Materials for Smart Systems II.* Pittsburgh: Materi-

als Research Society.

[Fletcher *et al.*, 1993] Fletcher, R. M., Kuo, K. Chihping, Osentowski, T. D., Jiann, G. Y., & Robbins, V. M. (1993). High-Efficiency Aluminum Indium Gallium Phosphide Light-Emitting Diodes. *Hewlett-Packard Journal*, *44*, 6-14.

[Fowler & Nordheim, 1928] Fowler, R. H., & Nordheim, L. (1928). Electron Emission in Intense Electric Fields. *Proceedings of the Royal Society of London*, 119, 173-81.

[Fraden, 1993] Fraden, Jacob. (1993). *AlP Handbook of Modern Sensors: Physics*, *Designs and Applications.* New York: American Institute of Physics.

[Friend *et al.*, 1999] Friend, R. H., Gymer, R. W., Holmes, A. B., Burroughes, J. H., Marks, R. N., Taliani, C., Bradley, D. D C, Santos, D. A. Dos, Bredas, J. L., Logdlund, M., & Salaneck, W. R. (1999). Electroluminescence in Conjugated Polymers. *Nature*, 397, 121-8.

[Fukada & Yasuda, 1957] Fukada, E., & Yasuda, L. (1957). On the Piezoelectric Effect of Bone. *Journal of the Physical Society of Japan*, 12, 1158.

[Fukuda, 1998] Fukuda, Y. (1998). Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Physical Review Letters*, 81, 1562-7.

[Fukushima & Roeder, 1981] Fukushima, Eiichi, & Roeder, Stephen B. W. (1981). *Experimental Pulse NMR: A Nuts and Bolts Approach.* Reading: Addison-Wesley.

[Furusawa *et-al.*, 1998] Furusawa, A., Sorensen, J. L., Braunstein, S. L., Fuchs, C. A., Kimble, H. J., & Polzik, E. S. (1998). Unconditional Quantum Teleportation. *Science*, 282, 706-9.

[Gabor, 1948] Gabor, D. (1948). A New Microscopic Principle. *Nature*, 161, 777- 8.

[Gabor, 1966] Gabor, D. (1966). Holography of the "Whole Pic-

ture". *New Scientist*, 29, 74-8.

[Galtarossa *et al.*, 1994] Galtarossa, A., Someda, C. G., Matera, F., & Schiano, M. (1994). Polarization Mode Dispersion in Long Single-Mode-Fiber Links: A Review. *Fiber & Integrated Optics*, 13, 215-29.

[Garey & Johnson, 1979] Garey, Michael R., & Johnson, David S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness.* San Francisco: W. H. Freeman.

[Gershenfeld, 1993] Gershenfeld, N. A. (1993). Information in Dynamics. Pages 276-80 of: Matzke, Doug (ed), *Proceedings of the Workshop on Physics of Computation.* Piscataway: IEEE Press.

[Gershenfeld, 1996] Gershenfeld, N. A. (1996). Signal Entropy and the Thermodynamics of Computation, *IBM Systems Journal*, 35, 577-86.

[Gershenfeld, 1999a] Gershenfeld, N. A. (1999a). *The Nature of Mathematical Modeling.* New York: Cambridge University Press.

[Gershenfeld, 1999b] Gershenfeld, N. A. (1999b). *When Things Start To Think.* New York: Henry Holt and Company.

[Gershenfeld & Chuang, 1997] Gershenfeld, N. A., & Chuang, I. L. (1997). Bulk Spin Resonance Quantum Computation. *Science*, 215, 350-6.

[Gershenfeld & Grinstein, 1995] Gershenfeld, N. A., & Grinstein, G. (1995). Entrainment and Communication with Dissipative Pseudorandom Dynamics. *Physical Review Letters*, 74, 5024-7.

(Ghrayeb *et al.*, 1997] Ghrayeb, J., Jackson, T. W., Daniels, R., & Hopper, D. G. (1997). Review of Field Emission Display Potential as a Future (Leap-Frog) Flat Panel and a Measurement of the Frequency Shift due to Ultracold Collisions. *Physical Review Letters*, 70, 1771-4.

[Gilbert, 1975] Gilbert, B. (1975). A New Technique for Analog Multiplication. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, SC-10, 437-47.

[Ginzburg & Landau, 1950] Ginzburg, V. L., & Landau, L. D. (1950). Concerning the Theory of Superconductivity. *Soviet Physics JETP*, 20, 1064-82.

[Girard, 1994] Girard, G. (1994). The Third Periodic Verification of National Prototypes of the Kilogram (1988-1992). *Metrologia*, 31, 317-36.

[Giveon & Kutasov, 1999] Giveon, A., & Kutasov, D. (1999). Brane Dynamics and Gauge Theory. *Reviews of Modern Physics*, 71, 983-1084.

[Goldstein, 1980] Goldstein, Herbert. (1980). *Classical Mechanics.* 2nd edn. Reading: Addison-Wesley.

[Grabert & Devoret, 1992] Grabert, Hermann, & Devoret, Michel H. (eds). (1992). *Single Charge Tunneling: Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures.* New York: Plenum Press.

[Greenberger *et al.*, 1990] Greenberger, D. M., Horne, M. A., Shimony, A., & Zeilinger, A (1990). Bell's Theorem Without Inequalities. *American Journal of Physics*, 58, 1131-43.

[Grochowski *et al.*, 1993] Grochowski, E. G., Hoyt, R. F., & Heath, J. S. (1993). Magnetic Hard Disk Drive Form Factor Evolution. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29, 4065-7. Part 2.

[Grover, 1997] Grover, L. K. (1997). Qantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack. *Physical Review Letters;* 79, 325-8.

[Grover, 1998] Grover, L. K. (1998). Quantum Computers Can Search Rapidly by Using Almost Any Transformation. *Physical Review Letters*, 80, 4329-32.

[Gruetter *et al.*, 1995] Gruetter, P., Mamin, H. J., & Rugar, D. (1995). Magnetic Force Microscopy (MFM). Pages 151-207 of: *Scanning Tunneling Microscopy II.* Berlin: Springer-Verlag.

[Gundlach *et al.*, 1996] Gundlach, J. H., Adelberger, E. G., Heckel, B. R., & Swanson, H. E. (1996). New Technique for Measuring Newton's Constant G. *Physical Review D*, *54*, 1256.

[Hagen, 1996] Hagen, Jon B. (1996). *Radio-Frequency Electronics: Circuits and Applications.* New York: Cambridge University Press.

[Hardy & Wright, 1998] Hardy, G.H., & Wright, E.M. (1998). *An*

Introduction to the Theory of Numbers. 5th edn. New York: Oxford University Press.

[Hastings *et al.*, 1994] Hastings, M. B., Stone, A. D., & Baranger, H. U. (1994). Inequivalence of Weak Localization and Coherent Backscattering. *Physical Review B*, 50, 8230-44.

[Hawking, 1993] Hawking, S. W. (1993). *Hawking on the Big Bang and Black Holes.* Singapore: World Scientific.

[Heald & Marion, 1995] Heald, Mark A., & Marion, Jerry B. (1995). *Classical Electromagnetic Radiation.* 3rd edn. Fort Worth: Saunders.

[Heath *et al.* 1998) Heath, J. R., Kuekes, P. J., Snider, G. S., & Williams, R. S. (1998). A Defect-Tolerant Computer Architecture: Opportunities for Nanotechnology. *Science*, 280, 1716-21.

[Herring, 1999] Herring, T. A. (1999). Geodetic Applications of GPS. *Proceedings of the IEEE*, 87, 92-110.

[Herzig & Dandliker, 1987] Herzig, H. P., & Dandliker, R. (1987). Holographic Optical Scanning Elements: Analytical Method for Determining the Phase Function. *Journal of the Optical Society of America A*, 4, 1063-70.

[Hill & Peterson, 1993] Hill, Fredrick J., & Peterson, Gerald R. (1993). *Computer Aided Logical Design with Emphasis on VLSI.* 4th edn. New York: Wiley.

[Hollister, 1987] Hollister, D. O. (1987). Overview of Advances in Light Sources. *Proceedings of SPIE*, 692, 170-7.

[Hornbeck, 1998] Hornbeck, Larry J. (1998). From Cathode Rays to Digital Micromirrors: A History of Electronic Projection Display Technology. *Texas Instruments Technical Journal*, 15.

[Horowitz & Hill, 1993] Horowitz, Paul, & Hill, Winfield. (1993). *The Art of Electronics.* 2nd edn. New York: Cambridge University Press.

[Huang *et al.*, 1991] Huang, D., Swanson, E. A., Lin, C. P., Schuman,

J. S., Stinson, W. G., Chang, W., Hee, M. R., Flotte, T., Gregory, K., Puliafito, C.A., & Fujimoto J. G. (1991). Optical Coherence Tomography. *Science*, 254, 1178-81.

[Hughes *et al.*, 2000] Hughes, R. J., Buttler, W. T., Kwiat, P. G., Lamoreaux, S. K., Morgan, G. L., Nordholt, J. E., & Peterson, C. G. (2000). Free-Space Quantum Key Distribution in Daylight. *Journal of Modern Optics*, 47, 549-62.

[Hummel, 1993] Hummel, Rolf E. (1993). *Electronic Properties of Materials.* 2nd edn. Berlin: Springer-Verlag.

[Hunt & Fisher, 1990] Hunt, G. R., & Fisher, W. G. (1990). EMP Ship Trial, Planning, Execution and Result. Pages 308-17 of: *Seventh International Conference on Electromagnetic Compatibility.* IEE, London.

[Jackman *et al.*, 1998] Jackman, R. J., Brittain, S. T., Adams, A., Prentiss, M. G., & Whitesides, G. M. (1998). Design and Fabrication of Topologically Complex, Three-Dimensional Microstructures. *Science*, 280, 2089-91.

[Jackson, 1999] Jackson, John David. (1999). *Classical Electrodynamics.* 3rd edn. NewYork: Wiley.

[Jackson & Rahmat-Samii, 1997] Johnson, J. M., & Rahmat-Samii, V. (1997). Genetic Algorithms in Engineering Electromagnetics. *IEEE Antennas* fS *Propagation Magazine*, 39, 7-21.

[Johnson & Jajodia, 1998] Johnson, N. F., & Jajodia, S. (1998). Steganography: Seeing the Unseen. *IEEE Computer*, 3J, 26-34.

[Jones & Mosca, 1998] Jones, J. A., & Mosca, M. (1998). Implementation of a Quantum Algorithm on a Nuclear Magnetic Resonance Quantum Computer. *Journal of Chemical Physics*, 109, 1648-53.

[Josephson, 1962] Josephson, B. D. (1962). Possible New Effects in Superconductive Tunnelling. *Physics Letters*, 1, 251.

[Jozsa & Schumacher, 1994] Jozsa, R., & Schumacher, B. (1994). A

New Proof of the Quantum Noiseless Coding Theorem. *Journal of Modern Optics*, 41, 2343-9.

[Jungman *et al.*, 1996] Jungman, G., Kamionkowski, M., Kosowsky, A., Spergel, D. N. (1996). Weighing the Universe with the Cosmic Microwave Background. *Physical Review Letters*, 76, 1007-10.

[Kak & Slaney, 1988] Kak, A. C., & Slaney, M. (1988). *Principles of Computerized Tomographic Imaging.* New York: IEEE Press.

[Kane, 1998] Kane, B. E. (1998). A Silicon-Based Nuclear Spin Quantum Computer. *Nature*, 393, 133-7.

[Kawai, 1969] Kawai, H. (1969). The Piezoelectricity of Poly(vinylidene Fluoride). *Japanese Journal of Applied Physics*, 8, 975-6.

[Keller *et al.*, 1999] Keller, Mark W., Eichenberger, Ali L., Martinis, John M., & Zimmerman, Neil M. (1999). A Capacitance Standard Based on Counting Electrons. *Science*, 285, 1706-9.

[Keyes, 1987] Keyes, R. W. (1987). *The Physics of VLSI Systems.* Reading: Addison-Wesley.

[Kino, 1987] Kino, Gordon S. (1987). *Acoustic Waves: Devices*, *Imaging*, *and Analog Signal Processing.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

[Knill *et al.*, l998b] Knill, E., Laflamme, R., & Zurek, W. H. (l998b). Resilient Quantum Computation. *Science*, 279, 342-5.

[Koblitz, 1994] Koblitz, N. (1994). *A Course in Number Theory and Cryptography.* New York: Springer-Verlag.

[Koenen, 1999] Koenen, R. (1999). MPEG-4: Multimedia For Our Time. *IEEE Spectrum*, 36, 26- 33.

[Kusch, 1949] Kusch, P. (1949). Some Design Considerations of an Atomic Clock using Atomic Beam Techniques. *Physical Review*, 76, 161.

[Kwong, 1995] Kwong, K. K. (1995). Functional Magnetic Reso-

nance Imaging with Echo Planar Imaging. *Magnetic Resonance Quarterly*, 11, l-20.

[Land, 1951] Land, E. H. (1951). Some Aspects of the Development of Sheet Polarizers. *Journal of the Optical Society of America*, 41, 956-63.

[Landauer, 1961] Landauer, Rolf. (1961). Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process. *IBM Journal of Research and Development*, 5, 183- 91.

[Landman & Russo, 1971] Landman, E. S., & Russo, R. L. (1971). On a Pin Versus Block Relationships for Partitions of Logic Graphs. *IEEE Transactions on Computers*, C20, 1469- 79.

[Larsen, 1973] Larsen, K. J. (1973). Short Convolutional Codes with Maximal Free Distance for Rates l/2, 1/3, and l/4. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-19, 371- 2.

[Lauterbur, 1973] Lauterbur, P. C. (1973). Image Formation by Induced Local Interaction Examples Employing Nuclear Magnetic Resonance. *Nature*, 242, 190-l.

[Leff & Rex, 1990] Leff, Harvey S. & Rex, Andrew F. (eds). (1990). *Maxwell's Demon: Entropy*, *Information*, *Computing.* Princeton: Princeton University Press.

[Lehrman & Tully, 1993] Lehrman, Paul D., & Tully, Tim. (1993). *MIDI For The Professional.* New York: Amsco Publications.

[Lenstra & Lenstra: Jr., 1993] Lenstra, A. K., & Lenstra, Jr., H. W. (eds). (1993). *The Development of the Number Field Sieve.* Lecture Notes in Math, 1554. New York: Springer-Verlag.

[Lerner & Trigg, 1991] Lerner, Rita G., & Trigg, George L. (1991). *Encyclopedia of Physics.* 2nd edn. New York: VCH.

[Lichtman, 1994] Lichtman, J. W. (1994). Confocal Microscopy. *Scientific American*, 271, 30-5.

[Likharev, 1999] Likharev, K. (1999). Superconductor Devices for Ultrafast Computing. Weinstock, H. (ed), *Applications of Superconductivity*. Dordrecht: Kluwer.

[Likharev & Claeson, 1992] Likharev, K. K., & Claeson, T. (1992): Single Electronics: *Scientific American*, 266, 50-5.

[Lind & Marcus, 1995] Lind, Douglas, & Marcus, Brian. (1995). *An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding.* New York: Cambridge University Press.

[Linden *et al.*, 1999] Linden, N., Barjat, H., Kupce, E., & Freeman, R. (1999). How to Exchange Information Between Two Coupled Nuclear Spins: the Universal SWAP Operation. *Chemical*, *Physics Letters*, 307, 198-204.

[LLoyd, 1993] Lloyd, S. (1993). A Potentially Realizable Quantum Computer. *Science*, 261 1569-71.

[Lloyd, 1996] Lloyd, S. (1996). Universal Quantum Simulators. *Science*, 273, 1073-8.

[Lloyd, 1997] Lloyd, S. (1997). Capacity of the Noisy Qantum Channel. *Physical Review A*, 55, 1613-22.

[Lloyd, 2000] Lloyd, S. (2000). Ultimate Physical Limits to Computation. *Nature.* To appear.

[Lo & Chau, l999] Lo, H. K., & Chau, H. F. (1999). Unconditional Security of Quantum Key Distribution over Arbitrarily Long Distances. *Science*, 283, 2050-6.

[Lott *et al.*, 1993] Lott, J. A., Schneider, R. P., Choquette, K. D., Kilcoyne, S. P., & Figiel.

[Lucente, 1997] Lucente, Mark. (1997). Interactive Three-Dimensional Holographic Displays: Seeing the Future in Depth. *Computer Graphics*, 31, 63-7.

[Major, 1998] Major, Fouad G. (1998). *The Quantum Beat: The*

Physical Principles of Atomic Clocks. New York: Springer.

[Mallinson, 1993] Mallinson, J. C. (1993). *The Foundations of Magnetic Recording. 2nd* edn. Boston: Academic Press.

[Mallinson, 1996] Mallinson, J. C. (1996). Scaling in Magnetic Recording. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32, 599-600.

[Mandelbrot, 1983] Mandelbrot, Benoit B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature.* New York: W. H. Freeman.

[Mattis, 1988] Mattis, Daniel C. (1988). *The Theory of Magnetism I: Statics and Dynamics.* New York: Springer-Verlag.

[Maxwell, 1998] Maxwell, James Clerk. (1998). *A Treatise on Electricity and Magnetism.* 3rd edn. Oxford: Oxford University Press. First published in 1873.

[McCluskey, 1956] McCluskey, E. J. (1956). Minimization of Boolean Functions. *Bell System Technical Journal*, 35, 1417-44.

[McKittrick *et al.*, 1999] McKittrick, J., Kassner, M. E., & Shea, L. E. (1999). Materials Issues in Flat Panel Displays: Phosphor Selection and Optimization. *Proceedings of SPIE*, 3582, 565-70.

[Mee & Daniel, 1996] Mee, C. Denis, & Daniel, Eric D. (eds). (1996). *Magnetic Storage Handbook.* 2nd edn. New York: McGraw-Hill.

[Merkle, 1978] Merkle, R. (1978). Secure Communications over Insecure Channels. *Communications of the ACM*, 21, 294-9.

[Merkle, 1993] Merkle, R. C. (1993). Reversible electronic logic using switches. *Nanotechnology*, 4, 21-40.

[Merkle, 1998] Merkle, R. C. (1998). Making Smaller, Faster, Cheaper Computers. *Proceedings of the IEEE*, 86, 2384-6.

[Mermin, 1985] Mermin, N. D. (1985). Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory. *Physics Today*, 38, 38-47.

[Mermin, 1993] Mermin, N. D. (l993). Hidden Variables and the

Two Theorems of John Bell. *Reviews of Modern Physics*, 65, 803-15.

[Merzbacher *et al.*, 1996] Merzbacher, C. I., Kersey, A. D., & Friebele, E. J. (1996). Fiber Optic Sensors in concrete Structures: A Review. *Smart Materials & Structures*, 5, 196-208.

[Millman & Orabel, 1987] Millman, Jacob, & Grabel, Arvin. (1987), *Microelectronics.* 2nd edn. New York: McGraw-Hill.

[Minsky, 1957] Minsky, Marvin. (1957). *Microscopy Apparatus.* US Patent No. 3013467.

[Misner *et al.*, 1973] Misner, C. W., Wheeler, J. A., & Thorne, K. S. (1973). *Gravitation.* New. York: W. H. Freeman & Co.

[Mitchell & George, 1998] Mitchell, S., & George, R. (1998). EMP Protection. *Electrotechnology*, 9, 33-5.

[Miya *et al.*, 1979]. Miya, T., Terunuma, Y., Hosaka, T., & Miyashita, T. (1979). Ultimate Low-Loss Single-Mode Fibre at 1:55 µm. *Electronics Letters*, 15, 106-8.

[Mollenauer *et al.*, 1996] Mollenauer, L. F., Mamyshev, P. V., & Neubelt, M. J. (1996). Demonstration of Soliton WDM Transmission at 6 and 7*10 Gbit/s, Error Free Over Transoceanic Distances. *Electronics Letters*, 32, 471-3.

[Montroll & Lebowitz, 1987] Montroll, E. W., & Lebowitz, J. L. (eds). (1987). *Fluctuation Phenomena.* New York: North-Holland.

[Mooij *et al.*, 1999] Mooij, J. E., Orlando, T. P., Levitov, L., Tian, L., van der Wal, C. H., & Lloyd, S. (1999). Josephson Persistent-Current Qubit. *Science*, 285, 1036-9.

[Moore, 1979] Moore, G. (1979). VLSI: Some Fundamental Challenges. *IEEE Spectrum Ten: A Book About the Relative Size of Things.* Redding: Scientific American Library.

[Mukai *et al.*, 1999] Mukai, T., Yamada, M., & Nakamura, S. (1999). Characteristic of InGaN-based UV/ Blue/ Green/ Amber/ Red Light-Emitting Diodes. *Japanese Journal of Applied Physics*, 38, 3976-81.

[Muller *et al.*, 1996] Muller, A., Zbinden, H., & Gisin, N. (1996). Quantum Cryptograph over 23 km in Installed Under-Lake Telecom Fibre. *Europhysics Letters*, 33, 335-9.

[Nachtmann, 1990] Nachtmann, Otto. (1990). *Elementary Particle Physics: Concepts an Phenomena.* New York: Springer-Verlag. Translated by A. Lahee and W. Wetzel.

[Nakashima, 1998] Nakashima, H. (1998). Present Status of Progress in MAGLEV Development. *Japanese Railway Engineering*, 37, 6-8.

[Nakazawa *et al.*, 1993] Nakazawa, M., Kimura, Y., & Suzuki, K. (1993). Nonlinear Optic in Optical Fibers and Future Prospects for Optical Soliton Communications Technologies. *NTT R&D*, 42, 1317-26.

[Nielsen & Chuang, 2000] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2000). *Quantum Computation and Quantum Information*. New York: Cambridge University Press.

[Ogawa *et al.*, 1990] Ogawa, S., Lee, T. M., Kay, A. R., & Tank, D. W. (1990). Brain Magnetic Resonance Imaging with Contrast Dependent on Blood Oxygenation. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 87, 9868-72.

[O'Mara; 1993] O'Mara, William C. (1993). *Liquid Crystal Flat Panel Displays: Manufacturing Science & Technology.* New York: Van Nostrand Reinhold.

[Ono & Yano, 1998] Ono, T., & Yano, Y. (1998). Key Technologies for Terabit/ Second WDM Systems with High Spectral Efficiency of over 1 bit/s/Hz. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 34, 2080-8.

[Onsager, 1931] Onsager, L. (1931). *Physical Review*, 38, 2265.

[Pai & Springett, 1993] Pai, D. M., & Springett, B. E. (1993). Physics of Electrophotography. *Reviews of Modern Physics*, 65, 163-211.

[Parkin, 1994] Parkin, S. S. P. (1994). Materials Update: Giant Magnetoresistance in Magnetic Multilayers and Granular Alloys. *Materials*

Letters, 20, 1-4.

[Pavlidis, 1999] Pavlidis, D. (1999). HBT vs. PHEMT vs. MESFET: "What's Best and Why." *Compound Semiconductor*, 5, 56-9.

[Peres, 1990] Peres, A. (1990). Incompatible Results of Quantum Measurements. *Physics Letters A*, 151, 107-8.

[Peres, 1993] Peres, Asher. (1993). *Quantum Theory: Concepts and Methods*. Boston: Kluwer Academic.

[Peters *et al.*, 1999] Peters, A., Chung, K. Y., & Chu, S. (1999). Measurement of Gravitational Acceleration by Dropping Atoms. *Nature*, 400, 849-52.

[Phillips *et al.*, 1998} Phillips, P. M., Spindt, C. A., Holland, C. E., Schwoebel, P.R., & Brodie, I. (1998). Development of Spindt Cathodes for High Frequency Device and Flat Panel Display Applications. *Proceedings of SPIE*, 3465, 90-7.

[Posner & Stevens, 1984] Posner, E. C., & Stevens, R. (1984). Deep Space Communication -Past, Present, and Future. *IEEE Communications Magazine*, 22, 8-21.

[Press *et al.*, 1992] Press, William H., Teukolsky, Saul A., Vetterling; William T., & Flannery, Brian P. (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 2nd edn. New York: Cambridge University Press.

[Pritchard & Gibson, 1980] Pritchard, D., & Gibson, J. (1980). Worldwide Color. Television Standards. *J Soc. Motion. Pict. Telev. Eng.*, 89, lll-120.

[Quine, 1952] Quine, W.V. (1952). The Problem of Simplifying Truth Functions. *American Mathematical Monthly*, 59, 521 - 31.

[Radon, 1917] Radon, J. (1917). On The Determination of Functions From Their Integral.

[Rallison, 1984] Rallison, R. (1984). Applications of Holographic

Optical Elements. *Lasers and Applications*, 3, 61-8.

[Ramirez *et al.*, 1997] Ramirez, A. P., Cheong, S-W, & Schiffer, P. (1997). Colossal Magnetoresistance and Charge Order in $La_{1-x}Ca_xMnO_3$. *Journal of Applied Physics*, 81, 5337-42.

[Ramo *et al.*, 1994] Ramo, Simon, Whinnery, John R., & Duzer, Theodore Van. (1994). *Fields and Waves in Communication Electronics.* 3rd edn. New York: Wiley.

[Ramsey, 1972] Ramsey, N. F. (1972). History of Atomic and Molecular Standards of Frequency and Time. *IEEE Trans. lnstrumentation and Measurement*, IM 21, 90-9.

[Ramsey, 1980] Ramsey, N. F. (1980). The Method of Successive Oscillatory Fields. *Physics Today*, 33, 25-30.

[Rauf & Kushner, 1999] Rauf, S., & Kushner, M. J. (1999). Dynamics of a Coplanar-Electrode Plasma Display Panel Cell. I. Basic Operation. *Journal of Applied Physics*, 85, 3460-9.

[Reichl, 1998] Reichl, L. E. (1998). *A Modern Course in Statistical Physics.* 2nd edn. New York: Wiley.

[Reif, 1965] Reif, F. (1965). *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics.* New York: McGraw-Hill.

[Ridley *et al.*, 1999] Ridley, B., Nivi, B., & Jacobson, J. (1999). All-Inorganic Field Effect Transistors Fabricated by Printing. *Science*, 286, 746-9.

[Rivest *et al.*, 1978] Rivest, R. L., Shamir, A., & Adleman, L. M. (1978). A Method of Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems. *Communications of the ACM*, 21, 120-6.

[Rodgers *et al.*, 1997] Rodgers, M. S., Sniegowski, J. J., Miller, S. L., Barron, C., & PJ, P. J. McWhorter. (1997). Advanced Micromechanisms in a Multi-Level Polysilicon Technology. *Proceedings of SPIE*, 3224, 120-30.

[Rogers & Buhrman, 1984] Rogers, C. T., & Buhrman, R. A. (1984).

Composition of 1/ f Noise in Metal-Insulator-Metal Tunnel Junctions. *Physical Review Letters*, 53, 1272-5.

[Rűeger, 1990] Rűeger, J.M. (1990). *Electronic Distance Measurement.* 3rd edn. New York: Springer-Verlag.

[Sakurai, 1967] Sakurai, J. J. (1967). *Advanced Quantum Mechanics.* Reading: Addison-Wesley.

[Schack & Caves, 1999] Schack, R., & Caves, C. M. (1999). Classical Model for Bulk-Ensemble NMR Quantum Computation. *Physical Review A*, 60, 4354-62.

[Schadt & Helfrich, 1971] Schadt, M., & Helfrich, W. (1971). Voltage-Dependent Optical Activity of a Twisted Nematic Liquid Crystal. *Applied Physics Letters*, 18, 127-8.

[Schroeder, 1990] Schroeder, M. R. (1990). *Number Theory in Science and Communication.* 2nd edn. New York: Springer-Verlag.

[Schroeder *et al.*, 1979] Schroeder, M. R., Atal, B. S., & Hall, J. L. (1979). Optimizing digital speech coders by exploiting masking properties of the human ear. *Journal of the Acoustical Society of America*, 66, 1647-52.

[Schwarze *et al.*, 1993] Schwarze, V. S., Hartmann, T., Leins, M., & Soffel, M. H. (1993). Relativistic Effects in Satellite Positioning. *Manuscripta Geodaetica*, 18, 306-16.

[Scott, 1998] Scott, J. F. (1998). Status Report on Ferroelectric Memory Materials. *Integrated Ferroelectrics*, 20, 15-23.

[Sheats *et al.*, 1996] Sheats, J. R., Antoniadis, H., Hueschen, M., Leonard, W., Miller, J., Moon, R., Roitman, D., & Stocking, A. (1996). Organic Electroluminescent Devices. *Science.* 273. 884-8.

[Shor, 1995] Shor, P. W. (1995). Scheme for Reducing Decoherence in Quantum Compute Memory. *Physical Review A*, 52, 2493-6.

[Shor, 1996] Shor, P. W. (1996). Fault-Tolerant Quantum Computa-

tion. Pages 56-65 of: *Proceedings of the 37th Annual Symposium Foundations of Computer Science.* Los Alamitos: IEEE Computer Society Press.

[Shor, 1997] Shor, P.W. (1997). Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. *SIAM Journal on Computing*. 26, 1484-509.

[Shung *et al.*, 1992] Shung, K. Kirk, Smith, Michael B., & Tsui, Benjamin. (1992). *Principles of Medical Imaging.* San Diego: Academic Press.

[Sikora, 1997] Sikora, T. (1997). MPEG Digital Video-Coding Standards. *IEEE Signal Processing Magazine*, 14, 82-100.

[Simmons, 1992] Simmons, G. J. (ed). (1992). *Contemporary Cryptology: The Science of Information Integrity.* Piscataway: IEEE Press.

[Simonet *al.*, 1994] Simon, M. K., Omura, J. K., Scholtz, R. A., & Levitt, B. K. (1994). *Spread Spectrum Communications Handbook.* New York: McGraw-Hill.

[Sklar, 1988] Sklar, Bernard. (1988). *Digital Communications: Fundamentals and Applications.* Englewood Cliffs: Prentice Hall.

[Skolnik, 1990] Skolnik, Merrill I. (ed). (1990). *Radar Handbook.* 2nd edn. New York: McGraw-Hill.

[Slepian, 1974] Slepian, David (ed). (1974). *Key Papers in the Development of Information Theory.* New York: IEEE Press.

[Slichter, 1992] Slichter, Charles P. (1992). *Principles of Magnetic Resonance.* 3rd edn. New York: Springer-Verlag.

[Smith, 1996] Smith, J. R. (1996). Field Mice: Extracting Hand Geometry From Electric Field Measurements. *IBM Systems Journal*, 35, 587-608.

[Smith, 1999] Smith, J. R. (1999). *Electric-Field Imaging.* Ph. D. thesis, MIT.

[Sobel, 1996] Sobel, Dava. (1996). *Longitude: The True Story of a Lone Genius Who Solved the Greatest Scientific Problem of His Time.* New York: McGraw-Hill.

[Somaroo *et al.*, 1999] Somaroo, S., Tseng, C. H., Havel, T. F., Laflamme, R., & Cory, D. G. (1999). Quantum Simulations on a Quantum Computer. *Physical Review Letters*, 82, 5381-4.

[Someya *et al.*, 1999] Someya, T., Werner, R., Forchel, A., Catalano, M., Cingolani, R., & Arakawa, Y. (1999). Room Temperature Lasing at Blue Wavelengths in Gallium Nitride Microcavitics. *Science*, 285, 1905-6.

[Song *et al.*, 1999] Song, Y. Q, Goodson, B. M., & Pines, A. (1999). NMR and MRI using Laser-Polarized Xenon. *Spectroscopy*, 14, 26-33.

[Sourlas, 1989] Sourlas, N. (1989). Spin-Glass Models as Error-Correcting Codes. *Nature* 339, 693-5.

[Spuhler, 1983] Spuhler, H. (1983). Where Fluidics Still Makes Sense. *Machine Design*, 55, 92---4.

[Starkweather, 1980] Starkweather, G. K. (1980). High-Speed Laser Printing Systems. Pages 125-89 of: *Laser Applications*, vol. 4. New York: Academic Press.

[Steane, 1996] Steane, A. M. (1996). Error Correcting Codes in Quantum Theory. *Physica Review Letters*, 77, 793-7.

[Stehling *et al.*, 1991] Stehling, M. K., Turner, R., & Mansfield, P. (1991). Echo-planar Imaging: Magnetic Resonance Imaging In A Fraction of A Second. *Science*, 254, 43-50.

[Stern, 1996] Stern, M. B. (1996). Binary Optics: a VLSI-based microoptics Technology. *Microelectronic Engineering*, 32, 369- 88.

[Stofan *et al.*, 1995] Stofan, E. R., Evans, D. L., Schmullius, C., Holt, B., Plaut, J. J., van Zvl, J., Wall. S. D. & Wav. J. (1995). Overview of Results of Spaceborne.

[Strang, 1988] Strang, Gilbert (1988). *Linear Algebra and its Applications.* 3rd edn. San Diego: Harcourt, Brace, Jovanovich.

[Streetman, 1990] Streetman, B. (1990). *Solid State Electronic Devices.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

[Stroscio & Eigler, 1991] Stroscio, J. A., & Eigler, D. M. (1991). Atomic and Molecular Manipulation with the Scanning Tunneling Microscope. *Science*, 254, 319-26.

[Surguy, 1993] Surguy, P. W. H. (1993). The Development of Ferroelectric LCDs for Display Applications. *Journal of the Society for Information Display*, l, 247-54.

[Sweatt, 1979] Sweatt, W. C. (1979). Mathematical Equivalence Between a Holographic Optical Element and an Ultra-High Index Lens. *Journal of the Optical Society of America*, 69, 486--7.

[Sze, 1981] Sze, S. M. (1981). *Physics of Semiconductor Devices.* 2nd edn. New York: Wiley-lnterscience.

[Sze, 1998] Sze, S. M. (ed). (1998). *Modern Semiconductor Device Physics.* New York: Wiley-lnterscience.

[Takahashi, 1993] Takahashi, S. (1993). Fibers for Optical Communications. *Advanced Materials*, 5, 187-91.

[Taylor & Wheeler, 1992] Taylor, Edwin F., & Wheeler, John Archibald. (1992). *Spacetime Physics: Introduction to Special Relativity.* 2nd edn. New York: W. H. Freeman.

[Thompson & Best, 2000] Thompson, D. A., & Best, J. S. (2000). The Future of Magnetic Data Storage Technology. *IBM Journal of Research and Development*, 44, 311-22.

[Tinkham, 1995] Tinkham, Michael. (1995). *Introduction to Superconductivity. 2nd* edn. New York: McGraw-Hill.

[Tittel *et al.*, 1998] Tittel, W., Brendel, J., Zbinden, H., & Gisin, N. (1998). Violation of Bell Inequalities by Photons More than 10 km Apart. *Physical Review Letters*, 81, 3563-6.

[Todorovic *et al.*, 1999] Todorovic, M., Schultz, S., Wong, J, .& Scherer, A. (1999). Writing and Reading of Single Magnetic Domain: Per Bit Perpendicular Patterned Media. *Applied Physics Letters*, 74, 2516-18.

[Turing, 1936] Turing, A. M. (1936). On Computable Numbers, with an Application to the *Entscheidungsproblem. Proc. London Math. Soc.*, 42, 230-65.

[Turing, 1950] Turing, A. M. (1950). Computing Machinery and Intelligence. *Mind*, 59, 433-560.

[Underkoffler *et al.*, 1999] Underkoffler, J., Ullmer, B., & Ishii, H. (1999). Emancipated Pixels: Real-World Graphics in the Luminous Room. Pages *385-92* of: *Proceedings of SIGGRAPH '99.* New York: ACM Press.

[Unruh, 1995] Unruh, W. G. (1995). Maintaining Coherence in Quantum Computers. *Physical Review* A, 51, 992- 7.

[van Kessel *et al.*, 1998] van Kessel, P. F., Hornbeck, L. J., RE, R. E. Meier, & Douglass, M. R. (1998). A MEMS-Based Projection Display. *Proceedings of the IEEE*, 86, 1687-704.

[Vilkelis, 1982] Vilkelis, W.V. (1982). Lead Reduction among Combinatorial Logic Circuits. *IBM Journal of Research and Developmen*t, 26, 342-348.

[Viterbi & Omura, 1979] Viterbi, Andrew J., & Omura, Jim K. (1979). *Principles of Digital Communication and Coding.* New York: McGraw-Hill.

[von Neumann, 1956] von Neumann, J. (1956). Probabilistic Logics and the Synthesis of Reliable Organisms from Unreliable Components. Pages 43-98 of: Shannon, C., & McCarthy, J. (eds), *Automata Studies.* Princeton: Princeton University Press.

[Walls & Vig, 1995] Walls, F. L. & Vig, J. R. (1995). *Fundamental Limits on the Frequency*.

[Wang, 1989] Wang, Shyh. (1989). *Fundamentals of Semiconductor Theory and Device Physics.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

[Weber *et al.*, 2000] Weber, M. F., Stover, C. A., Gilbert, L. R., Nevitt, T .J., & Ouderkirk, A. J. (2000). Giant Birefringent Optics in Multilayer Polymer Mirrors. *Science*, 287, 2451-2455.

[Weinacht *et al.*, 1999] Weinacht, T. C., Ahn, J., & Bucksbaum, P. H. (1999). Controlling the Shape of a Quantum Wavefunction. *Nature*, 397, 233-5.

[Weinberg, 1989] Weinberg, S. (1989). Testing Quantum Mechanics. *Annals of Physics*, 194, 336-86.

[Welch, 1984] Welch, Terry A. (1984). A Technique for High Performance Data Compression. *IEEE Computer*, 17, 8-19.

[Wieman *et al.*, 1999] Wieman, C. E., Pritchard, D. E., & Wineland, D. J. (1999). Atom Cooling, Trapping, and Qantum Manipulation. *Reviews of Modern Physics*, 71, S253- 62.

[Wiesner, 1983] Wiesner, S. (1983). Conjugate Coding. *Sigact News*, 15, 78-88.

[Williams, 1993] Williams, Edgar M. (1993). *The Physics and Technology of Xerographic Processes.* Malabar: Krieger.

[Winograd & Cowan, 1963] Winograd, S., & Cowan, J. D. (1963). *Reliable Computation* in *the Presence of Noise.* Cambridge: MIT Press.

[Wolaver, 1991) Wolaver, Dan H. (1991). *Phase-Locked Loop Circuit Design.* Englewood Cliffs: Prentice Hall.

[Wooters & Zurek, 1982] Wooters, W. K., & Zurek, W. H. (1982). A Single Quantum Cannot Be Cloned. *Nature*, 299, 802- 3.

[Wright, 1998] Wright, H. (1998). Observe Digital Modualtion Through Diagrams. *Test and Measurement World*, 61-64.

[Yariv, 1987] Yariv, A. (1987). Operator Algebra for Propagation Problems involving Phase Conjugation and Nonreciprocal Elements. *Applied Optics*, 26, 4538-40.

[Yariv, 1991] Yariv, A. (1991). *Optical Electronics.* 4th edn. Philadelphia: Saunders College Publishing.

[Yariv & Pepper, 1977] Yariv, A., & Pepper, D. M. (1977). Amplified Reflection, Phase Conjugation, and Oscillation in Degenerate Four-Wave Mixing. *Optics Letters*, **1,** 16-18.

[Ye *et al.*, 1999] Ye, J., Vernooy, D. W., & Kimble, H. J. (1999). Trapping of Single Atoms in Cavity QED. *Physical Review Letters*, 83, 4987-90.

[Yoo *et al.*, 1989] Yoo, K. M., Takiguchi, Y., & Alfano, R. R. (1989). Dynamic Effect of Weak Localization on the Light Scattering from Random Media using Ultrafat Laser Technology. *Applied Optics*, 28, 2343-9.

[Younis & Knight, 1993] Younis, S., & Knight, T. (1993). Practical Implementation of Charge Recovering Asymptotically Zero Power CMOS. Pages 234-50 of: *Proceeding of the 1993 Symposium on Integrated Systems.* Cambridge: MIT Press.

[Yourgrau *et al.*, 1982] Yourgrau, Wolfgang, van der Merwe, Alwyn, & Raw, Gough. (1982). *Treatise on Irreversible and Statistical Thermophysics: An Introduction to Nonclassical Thermodynamics.* New York: Dover.

[Zabusky, 1981] Zabusky, N. J. (1981). Computational Synergetics and Mathematical Innovation. *Journal of Computational Physics*, 43, 195-249.

[Zimmerman, 1998] Zimmerman, NM. (1998). A Primer on Electrical Units in the Systeme International. *A merican Journal of Physics*, 66, 324-31.

[Zurek, 1998] Zurek, W. H. (1998). Decoherence, Einselection and the Existential Interpretation (The Rough Guide). *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 356, 1793-821.

الفهرس

-هـ-

-و-

فيزياء تكنولوجيا المعلومات(*)

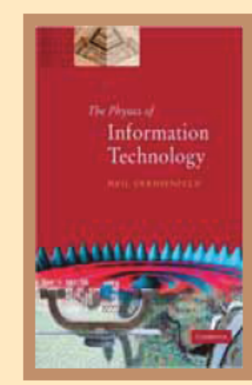
السلسلة: تضم هذه السلسلة ترجمة لأحدث الكتب عن التقنيات التي يحتاج إليها الوطن العربي في البحث والتطوير ونقل المعرفة إلى القارئ العربي.

الكتاب: كتابٌ مهم يستكشف الأجهزة المألوفة التي نستخدمها يومياً كالتلفاز والحاسوب والأجهزة البصرية والضوئية. فالعديد من الأجهزة الإلكترونية تعمل بوثوق مستغرب ضمن الحدود المادية الأساسية جداً لعلم الفيزياء. وعليه، ففهم كيف تعمل هذه الأجهزة من عدمه، وكيف يمكن تحسينها من عدمه، يتطلب نظرة عميقة إلى لمسات القانون الفيزيائي والممارسات الهندسية ذات الصلة. لذا يبدأ الكتاب بالتعريف بالوحدات الفيزيائية، والقوى، ومن ثم، يعرج على الأسس الاحتمالية للضجيج وتأثيراتها على الإشارة الإلكترونية، ليتقدم في فصوله شارحاً الكهرومغناطيسية للأسلاك الكهربائية ونقل المعلومة الاتصالية لاسلكياً وسلكياً. وفي خِضم هذا المسار ينتقل الكتاب لدراسة وفهم فاعلية ميكانيكيا الكم الإلكتروني والبصري والمواد المغنطة ليشرح من خلالها آليات الحاسوبيات ووسائط تخزين المعلومات والاستشعار وشاشات العرض.

الكتاب بحد ذاته سيكون عوناً لكل المتخصصين في العلوم الفيزيائية والحاسوبية، لغرض فهم الآثار المترتبة على النظرية الفيزيائية وسعتها وقدرتها في معالجة المعلومات وخصائصها.

المؤلف: • **نيل غرشنفيلد**: أستاذ علوم الطاقة في جامعة MIT الأميركية، له العديد من المؤلفات منها: *Fab: The Coming Revolution On Your Desktop*.

المترجم: • **هيثم غالب الناهي**: مدير عام المنظمة العربية للترجمة، أستاذ العلوم الجينية، والرياضيات التوبولوجية، والذكاء الصناعي، لعدّة جامعات بريطانية، له بحوث اختصاصية عديدة، صدر له كتب عديدة بالعربية والإنجليزية منها: *Prinsy: Protein Secondary Structure Prediction* ومن ترجماته الصادرة عن المنظمة: **البذور والعلم والصراع، السياسات العالمية للمحاصيل المهندسة وراثياً**.



(*) الكتاب الأول من الرياضيات والفيزياء

سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة

1. المياه
2. البترول والغاز
3. البتروكيمياء
4. النانو
5. التقنية الحيوية
6. تقنية المعلومات
7. الإلكترونيات والاتصالات والضوئيات
8. الفضاء والطيران
9. الطاقة
10. المواد المتقدمة
11. البيئة
12. الرياضيات والفيزياء
13. الطب والصحة
14. الزراعة
15. البناء والتشييد



المنظمة العربية للترجمة



الثمن: 82 دولاراً
أو ما يعادلها

ISBN 978 614 434 078 3